

华二附中 2025 学年第一学期七年级数学（学科）一起作业

(时间: 90 分钟)

一、选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列等式从左到右的变形, 属于因式分解的是 ()

A. $2x+4=2(x+2)$

B. $x^2+2x+1=x(x+2)+1$

C. $(x+1)(x+3)=x^2+4x+3$

D. $x^3-x=x(x+1)(x-1)$

2. 已知 $x^a=3$, $x^b=2$, 那么 x^{2a+3b} 的值是 ()

A. 48

B. 24

C. 72

D. 36

3. 在整式 $4y^4z^2-4x^5+6y^3-8$ 中, 最高次项的系数和常数项分别为 ()

A. 4 和 -8

B. -4 和 -8

C. 1 和 -8

D. 1 和 8

4. 已知分式 $\frac{x+4}{3x^2+1}$ 的值是非负数, 那么 x 的取值范围是 ()

A. $x > -4$ 且 $x \neq 0$

B. $x \geq -4$

C. $x \neq 0$

D. $x \geq -4$ 且 $x \neq 0$

5. 若等式 $(x-3)(3x+5)=mx^2+nx-p$ 对任意 x 恒成立, m, n, p 为常数, 则 $m+n+p$ 的值为 ()

A. -16

B. 22

C. -8

D. 14

6. 已知 $(x-2025)^2-16=36-(2027-x)^2$, 则 $(x-2026)^2$ 的值是 ()

A. 24

B. 25

C. 26

D. 27

二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 计算: $\left(-\frac{1}{3}\right)^5 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^2 =$ _____.

8. 整式 A 与 $-3x+3y$ 的和是 $-15x+2y$, 那么 $A=$ _____.

9. 因式分解: $a^2-11a+24=$ _____.

10. 计算: $\frac{1}{x+1} + \frac{x-1}{x^2-1} =$ _____.

11. 若 $(-2-3x)^0=1$, 则 x 所满足的条件是_____.

12. 若单项式 $-2a^{1-x}b^{3y}$ 与 a^3b^5 是同类项, 则 $x-3y=$ _____.

13. 若 $(x-2y)^2+M=2(x-y)^2$, 那么 $M=$ _____.

14. 已知 $mn^2 = -2$, 则 $mn \cdot (-n - mn^3 + m^2n^5) =$ _____.

15. 若关于 x 的整式 $9x^2 + kx + 1$ 是某个整式的平方, 则常数 k 的值为 _____.

16. 计算: $-12^3 + 11 \times 12 \times 13 =$ _____.

17. 已知 $(a+b)^2 = 10$, $(a-b)^2 = 2$. 则 $(a+2)(b-2)(b+2)(a-2) =$ _____.

18. 若整数 a 不可以表示成两个不同的整数的平方之差, 我们称 a 这样的数为“孤立数”, 例如: 2 不可以表示为两个不同整数的平方之差, 则 2 为“孤立数”; 16 可以表示为 $16 = 5^2 - 3^2$, 则 16 不为“孤立数”. 那么绝对值小于 100 的整数中共有 _____ 个“孤立数”

三、解答题 (共 9 题 58 分)

19. 计算: $4a + (3 - 2a + a^2) - (2a^2 + 1)$

20. 计算: $(2x-1)^2 + (2x+3)(3-2x)$

21. 计算: $a\left(4 - \frac{1}{a}\right) + \frac{a}{2-a} \div \frac{1}{a-2}$

22. 因式分解: $3xy^2 + 6xy - 33x$

23. 因式分解: $a^2 - 6ab + 9b^2 - a + 3b$

24. 先化简, 再求值: $A = \frac{m+2}{m} \cdot \frac{m^3 - 3m^2}{m^2 + 5m + 6} \div \frac{9m - m^3}{m^2 + 2m - 3}$, 其中 $m = 5$.

25. 小吴做一道题: 已知两个整式 A 、 B , 求 $2A+B$ 的值. 他误将 $2A+B$ 看成 $A+2B$, 求得结果为 $9a^2 - 2a - 1$, 已知 $B = a^2 + 3a + 3$, 求正确的答案.

26. 为提高水资源的利用率, 某小区安装了循环用水装置, 经测算, 原来 m 天用水 n 吨, 安装了循环用水装置之后这些水恰可以多用 $\frac{m}{3}$ 天, 则该小区现在每天平均用水量比平时少多少吨? 当 $m = 12$, $n = 540$ 时, 每天用水量比原来少多少吨?

27. 观察以下等式:

第 1 个等式: $(2 \times 1 + 1)^2 = (2 \times 2 + 1)^2 - (2 \times 2)^2$,

第 2 个等式: $(2 \times 2 + 1)^2 = (3 \times 4 + 1)^2 - (3 \times 4)^2$,

第 3 个等式: $(2 \times 3 + 1)^2 = (4 \times 6 + 1)^2 - (4 \times 6)^2$,

第 4 个等式: $(2 \times 4 + 1)^2 = (5 \times 8 + 1)^2 - (5 \times 8)^2$,

.....

按照以上规律, 解决下列问题:

(1) 写出第 5 个等式: _____;

(2) 写出你猜想的第 n 个等式 (用含 n 的式子表示), 并证明.

28. 阅读材料: 如果将 $(a+b)^n$ (n 为非负整数) 的展开式的每一项按字母 a 的次数由大到小排列, 就可以得到下面的等式:

$(a+b)^0 = 1$, 它只有一项, 系数为 1;

$(a+b)^1 = a+b$, 它有两项, 系数分别为 1, 1;

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 它有三项, 系数分别为 1, 2, 1;

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, 它有四项, 系数分别为 1, 3, 3, 1;

1			
1		1	
1	2	1	
1	3	3	1

将上述每个式子的各项系数排成该表.

观察该表, 可以发现每一行的首末都是 1, 并且下一行的数比上一行多 1 个, 中间各数都写在上一行两数的中间, 且等于它们的和. 按照这个规律可以将这个表继续往下写, 以此确定 $(a+b)^n$ 的展开式. 该表在我国宋朝数学家杨辉 1261 年的著作《详解九章算法》中提到过, 因而人们把这个表叫做杨辉三角.

(1) 应用规律: ①直接写出 $(a+b)^4$ 的展开式, $(a+b)^4 =$ _____;

②先化简, 再求值: $(y-1)^6 + (y+1)^6$, 其中 $y^2 = 2$.

(2) 杨辉三角和斐波那契数列有着密切的联系, 如图, 把杨辉三角左对齐排列, 将同一条斜线上的数字求和, 计算可得 $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $a_3 = 2$, $a_4 = 3$, $a_5 = 5$, $a_6 = 8, \dots$ 该数列从第三项开始, 每一项都等于其前两项之和, 即 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	1			
1	4	6	4	1		
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	16	6	1

若 $T_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$ ，且 $T_{2025} = k$ ，则 a_{2027} 的值为_____ (用 k 表示).