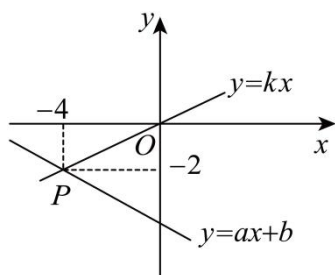


2024-2025 学年上海市杨浦区兰生中学八年级（下）月考数学试卷（3 月份）

一、填空题：（3*12=36 分）

1. 若关于 x 的函数 $y = \left(m^2 - \frac{1}{4}\right)x^2 + \left(m + \frac{1}{2}\right)x + 1$ 是一次函数，则 m 的值为_____.
2. 若关于 x 的一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过点 $(2, -1)$ ，并平行于直线 $y = -\frac{2}{3}x + 11$ ，那么函数 $y = \frac{b}{kx}$ 解析式为_____.
3. 已知：关于 x 的函数 $y = (2m - 3)x + (1 - m)$ ， y 随 x 的增大而减少，并且与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴，则 m 的取值范围是_____.
4. 当 $x > m$ 时，函数 $y = \frac{2}{3}x + 1$ 的图像都在 x 的上方，那么 m 的取值范围是_____.
5. 若关于 x 的方程 $(k^2 - 1)x^2 + (k + 1)x + \frac{1}{4} = 0$ 无实根，则 k 的取值范围是_____.
6. 已知直线 l 经过 $(2, 0)$ 和 $(0, -3)$ ，把直线 l 沿 x 轴向左平移 2 个单位，再向下平移一个单位得到直线 l' ，则直线 l' 的解析式为_____.
7. 若关于 x 的一次函数 $y = (m - 1)x + m - 5$ 不经过第二象限，则 m 的取值范围是_____.
8. 设等腰三角形周长为 a ，则它的底边长 y 与腰长 x 之间的函数解析式为_____，定义域是_____.
9. 方程 $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x-4}{x+4} = \frac{x-2}{x+2} + \frac{x-3}{x+3}$ 的解是_____.
10. 已知关于 x 的方程 $\frac{2x+m}{x-2} = 3$ 的解是正数，则 m 的取值范围为_____.
11. 方程 $\frac{19x-x^2}{x+1} \left(x + \frac{19-x}{x+1}\right) = 84$ 的解是_____.
12. 如图，函数 $y = ax + b$ 和 $y = kx$ 的图像交于点 P ，则不等式 $(k - a)x > b$ 的解集是_____.



二、选择题 (3*4=12 分)

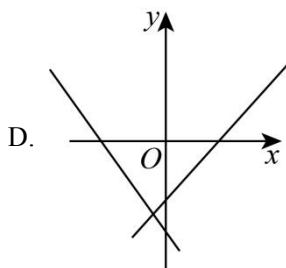
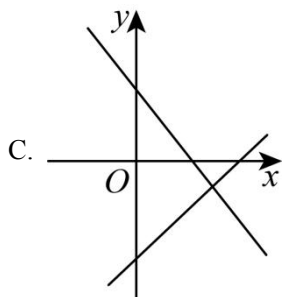
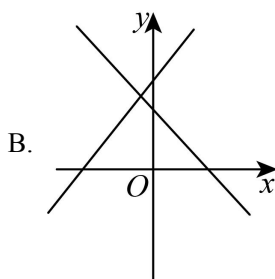
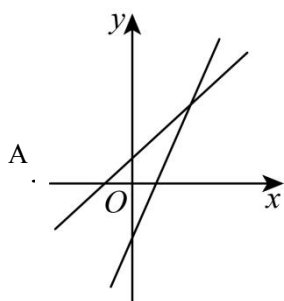
13. 一次函数 $y = kx + 2$ 经过点 $(1, 1)$, 那么这个一次函数 ()

- A. y 随 x 的增大而增大
- B. 图像与 y 轴交点在 x 轴的下方
- C. 图像与 x 轴交点在 y 轴的左侧
- D. 图像不经过第三象限

14. 关于 x 的方程 $ax^4 + bx^2 + c = 0 (a \neq 0)$ 有解的条件是 ()

- A. $b^2 - 4ac \geq 0$, 且 a 、 b 异号
- B. a 、 b 同号, 且 a 、 c 异号
- C. $b^2 - 4ac \geq 0$, 且 a 、 b 、 c 同为正数或同为负数
- D. $b^2 - 4ac \geq 0$, 且 a 、 b 、 c 不同为正数或不同为负数

15. 函数 $y = ax + b$ 与 $y = bx + a$ 的图象在同一坐标系内的大致位置正确的是 ()



16. 在下列方程中, 无实数根的方程的个数是 ()

① $\sqrt{x+4} = \sqrt{x}$;

② $\sqrt{2x-5} - \sqrt{2-x} = 0$;

$$\textcircled{3} \frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1};$$

$$\textcircled{4} \sqrt{1-3x} = x-1;$$

$$\textcircled{5} \sqrt{x+4} = -x.$$

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

三、计算题

17. 解关于 x 的方程: $a^2(x-2) - 3a = x+1$.

18. 解方程: $3x^4 + 4x^3 - 9x^2 + 4x + 3 = 0$.

19. 解方程组:
$$\begin{cases} \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+1} = 5 \\ xy + x - 3y = \frac{19}{6} \end{cases}.$$

20. 解方程: $\sqrt{2x+9} - \sqrt{x-4} = \sqrt{x+1}$.

四、解答题 (4+6+6+6+6+8=36)

21. 已知函数 $y-b=k(x+1) (k \neq 0)$ 的图像过点 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 且与坐标轴围成的三角形的面积为 $\frac{9}{4}$, 求此函数的解析式.

22. 关于 x 整系数方程 $x^2 + ax + b = 0$ 有实根 α, β , 且 $\alpha^2 + \beta^2 < 4$, 求 a, b 的值.

23. 已知直线 $y=3x$ 和双曲线 $y=\frac{2}{x}$, 把直线向左平行移动 5 个单位.

(1) 求平移后所得的直线的函数解析式.

(2) 平移后所得的直线与已知双曲线是否相交? 如果相交, 求出交点的坐标, 如果不相交, 请说明理由.

24. 有一项工程, 甲、乙两人合作 20 天后, 还需由乙单独做 7 天才能完成. 如果甲每天比原来多做 10%, 乙每天比原来多做 26%, 那么全部工程两人合作 20 天就能完成, 求原来甲和乙单独完成这项工程各需多少天?

25. 已知: 直线 $l_1: y=2x$ 和点 $P(3, 2)$, 在直线 l_1 上求一点 Q 使得过 P, Q 两点的直线与直线 l_1 , 以及 x 轴在第一象限内围成的三角形的面积最小.

26. 一次函数 $y=\sqrt{3}x+2$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于点 A, B , 以 AB 为边在第二象限内作等边 $\triangle ABC$.

(1) 求直线 AC 的函数解析式;

(2) 在直线 AC 上有一点 $P\left(a, \frac{1}{3}\right)$, 求 $\triangle ABP$ 的面积.

(3) 在 x 轴上是否存在点 M , 使 $\triangle MAB$ 为等腰三角形? 若存在, 请写出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.