

华理附中 2024 学年第一学期七年级数学学科期中考试卷

2024.10

(满分 100 分, 考试时间 80 分钟)

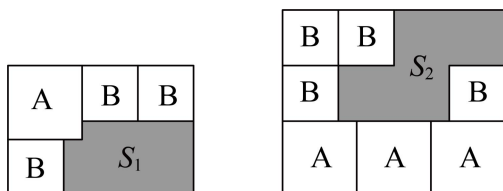
考生注意:

1. 本试卷含四个大题, 共 26 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 须在答题纸的相应位置上写出主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

[下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.]

1. 下列各式中: $2m$, 0 , $-2n$, $a+b=ab$, 单项式有 ()
A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个
2. 若 $-2a^n b^5$ 与 $5a^3 b^{2m+n}$ 是同类项, m 值是 ()
A. 2 B. 0 C. -1 D. 1
3. 对于自然数 n , 等式 $(-a)^n = -a^n (a \neq 0)$ 成立的条件是 ()
A. n 是正奇数 B. n 是正偶数 C. n 是零 D. n 是正整数
4. 下列多项式乘法中可以用平方差公式计算的是 ()
A. $\left(a + \frac{1}{2}b\right)\left(\frac{1}{2}a - b\right)$ B. $(-x+3)(-x-3)$
C. $(-x+y)(x-y)$ D. $(a^2-b)(a+b^2)$
5. 如果 $a - (b + c - d) = (a - c) + A$, 那么 A 等于 ()
A. $b - d$ B. $-b + d$ C. bd D. $b + d$
6. 用边长分别为 $a, b (a > b)$ 的两种正方形 A 和 B, 拼成如图所示的两个图形, 若图中阴影部分面积分别记为 S_1, S_2 , 下列关于 S_1, S_2 的大小关系表述正确的是 ()

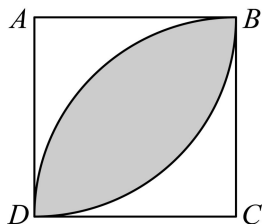


- A. $S_1 > S_2$ B. $S_1 < S_2$ C. $S_1 \geq S_2$ D. $S_1 = S_2$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分）

[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. 计算 $(-a)^8$ 的结果是_____.
8. 已知单项式 $-\frac{3bx^3y^2}{8}$ 的次数是_____.
9. 将多项式 $2 - 3xy^2 + 5x^3y - \frac{1}{3}x^2y^3$ 按字母 y 降幂排列是_____.
10. 计算 $2a^3b^2c \div \left(\frac{1}{3}a^2b\right)$ 的结果是_____.
11. 计算 $(4 \times 10^2)^3 \div (-2 \times 10^3)$ 的结果是_____.
12. 若多项式 $(x-1)(x+3) = x^2 + ax + b$, 则 $a+b =$ _____.
13. 若关于 x 的多项式 $-4x^3 - 2mx^2 + 2x^2 - 6$ 合并同类项后是一个三次二项式, 则 $m =$ _____.
14. 若整式 $-2x^2 + 3$ 与另一个整式的和为 $4x^2 + 5x - 1$, 则这个整式为_____.
15. 如果 A 、 B 都是关于 x 的单项式, 且 $A \cdot B$ 是一个九次单项式, $A+B$ 是一个五次整式, 那么 $A-B$ 是一个_____次整式.
16. 已知 $A = 2x$, B 是一个多项式, 在计算 $B+A$ 时, 小马同学把 $B+A$ 看成了 $B \div A$, 结果得 $x + \frac{1}{2}$, 则 $B+A =$ _____.
17. 在正方形 $ABCD$ 中, 分别以 A 点和 C 点为圆心, 以正方形边长为半径在正方形内部画两条弧, 两条弧围成了图中的阴影部分, 设正方形边长为 2, 则图中阴影部分的面积是_____ (结果保留 π).



18. 如果 $10^b = n$, 那么称 b 为 n 的“拉格数”, 记为 $d(n)$ 由定义可知: $d(n) = b$. 如 $10^2 = 100$, 则

$d(100) = d(10^2) = 2$ ，给出下列关于“拉格数” $d(n)$ 的结论：

① $d(10) = 10$ ，② $d(10^{-2}) = -2$ ，③ $\frac{d(10^3)}{d(10)} = 3$ ，④ $d(mn) = d(m) + d(n)$ ，⑤ $d\left(\frac{m}{n}\right) = d(m) \div d(n)$

其中正确的结论有_____.

三、简答题（本大题共 7 题，19-22 每题 5 分，23-25 每题 6 分，满分 38 分）

19. 化简： $6x^2y(-2xy+y^3) \div xy^2$.

20. 计算： $(a-2b)^2 - (3a+2b)(3a-2b)$.

21. 计算： $[3(x+y)^3]^2 - [2(x+y)^2]^3$ （结果用幂的形式表示）.

22. 用简便方法计算： $2023 \times 2025 - 2024^2$

23. $(a-2b+3c)^2$.

24. 求代数式的值： $2(m+n)^2 - 3(m+n) - 4(m+n)^2 - 5(m+n)$ ，其中 $m = -3$ ， $n = 1$.

25. 已知 $(a+b)^2 = 9$ ， $(a-b)^2 = 1$. 求 $(a+1)(b+1)(a-1)(b-1)$ 的值.

四、解答题（本大题共 1 题，26 题共 8 分）

26. 【阅读材料】“数形结合”是一种非常重要的数学思想方法. 比如：在学习“整式的乘法”时，我们通过构造几何图形，用“等积法”直观地推导出了完全平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ （如图 1）. 利用“数形结合”的思想方法，可以从代数角度解决图形问题，也可以用图形关系解决代数问题.

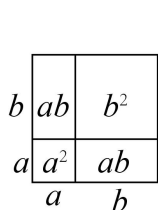


图 1

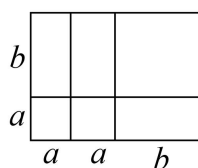


图 2

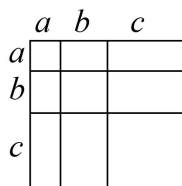


图 3

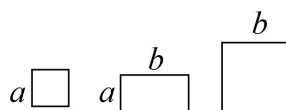


图 4

【方法应用】根据以上材料提供的方法，完成下列问题：

(1) 由图 2 可得等式：_____；由图 3 可得等式：_____；

(2) 利用图 3 得到的结论，解决问题：若 $a+b+c=15$ ， $ab+ac+bc=35$ ，则 $a^2+b^2+c^2=_____$ ；

(3) 如图 4，若用其中 x 张边长为 a 的正方形， y 张边长为 b 的正方形， z 张边长分别为 a 、 b 的长方形纸片拼出一个面积为 $(2a+b)(a+2b)$ 长方形（无空隙、无重叠地拼接），则 $x+y+z=_____$ ；

(4) 如图 4，若有 3 张边长为 a 的正方形纸片，4 张边长分别为 ab 的长方形纸片，5 张边长为 b 的正方形

纸片. 从中取出若干张纸片, 每种纸片至少取一张. 把取出的这些纸片拼成一个正方形 (无空隙、无重叠地拼接), 则拼成的正方形的边长最长可以为_____.

【方法拓展】

(5) 已知正数 a, b, c 和 m, n, l , 满足 $a+m=b+n=c+l=k$. 试通过构造边长为 k 的正方形, 利用图形面积来说明 $al+bm+cn < k^2$.

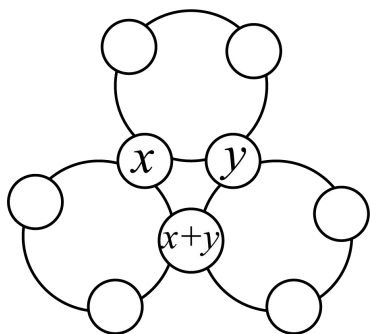
华理附中 2024 学年第一学期七年级数学学科期中考试附加卷
(满分 20 分)

27. 我国古代数学的许多创新和发展都位居世界前列, 如南宋数学家杨辉 (约 13 世纪) 所著的《详解九章算术》一书中, 用如图的三角形解释二项和 $(a+b)^n$ 的展开式的各项系数, 此三角形称为“杨辉三角”.

$(a+b)^0$ ①
 $(a+b)^1$ ① ①
 $(a+b)^2$ ① ② ①
 $(a+b)^3$ ① ③ ③ ①
 $(a+b)^4$ ① ④ ⑥ ④ ①
 $(a+b)^5$... ① ⑤ ⑩ ⑩ ⑤ ①

根据“杨辉三角”请计算 $(a+b)^{20}$ 的展开式中第三项的系数为_____.

28. “幻方”最早记载于春秋时期的《大戴礼记》中, 现将不重复的数字 1~9 填入如图所示的“幻方”中, 使得每个圆圈上的四个数字的和都等于 21, 若每个圆圈上的四个数字的平方和分别记 A、B、C, 且 $A+B+C=411$. 如果将交点处的三个圆圈填入的数字分别记作为 $x, y, x+y$, 则 $x+y=$ _____; $xy=$ _____.



29. 用几个小的长方形、正方形拼成一个大的正方形, 然后利用两种不同的方法计算这个大的正方形的面积, 可以得到一个等式, 利用这些等式也可以求一些不规则图形的面积.

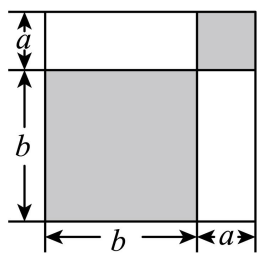


图1

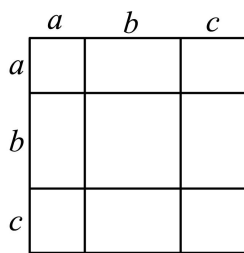


图2

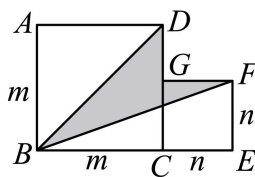


图3

(1) 如图 1 所示的大正方形，是由两个正方形和两个形状大小完全相同的长方形拼成的．用两种不同的方法计算图中阴影部分的面积，可以得到的数学等式是_____；

(2) 如图 2，由几个面积不等的小正方形和几个小长方形拼成一个边长为 $(a+b+c)$ 的大正方形，试用不同形式表示这个大正方形的面积，从中你能发现什么结论？该结论用等式表示为_____；

(3) 利用 (2) 中的结论解决以下问题：已知 $a+b+c=5$ ， $ab+bc+ac=2$ ，求 $a^2+b^2+c^2$ 的值；

(4) 如图 3，由两个边长分别为 m, n 的正方形拼在一起，点 B, C, E 在同一直线上，连接 BD, BF ，若 $m+n=12$ ， $mn=24$ ，请利用 (1) 中的结论，求图 3 中阴影部分的面积．