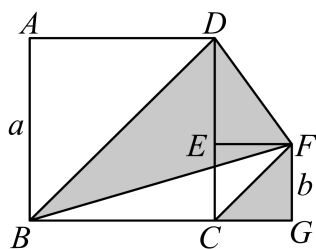


2024 学年南模初中七年级第一学期期中考试数学学科试卷

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 共 12 分)

1. 有下列代数式: $2x^2, -3, x-2y, \frac{n}{m}, m^3+2m^2-m$, 其中单项式的个数是 ().
- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个
2. 关于整式的概念, 下列说法正确的是 ().
- A. $-\frac{6\pi x^3 y^2}{7}$ 的系数是 $-\frac{6}{7}$ B. $3^2 xy^3$ 的次数是 6
- C. 0 是单项式 D. $-xy^2 + xy - 7$ 是五次三项式
3. 下列各式能用平方差公式计算的是 ().
- A. $(a+b)(b+a)$ B. $(2a-b)(2b+a)$
- C. $(a+1)(1-a)$ D. $(x+2)(-x-2)$
4. 下列计算中正确的是 ().
- A. $(x^2)^2 = x^5$ B. $x^3 - x^2 = x$ C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ D. $-x^2 \cdot x = -x^3$
5. 如图所示, 两个正方形的边长分别为 a 和 b , 如果 $a+b=10$, $ab=20$, 那么阴影部分的面积是 ().



- A. 10 B. 20 C. 30 D. 40
6. 利用如图 1 的二维码可以进行身份识别. 某校建立了一个身份识别系统, 图 2 是某个学生的识别图案, 黑色小正方形表示 1, 白色小正方形表示 0. 将第一行数字从左到右依次记为 a, b, c, d , 那么可以转换为该生所在班级序号, 其序号为 $a \times 2^3 + b \times 2^2 + c \times 2^1 + d \times 2^0$. 如图 2 第一行数字从左到右依次为 0, 1, 0, 1, 序号为 $0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5$, 表示该生为 5 班学生. 表示 6 班学生的识别图案是 ().



图1

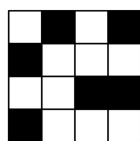
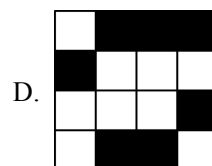
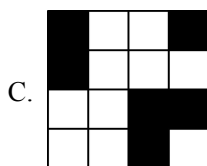
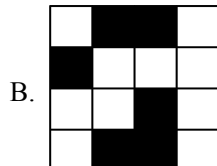
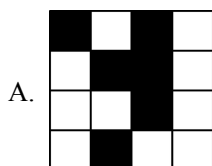


图2



二、填空题 (本大题共 12 小题, 共 36 分)

7. 在代数式: $\frac{1}{3}x^2$, $2ab$, $x+5$, $\frac{y}{3x}$, -4 , a^3b-a 中, 整式有 _____ 个.

8. 如果单项式 $-5a^2b^{m+2}$ 与 $2a^nb$ 的和仍然是一个单项式, 则 $m^n =$ _____.

9. 多项式 $-\frac{3x^2+4xy-2y^3+6y^2}{5}$ 中, 其中三次项的系数是 _____.

10. 计算: $2024^2 - 2023 \times 2025 =$ _____.

11. 计算: $4^{2022} \times (-0.25)^{2023} =$ _____.

12. 计算, 结果用幂的形式表示: $-(b-a)(a-b)^3(b-a)^4 =$ _____.

13. 若多项式 $(m-2)x^2y^3 - \pi^2xy^{n-1} + 2xy + 1$ 是四次三项式, 则 $m-n =$ _____.

14. 已知 $a+b=2$, 则 $\frac{1}{2}a^2 + ab + \frac{1}{2}b^2 =$ _____.

15. 已知 $(a^2+b^2+3)(a^2+b^2-3)=7$, 则 $a^2+b^2 =$ _____.

16. 如果 $9a^2 - (2k-1)ab + \frac{1}{4}b^2$ 是完全平方公式, 则 $k =$ _____.

17. 已知 $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 = 0$, 那么 $x-y =$ _____.

18. 现有若干根长度相同的火柴棒, 用 a 根火柴棒, 按如图①摆放时可摆成 m 个正方形, 用 b 根火柴棒, 按如图②摆放时可摆成 $2n$ 个正方形. (m, n 是正整数). 当若干根长度相同的火柴棒, 既可以摆成图①的形状, 也可以摆成图②的形状时, m 与 n 之间的数量关系是 _____.



图①



图②

三、计算题 (本大题共 8 小题, 共 32 分)

19. (1) 分解因式: $(x^2 + 1)^2 - x^2$

(2) 分解因式: $3a + 3a^5 - 6a^3$

20. (1) 化简: $\left(-\frac{1}{2}ab^2c\right)^2 \cdot \left(-\frac{4}{3}abc^2\right)^3 \cdot 12a^3b$

(2) 计算: $(2y - x)(2y + x) - 2(y - x)^2$

(3) 计算: $\left(4x^3y^2 - 3x^2y^2 - \frac{1}{2}x^2y^5\right) \div \left(-\frac{1}{2}xy\right)$

(4) 化简: $\left(3xy - 2x^2 + \frac{1}{2}y^2\right)\left(3xy + 2x^2 - \frac{1}{2}y^2\right)$, 并求当 $x = \frac{1}{2}$, $y = 2$ 时的代数式的值.

21. 已知 $x - \frac{1}{x} = 3$, 求 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 与 $x^4 + \frac{1}{x^4}$ 的值.

22. 已知 $2^n = a$, $5^n = b$, $20^n = c$, 试探究 a , b , c 之间有什么关系.

四、解答题 (27 题 5 分, 28 题 7 分, 29 题 8 分, 共 20 分)

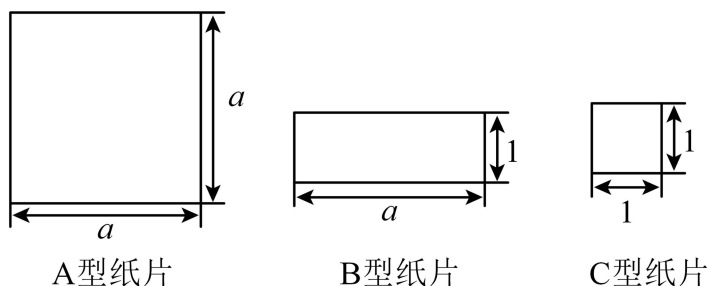
23. 某地光纤上网有两种收费方式, 用户可以任选其一.

A: 计时制: 0.05 元/分, B: 包月制: 50 元/月, 每一种上网时间都要再收取通信费 0.02 元/分

(1) 某用户某月上网时间为 x 小时, 请写出两种收费方式下该用户应该支付的费用.

(2) 用户选哪一种收费方式更合算?

24. 如图, 有 A 型、B 型、C 型三种不同的纸板, 其中 A 型: 边长为 a 厘米的正方形; B 型: 长为 a 厘米, 为 1 厘米的长方形; C 型: 边长为 1 厘米的正方形.



- (1) A 型 2 块, B 型 4 块, C 型 4 块. 此时纸板的总面积为_____;
- (2) 从这 10 块纸板中拿掉 1 块 A 型纸板, 剩下的纸板在不重叠的情况下, 可以紧密的排出一个大正方形. 这个大正方形的边长为_____;
- (3) 从这 10 块纸板中拿掉 2 块同类型的纸板, 使得剩下的纸板在不重叠的情况下, 可以紧密的排出两个相同形状的大正方形, 请问拿掉的是 2 块哪种类型的纸板? 此时大正方形的面积是多少平方厘米? (计算说明)

25. 阅读材料:

两个两位数相乘, 如果这两个因数的十位数字相同, 个位数字的和是 10, 该类乘法的速算方法是: 将一因数的十位数字与另一个因数的十位数字加 1 的和相乘, 所得的积作为计算结果的前两位, 将两个因数的个位数字之积作为计算结果的后两位 (数位不足的两位, 用零补齐), 比如 47×43 , 它们的乘积的前两位是 $4 \times (4+1) = 20$, 它们乘积的后两位是 $7 \times 3 = 21$, 所以 $47 \times 43 = 2021$; 再如 62×68 , 它们乘积的前两位是 $6 \times (6+1) = 42$, 它们乘积的后两位是 $2 \times 8 = 16$, 所以 $62 \times 68 = 4216$; 又如 21×29 , $2 \times (2+1) = 6$, 不足两位, 就将 6 写在百位; $1 \times 9 = 9$, 不足两位, 就将 9 写在个位, 十位上写零, 所以 $21 \times 29 = 609$. 该速算方法可以用我们所学的整式的乘法知识说明其合理性:

设其中一个因数的十位数字为 a , 个位数字是 b , (a, b 表示 1 到 9 的整数) 则该数可表示为 $10a+b$, 另一因数可表示为 $10a+(10-b)$. 两数相乘可得:

$$\begin{aligned} & (10a+b)[10a+(10-b)] \\ &= 100a^2 + 10a(10-b) + 10ab + b(10-b) \\ &= 100a^2 + 100a + b(10-b) \\ &= 100a(a+1) + b(10-b). \end{aligned}$$

(注: 其中 $a(a+1)$ 表示计算结果的前两位, $b(10-b)$ 表示计算结果的后两位)

问题: 两个两位数相乘, 如果其中一个因数的十位数字与个位数字相同, 另一因数的十位数字与个位数字

之和是 10。如 44×73 、 77×28 、 55×64 等

(1) 探索该类乘法的速算方法，请以 44×73 为例写出你的计算步骤。

(2) 设十位数字与个位数字相同的因数的十位数字是 a ，则该数可以表示为_____。

设另一因数的十位数字是 b ，则该数可以表示为_____。（ a, b 表示 1~9 的正整数）

(3) 请模仿阅读材料中所用的方法说明你速算方法的合理性。