

上海民办华曜宝山实验学校 2025 学年度第一学期七年级数学学科期中 练习

(练习时间: 90 分钟)

一、选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

1. 下列说法中, 正确的是 ()

A. 0 不是整式

B. $3abc$ 与 bac 不是同类项

C. 单项式 $-\pi x^2 y^2$ 的系数是 -1, 次数是 4

D. $3x^2 - y + 5xy^2$ 是三次三项式

2. 下列等式中, 从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $3abc^3 = 3c \cdot abc^2$

B. $x^2 - 1 = x(x - \frac{1}{x})$

C. $4t^2 - 9 = (2t + 3)(2t - 3)$

D. $x^2 - 16 + 6x = (x + 4)(x - 4) + 6x$

3. 下列计算正确的是 ()

A. $a^2 + a^2 = 2a^4$

B. $2ab^2 \cdot ab^2 = 2a^2b^4$

C. $6a^4 \div 2a^2 = 4a^2$

D. $(a^2b^3)^{-2} = -a^4b^6$

4. 已知 $M = 6xy - x^2$, $N = y^2 + 4xy$, 则对于任意 x, y 的取值, M, N 的大小关系为 ().

A. $M \leq N$

B. $M \geq N$

C. $M = N$

D. 无法判断

5. 设 $\frac{ab}{a+b} = 2$, $\frac{bc}{b+c} = 6$, $\frac{ca}{c+a} = 12$, 则 $\frac{abc}{ab+bc+ca}$ 值为 ()

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{8}{3}$

C. $\frac{3}{8}$

D. $\frac{3}{4}$

二、填空题 (每题 2 分, 共 30 分)

6. 若分式 $\frac{1}{x}$ 有意义, 则 x 满足的条件是_____.

7. 把多项式 $x^4 + 3x^3y^2 - 2x^2y + 4y^3$ 按字母 y 作降幂排列是_____.

8. 如果 x^3y^m 与 $-4x^{-n}y$ 是同类项, 那么 $n^2 - m =$ _____.

9. 若分式 $\frac{x^2-4}{x+2}$ 的值为 0, 则 x 的值是_____.

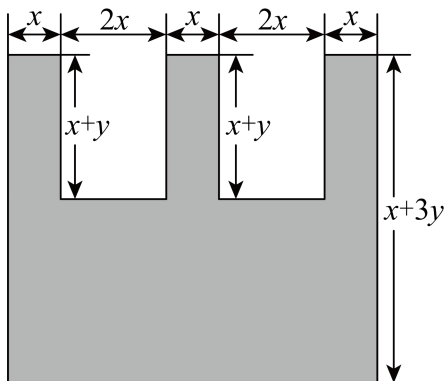
10. 计算: $\left(\frac{1}{3}\right)^{2025} \times 12^{2025} \times \left(-\frac{1}{4}\right)^{2027} =$ _____.

11. 因式分解: $a^2 + 3b - ab - 3a =$ _____.

12. $1.23 \times 51^2 - 1.23 \times 49^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 若分式 $\frac{x^2+y^2}{xy}$ 的值为 3，将 x, y 都扩大 2 倍，则变化后分式的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

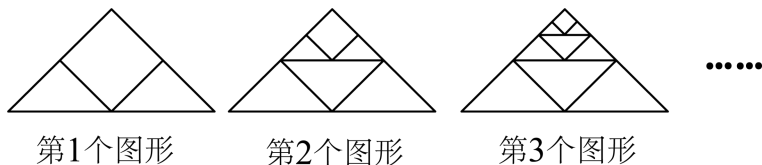
14. 如图是某一工件横截面的形状，由图中标数据可知，该工件横截面的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



15. 已知 $6x - 5y - 3 = 0$ ，则 $\left[(2x - y)(2x + y) - (2x - 3y)^2 \right] \div y$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

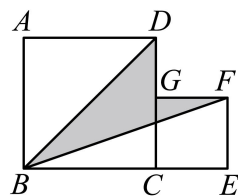
16. 若 $9x^2 - (m - 2)xy + y^2$ 是完全平方式，则 m 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 观察下列图形它们是按一定规律构造的，依照此规律，第 50 个图形中共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个三角形.



18. 甲乙两人完成因式分解 $x^2 + ax + b$ 时，甲看错了 a 的值，分解的结果是 $(x + 8)(x - 6)$ ，乙看错了 b 的值，分解的结果为 $(x - 6)(x - 2)$ ，那么 $x^2 + ax + b$ 分解因式正确的结果为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

19. 如图，正方形 $ABCD$ 与正方形 $CEFG$ 的边长分别为 a, b ，若 $\triangle BCG$ 的面积为 4，阴影部分的面积为 38，则 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$.



20. 已知: a, b, c 都是正整数，且 $a + b + c = 342$ ， $a - bc = 331$. abc 的最大值为 M ，最小值为 N ，则 $M + N = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、简答题 (每题 5 分，共 25 分)

21. 计算: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - (-1)^{2025} - (3 - \pi)^0 + (-2)^{-2}$.

22. 计算: $(a+2b-3)(a-2b+3)$.

23. 因式分解: $x^2 - 3xy - 10y^2$.

24. 解方程: $\frac{4}{x-3} = \frac{1}{3-x} + 2$.

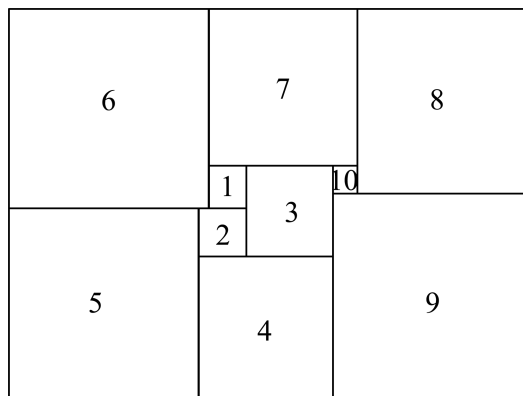
25. 先化简 $\left(\frac{x^2}{x-1} - x - 1\right) \div \frac{x+1}{x^2 - 2x + 1}$, 然后再从 $-2 < x < 2$ 的范围内取一个合适的整数作为 x 的值代入求值.

四、解答题 (26 题 6 分, 27 题 6 分, 28 题 8 分, 29 题 10 分, 共 30 分)

26. 已知 $(a+b)^2 = 9$, $(a-b)^2 = 1$. 求 $(a+1)(b+1)(a-1)(b-1)$ 的值.

27. 已知关于 x 的方程 $\frac{m}{x-2} + \frac{1}{x-1} = \frac{2m-2}{x^2 - 3x + 2}$, 若方程无解, 求 m 的值.

28. 【图形赏析】1925 年数学家莫伦发现了世界上第一个完美长方形, 它恰能被分割成 10 个大小不同的正方形, 如图所示, 其中标注为 1 号和 2 号的正方形边长分别为 x , y .



【初步探究】

(1) 请直接用含 x , y 的代数式表示 3 号正方形边长和 4 号正方形的边长;

(2) 直接用含 x , y 的代数式表示大长方形的宽 (写出一种即可)

【深入思考】

(3) 萧萧非常喜欢完美长方形的图案, 他打算用掐丝珐琅的工艺制作一个完美长方形的作品. (用柔软的铜丝弯出完美长方形的图案, 再填入不同颜色的珐琅釉料, 最后高温烧制打磨) 萧萧先绘制了一个完美长方形 (如图), 量得 1 号正方形边长 x 为 5cm , 2 号正方形边长 y 为 6cm . 请同学们帮助萧萧计算一下制作这个图案需要多长的铜丝 (接头忽略不计).

29. [项目学习]配方法是数学中重要的一种思想方法.它是指将一个式子的某部分通过恒等变形化为完全平方或几个完全平方式的和的方法, 这种方法常被用到代数式的变形中, 并结合非负数的意义来解决一些问题.

例如，把二次三项式 $x^2 - 2x + 3$ 进行配方.

解: $x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 + 2 = (x^2 - 2x + 1) + 2 = (x - 1)^2 + 2$.

我们定义: 一个整数能表示成 $a^2 + b^2$ (a, b 是整数) 的形式, 即两个数的平方和形式, 则称这个数为 “雅美数” 例如, 5 是 “雅美数”. 理由: 因为 $5 = 2^2 + 1^2$. 再如, $M = x^2 + 2xy + 2y^2 = (x + y)^2 + y^2$ (x, y 是整数), 所以 M 也是 “雅美数”.

(1) [问题解决] 4, 6, 7, 8 四个数中的 “雅美数” 是_____.

(2) 若二次三项式 $x^2 - 6x + 13$ (x 是整数) 是 “雅美数”, 可配方成 $(x - m)^2 + n$ (m, n 为常数), 则 mn 的值为_____;

(3) [问题探究] 已知 $S = x^2 + 4y^2 + 8x - 12y + k$ (x, y 是整数, k 是常数且 $x \neq -4, y \neq \frac{3}{2}$), 要使 S 为 “雅美数”, 试求出符合条件的 k 值.

(4) [问题拓展] 已知实数 M, N 是 “雅美数”, 求证: $M \cdot N$ 是 “雅美数”.