

华曜初中 2025 学年第二学期初二年级期中考试

数学试卷

满分：150 分，时间：100 分钟

一、单选题

1. 下列函数中，一定是二次函数的是 ()

A. $y = \frac{3}{4}x + m^2$ (其中 m 是常数)

B. $y = ax^2 + bx + c$ (其中 a 、 b 、 c 是常数)

C. $y = (2x - 1)x$

D. $y = (x + 4)^2 - x^2$

2. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 2$ ，下列结论正确的是 ()

A. $\tan A = \frac{2}{3}$

B. $\cot A = \frac{2}{3}$

C. $\sin A = \frac{2}{3}$

D. $\cos A = \frac{2}{3}$

3. 将抛物线 $y = -3x^2$ 向左平移 4 个单位长度，所得到抛物线的表达式是 ()

A. $y = -3(x + 4)^2$

B. $y = -3(x - 4)^2$

C. $y = -3x^2 + 4$

D. $y = -3x^2 - 4$

4. 泰勒斯是古希腊时期的思想家、科学家、哲学家，他曾通过测量同一时刻标杆的影长，标杆的高度，金字塔的影长，推算出金字塔的高度，这种测量原理，就是我们所学的 ()

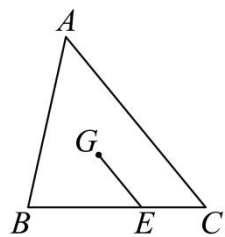
A. 图形的相似

B. 图形的平移

C. 图形的旋转

D. 图形的翻折

5. 如图，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心， $GE \parallel AC$ 交 BC 于点 E 。如果 $AC = 12$ ，那么 GE 的长为 ()



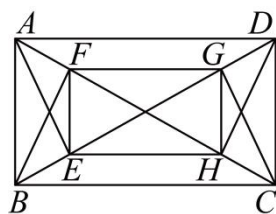
A. 3

B. 4

C. 6

D. 8

6. 如图，过矩形 $ABCD$ 的顶点分别作对角线的垂线，垂足分别为 E 、 F 、 G 、 H ，依次连接四个垂足，可得到矩形 $EFGH$ 。设对角线 AC 与 BD 的夹角为 α ($0 < \alpha < 90^\circ$)，那么矩形 $EFGH$ 与矩形 $ABCD$ 面积的比值为 ()



A. $\sin^2 \alpha$

B. $\cos^2 \alpha$

C. $\tan^2 \alpha$

D. $\cot^2 \alpha$

二、填空题

7. 已知 $x:y=3:2$ ，那么 $(x-y):x=$ _____.

8. 如果两个相似三角形的周长比为 $2:3$ ，那么它们的对应高的比为_____.

9. 已知抛物线 $y=(1-a)x^2+3$ 开口向下，那么 a 的取值范围是_____.

10. 上海与杭州的实际距离约 200 千米，在比例尺为 $1:5000000$ 的地图上，上海与杭州的图上距离约 _____ 厘米.

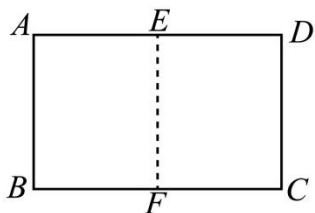
11. 已知一坡面的坡度 $i=1:\sqrt{3}$ ，那么这个坡角等于_____°.

12. 已知抛物线 $y=x^2-c$ 经过点 $A(-1, y_1)$ 、 $B(4, y_2)$ ，那么 y_1 _____ y_2 . (填“>”、“<”、或“=”)

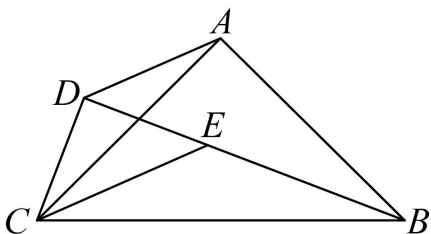
13. 在直角坐标平面内有一点 $P(3,1)$ ，那么 OP 与 x 轴正半轴夹角的余弦值是_____.

14. 顶角为 36° 的等腰三角形的腰与底的比值为_____.

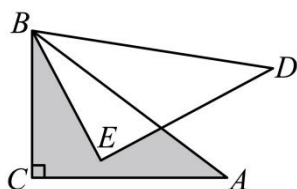
15. 我们把常用的 A4 纸的短边与长边的比叫作“白银比”，把这样的矩形称为“白银矩形”. 如图，一张规格为 A4 的矩形纸片 $ABCD$ ，将其长边对折 (EF 为折痕)，得到两个全等的 A5 矩形纸片，且 A4、A5 这两种规格的矩形纸片相似，那么这个“白银比”为_____.



16. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， E 是 BD 上的点， $\angle CDE = \angle CAB = 90^\circ$ ， $DC = DE$ ， $AB = AC$ ，那么 $AD:BE =$ _____.



17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转到 $\triangle DBE$ 的位置，其中点 D 与点 A 对应，点 E 与点 C 对应. 如果图中阴影部分的面积为 4.5，那么 $\angle CBE$ 的正切值是_____.



18. 已知 AC 和 BD 是矩形 $ABCD$ 的两条对角线, 将 $\triangle ADC$ 沿直线 AC 翻折后, 点 D 落在点 E 处, 三角形 AEC 与矩形的重叠部分是三角形 ACF , 连接 DE , 如果 $AB = 6$, $BF = 2$, 那么 $\angle BDE$ 的正切值是_____.

三、解答题

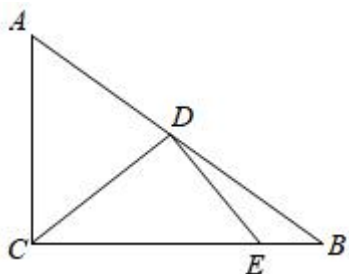
19. 计算: $\frac{4}{1+\sqrt{3}} - (\cos 30^\circ)^{-1} + |-\tan 45^\circ| + \pi^0$.

20. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(-1, 6)$ 、 $B(1, -2)$ 、 $C(0, 1)$.

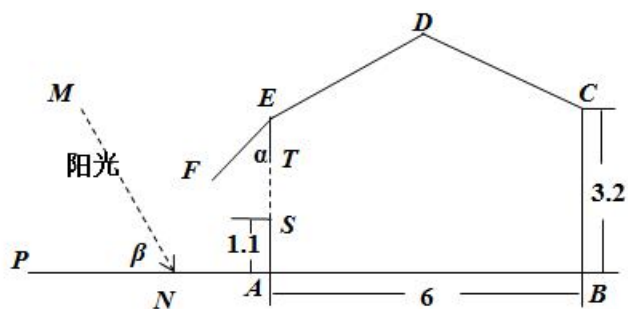
- (1) 求该抛物线的表达式及其对称轴 l ;
- (2) 如果点 A 与点 D 关于对称轴 l 对称, 联结 AB 、 BD , 求 $\triangle ABD$ 的面积.

21. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $\cos A = \frac{3}{5}$. D 是 AB 边的中点, 过点 D 作直线 CD 的垂线, 与边 BC 相交于点 E .

- (1) 求线段 CE 的长;
- (2) 求 $\sin \angle BDE$ 的值.



22. 如图, 是小明家房屋的纵截面图, 其中线段 AB 为屋内地面, 线段 AE 、 BC 为房屋两侧的墙, 线段 CD 、 DE 为屋顶的斜坡. 已知 $AB = 6$ 米, $AE = BC = 3.2$ 米, 斜坡 CD 、 DE 的坡比均为 $1:2$.

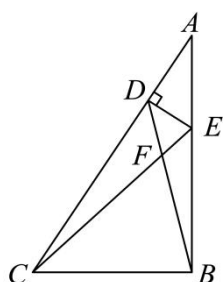


- (1) 求屋顶点 D 到地面 AB 的距离;
- (2) 已知在墙 AE 距离地面 1.1 米处装有窗 ST , 如果阳光与地面的夹角 $\angle MNP = \beta = 53^\circ$, 为了防止

阳光通过窗 ST 照射到屋内，所以小明请门窗公司在墙 AE 端点 E 处安装一个旋转式遮阳棚（如图中线段 EF ），公司设计的遮阳棚可作 90° 旋转，即 $0^\circ < \angle FET = \alpha \leq 90^\circ$ ，长度为 1.4 米，即 $EF = 1.4$ 米。试问：公司设计的遮阳棚是否能达到小明的要求？说说你的理由。（参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ，

$$\sqrt{5} \approx 2.24, \sqrt{10} \approx 3.16, \sin 53^\circ = 0.8, \cos 53^\circ = 0.6, \tan 53^\circ = \frac{4}{3}.$$

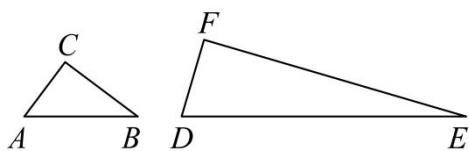
23. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点 D 在边 AC 上，过点 D 作 DE 垂直 AC 交 AB 于点 E ，连接 EC 、 BD 交于点 F 。



(1) 求证： $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ ；

(2) 如果 $BC = BE$ ，求证： $\frac{1}{2}CE^2 = BF \cdot BD$ 。

24. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 都是直角三角形， $\angle C = \angle F = 90^\circ$ ，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 不相似。其中 $AC = 6$ ， $BC = 8$ ， $DF = 7$ ， $EF = 24$ 。



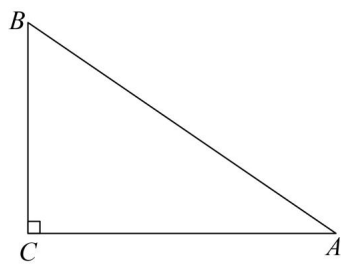
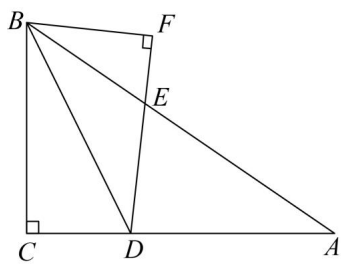
(1) 是否存在经过锐角顶点的一条直线，能把 $\triangle ABC$ 或 $\triangle DEF$ 其中一个分割成两个三角形，使分割得的两个三角形中有一个三角形（记这个三角形的面积为 S ）与没有分割的三角形相似。如果存在；

①请写出你的分割方案（只要写出一个方案即可），并证明方案的正确性；

②按照你写出的分割方案，求出 S 的值。

(2) 分别从 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的直角顶点引两条直线，分别将它们分割成两个三角形， CG 交 AB 于 G ， FH 交 DE 于 H ，当 $\triangle ACG$ 与被 FH 分割形成的 $\triangle DFH$ 和 $\triangle EFH$ 中的一个相似时，直接写出 AG 的长。

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\cot A = \sqrt{2}$ ，点 D 为边 AC 上的一个动点，以点 D 为顶点作 $\angle BDE = \angle A$ ，射线 DE 交边 AB 于点 E ，过点 B 作射线 DE 的垂线，垂足为点 F 。



备用图

- (1) 当点 D 是边 AC 中点时, 求 $\tan \angle ABD$ 的值;
- (2) 求证: $AD \cdot BF = BC \cdot DE$;
- (3) 当 $DE : EF = 3 : 1$ 时, 求 $AE : EB$.