

2024 学年七年级第一学期第二次阶段练习

(测试时间: 90 分钟, 满分: 100 分)

一、填空题: 本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分.

1. 计算: $x^{-3} \cdot x^5 =$ _____.

2. 计算: $\left(\frac{3}{2}\right)^{2024} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{2024} =$ _____.

3. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{x^2+1}{2x-7}$ 有意义.

4. 当 $x =$ _____ 时, 分式 $\frac{x^2-9}{3-x}$ 的值为 0.

5. 将分式 $\frac{1}{(x+y)^2}$ 表示成不含分母的形式 _____.

6. 已知分式 $\frac{x^2-1}{x}$ 乘一个分式后结果为 $-\frac{(1-x)^2}{x^2}$, 那么这个分式为 _____.

7. 将 $\frac{4(x+y)^{-2}}{x^{-3}}$ 化成不含负指数幂的形式 _____.

8. 计算: $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} - \left(-\frac{2}{3}\right)^0 =$ _____.

9. 计算: $\frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x} =$ _____.

10. 如果关于 x 的方程 $\frac{1}{x-3} = 3 - \frac{k}{3-x}$ 有增根, 那么 $k =$ _____.

11. 已知 $a+b=3, ab=1$, 则 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 的值是 _____.

12. 因式分解: $ax^2 + ay^2 - 2axy - ab^2 =$ _____.

二、选择题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.

13. 下列计算正确的是 ()

A. $(\pi-3)^0 = 0$

B. $(-2)^{-1} = 2$

C. $(-x^2)^{-2} = x^{-4}$

D. $(a^2)^{-3} + a^{-2} = a^8$

14. 下列等式中，从左到右的变形是因式分解的是（ ）

A. $x(x-2) = x^2 - 2x$

B. $a^2 + 4a - 21 = a(a+4) - 21$

C. $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$

D. $x+2 = x\left(1+\frac{2}{x}\right)$

15. 下列各式中，是分式方程的是（ ）

A. $\frac{16x}{25} = \frac{1}{\pi}$

B. $\frac{2}{x} = \frac{1}{2}$

C. $\frac{x+y}{4} - \frac{1}{9} = 0$

D. $\frac{2}{x} + \frac{2x}{3}$

16. 下列分式 $\frac{4y+3x}{4a}$, $\frac{x^2-1}{x^4-1}$, $\frac{x^2-xy+y^2}{x+y}$, $\frac{a^2+2ab}{ab-b^2}$ 中，最简分式有（ ）

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

17. 若将分式 $\frac{x^2-y^2}{x+y}$ 中的 x 和 y 都扩大到原来的 2 倍，那么分式的值（ ）

A. 扩大到原来的 4 倍

B. 扩大到原来的 2 倍

C. 不变

D. 缩小到原来的 $\frac{1}{2}$

18. 某班组织学生参加植树活动，第一组植树 12 棵，第二组比第一组多 6 人，植树 36 棵，结果两组平均每人植树的棵树相等。设第一组学生有 x 人，则可列方程为（ ）

A. $\frac{12}{x} = \frac{36}{x-6}$

B. $\frac{12}{x} = \frac{36}{x+6}$

C. $\frac{36}{x} = \frac{12}{x+6}$

D. $\frac{36}{x} = \frac{12}{x-6}$

三、计算题：本大题共 4 题，共 34 分。

19. 计算：

(1) $\frac{a^2-5a+6}{a^2-a-2}$

(2) $\frac{x^2}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x+1}{x} \div x$

20. 计算：

(1) $\frac{1}{x-3} - \frac{3}{x(x-3)} + \frac{1}{x}$

$$(2) \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times 3^{-1} + (\pi - 2024)^0 \div \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$$

21. 计算:

$$(1) \frac{x-1}{x^2+3x+2} - \frac{6}{x^2+x-2} - \frac{8+x}{x^2-4}$$

$$(2) (x^{-1} - y^{-1}) \div (x^{-2} - y^{-2}) - xy(x+y)^{-1}$$

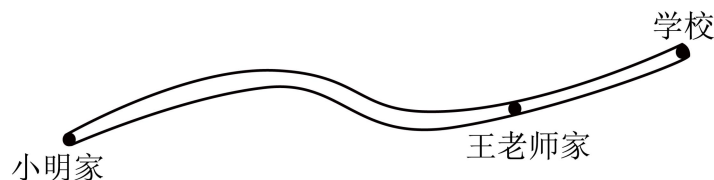
$$22. \text{解方程: } \frac{2}{x-3} - \frac{1}{x+3} = \frac{12}{x^2-9}.$$

四、解答题: 本题共 4 小题, 共 24 分.

$$23. \text{先化简, 再求值: } \left(\frac{2x+2}{x^2-1} + 1\right) \div \frac{x+1}{x^2-2x+1}, \text{ 其中 } x=4.$$

$$24. \text{若关于 } x \text{ 的方程 } \frac{x-2a}{x-3} + \frac{2a}{3-x} = 2 \text{ 的解是增根, 求 } a \text{ 的值.}$$

25. 如图, 小明家、王老师家、学校在同一条路上, 小明家到王老师家的路程为 3km, 王老师家到学校的路程为 0.5km. 由于小明脚扭伤, 为了使他按时到校, 王老师每天骑自行车接小明上学. 已知王老师骑自行车的平均速度是步行平均速度的 2 倍, 他每天比平时步行上班多用 0.5h, 则王老师步行的平均速度及骑自行车的平均速度各是多少?



26. 定义: 如果分式 A 与分式 B 的和等于它们的积, 即 $A+B=A \cdot B$, 那么就称分式 A 与分式 B “互为关联分式”, 其中分式 A 是分式 B 的“关联分式”.

$$\text{例如: 分式 } \frac{1}{x} \text{ 与分式 } \frac{1}{1-x}, \text{ 因为 } \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} = \frac{1-x}{x(1-x)} + \frac{x}{x(1-x)} = \frac{1}{x(1-x)},$$

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{1-x} = \frac{1}{x(1-x)}, \text{ 所以 } \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{1-x}, \text{ 所以分式 } \frac{1}{x} \text{ 与分式 } \frac{1}{1-x} \text{ “互为关联分式”}$$

(1) 判断分式 $\frac{a-b}{a+b}$ 与分式 $\frac{a-b}{2b}$ _____ “互为关联分式” (选填“是”或“不是”) 请通过计算说明:

(2) 小明在研究“互为关联分式”时发现: 因为 $A+B=A \cdot B$, 又因为 A, B 都不为 0, 所以 $\frac{A+B}{A \cdot B} = \frac{A \cdot B}{A \cdot B}$

所以 $\frac{A}{A \cdot B} + \frac{B}{A \cdot B} = \frac{1}{B} + \frac{1}{A} = 1$, 也就是“互为关联分式”的两个分式, 将它们各自分子分母颠倒位置后相

加，和为 1. 请你根据小明发现的“互为关联分式”的这个特征，求分式 $\frac{3m+5}{2m+3}$ 的“关联分式”