

初二数学

(时间 100 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 下列各组二次根式中, 属于同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{0.7}$ 与 $\sqrt{7}$

B. $\sqrt{a+b}$ 与 $\frac{1}{\sqrt{a-b}}$ (其中 $a > b > 0$)

C. $\sqrt{24}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{6}}$

D. $\sqrt{x^3y}$ 与 $\sqrt{xy^2}$ (其中 $x > 0, y > 0$)

2. $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别是 a 、 b 、 c , 下列条件中, 不能说明 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是 ()

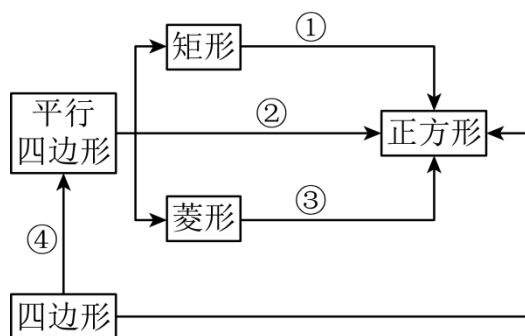
A. $a^2 = b^2 - c^2$

B. $\angle B = \angle A + \angle C$

C. $\angle A = 2\angle B = 3\angle C$

D. $a:b:c = 7:24:25$

3. 如图的知识结构图中①、②、③、④表示需要添加的条件, 则下列描述正确的是 ()



A. ①可表示对角线相互垂直;

B. ②可表示对角线互相平分、垂直;

C. ③可表示一组邻边相等;

D. ④可表示一组对边平行, 另一组对边相等.

4. 在平面直角坐标系内有一点 A , 若点 A 位于第二象限, 并且点 A 到 x 轴和 y 轴的距离分别为 1, 2, 则点 A 的坐标是 ()

A. $(-1, 2)$

B. $(-2, 1)$

C. $(-1, -2)$

D. $(2, -1)$

5. 面积为 S 的菱形一条对角线是另一条的 2 倍, 则其边长为 ()

A. $\frac{\sqrt{5S}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3S}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2S}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{3S}}{3}$

6. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB < BC$, 连接 AC , 分别以点 A, C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径画弧, 两弧交于点 M, N , 直线 MN 分别交 AD, BC 于点 E, F . 下列结论:

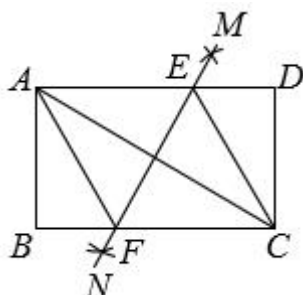
①四边形 $AECF$ 是菱形;

② $\angle AFB = 2\angle ACB$;

③ $AC \cdot EF = CF \cdot CD$;

④ 若 AF 平分 $\angle BAC$, 则 $CF = 2BF$.

其中正确结论的个数是 ()



A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

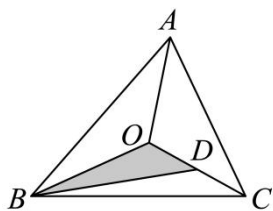
7. 方程 $2x^3 + 54 = 0$ 的根是_____.

8. 在方程 $x^2 + \frac{3}{x^2 - 3x} = 3x - 4$ 中, 如果设 $y = x^2 - 3x$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程是_____.

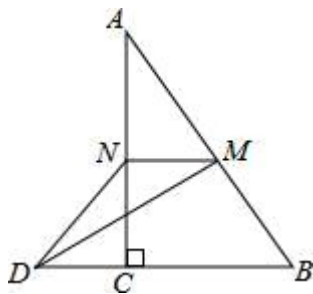
9. 若一个多边形的内角和是其外角和的 3 倍, 则这个多边形的边数是_____.

10. 已知菱形一组对角的和为 240° , 较短的一条对角线的长度为 4, 那么这个菱形的面积为_____.

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 O 为三角形的重心, D 为 OC 中点, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 24, 则 $\triangle BOD$ 的面积是_____.



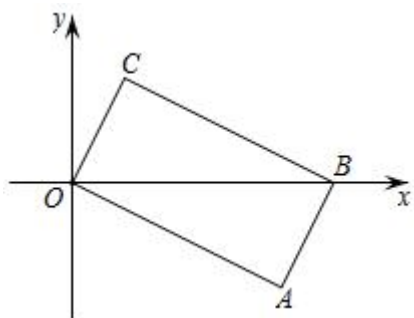
12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, M 、 N 分别是 AB 、 AC 的中点, 延长 BC 至点 D , 使 $BC = 2CD$, 连接 DM 、 DN 、 MN . 若 $AB = 6$, 则 $DN =$ _____.



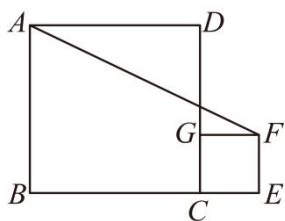
13. 在平面直角坐标系中, 将点 $A(-2, 3)$ 先向右平移 4 个单位长度, 再向下平移 5 个单位长度后, 得到的

点的坐标为_____.

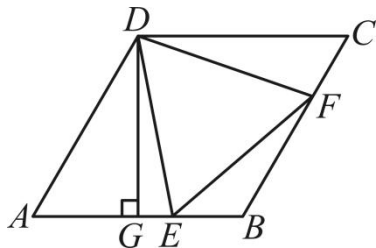
14. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $OABC$ 的顶点 A, C 的坐标分别是 $(4, -2), (1, 2)$, 点 B 在 x 轴上, 则点 B 的横坐标是_____.



15. 如图, 正方形 $ABCD$ 和正方形 $CEFG$ 中, B, C, E 三点共线, 点 G 在 CD 上, $BC = 3, CE = 1$, 那么 AF 的长是_____.

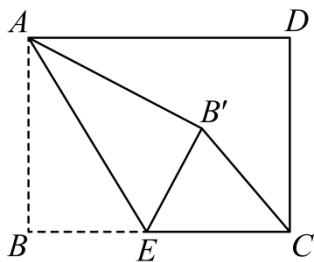


16. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle A = 60^\circ$, 点 E, F 分别在边 AB, BC 上, $\triangle DEF$ 为等边三角形, $DG \perp AB$. 若 $AD = 6, AE = 4$, 则 EF 的长为_____.



17. 如果三角形的其中两条中线是垂直的, 则称这个三角形为“优美三角形”, 两条垂直的中线的比值 (较短中线与较长中线的比值) 为“优美值”; 已知 $Rt\triangle ABC$ 是“优美三角形”, 且 $\angle C = 90^\circ$, 则 ABC 的“优美值”是_____;

18. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6, BC = 8$, 点 E 是 BC 边上一点, 连接 AE , 把 $\angle B$ 沿 AE 折叠, 使点 B 落在点 B' 处, 当三角形 CEB' 为直角三角形时, BE 的长为_____.

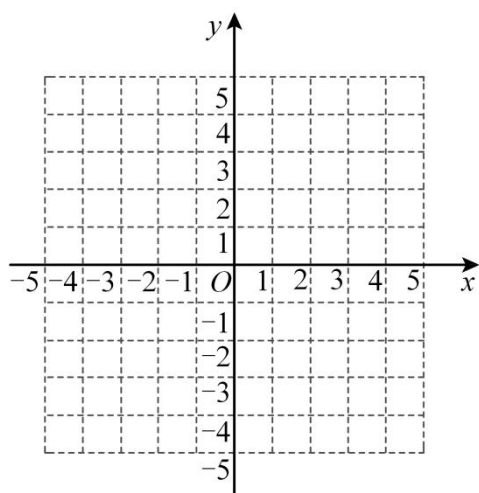


三、解答题（第 19-22 题每题 10 分，第 23、24 题每题 12 分，第 25 题 14 分，满分 78 分）

19. 计算: $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{27} + 10\sqrt{\frac{1}{50}}$.

20. 解方程: $(x+1)^2 - (x+1) = 6$

21. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 A 在 x 轴上且坐标可表示为 $(a+2, 3a-6)$, 点 B 的坐标为 $(-2, -1)$.

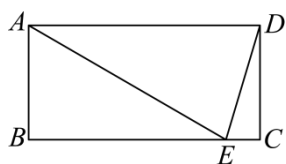


(1) $a =$ _____.

(2) 将点 A 向上平移 3 个单位, 再向左平移 2 个单位得到点 A' , 求点 A' 的坐标.

(3) 请在图中画出 $\triangle AA'B$, 并求出 $\triangle AA'B$ 的面积.

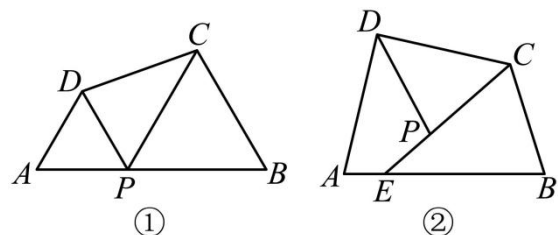
22. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, 边 BC 上有一点 E , 连接 AE , DE , $AE = AD$.



(1) 求 EC 的长;

(2) 求 $\angle CDE$ 的度数.

23. 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle B$, 如果在四边形 $ABCD$ 内部或边 AB 上存在一点 P , 满足 $\angle DPC = \angle A$, 那么称点 P 是四边形 $ABCD$ 的“映角点”.



(1) 如图①, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle B$, 点 P 在边 AB 上且是四边形 $ABCD$ 的“映角点”, 若

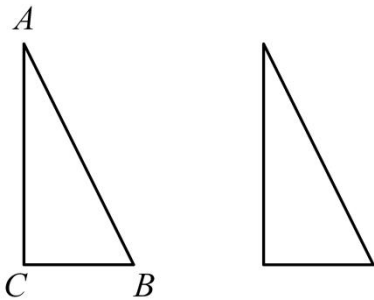
$DA \parallel CP$, $DP \parallel CB$, 则 $\angle DPC$ 的度数为 _____ $^\circ$;

(2) 如图②. 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle B$, 点 P 在四边形 $ABCD$ 内部且是四边形 $ABCD$ 的“映角点”, 延长 CP 交边 AB 于点 E , 求证: $\angle ADP = \angle CEB$.

24. 在学习“三角形的重心”一课时, 小王向同桌小刘提出两个问题: 四边形有没有? 如果有, 它的重心如何确定? 小刘在周末查阅了相关资料, 得到如下的信息: ①四边形有重心; ②当两个面积相等的三角形拼成一个四边形时, 四边形的重心是连接这两个三角形重心的线段的中点.

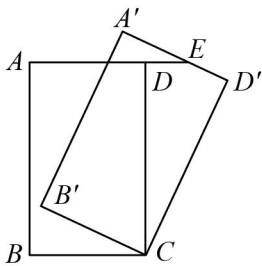
根据以上信息, 解决下列问题:

如图, 有两张全等的直角三角形纸片, 其中一张记为 $\text{Rt}\triangle ABC$, C 为直角顶点, $\frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$, 将这两个三角形拼成一个四边形, 使得斜边重合.

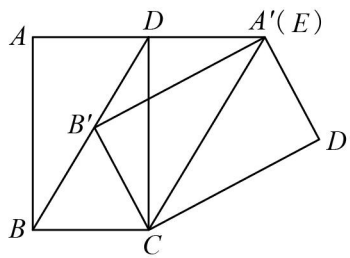


- (1) 请画出所有符合要求的四边形, 并指出所作四边形的重心 G ; (不用写作法, 写出结论)
- (2) 直接写出线段 AG 与线段 BG 的比值.

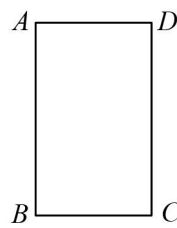
25. 将矩形 $ABCD$ 绕点 C 顺时针旋转, 当旋转到如图①所示的位置时, 得到矩形 $A'B'CD'$, 点 A, B, D 的对应点分别为点 A', B', D' , 设直线 AD 与直线 $A'D'$ 交于点 E .



图①



图②



备用图

- (1) 猜想 DE 与 $D'E$ 的数量关系, 并证明;
- (2) 如图②, 在旋转的过程中, 当点 B' 恰好落在矩形 $ABCD$ 的对角线 BD 上时, 点 A' 恰好落在 AD 的延长线上 (即点 A' 与点 E 重合), 连接 $A'C$, 求证: 四边形 $A'DBC$ 是平行四边形;
- (3) 在矩形 $ABCD$ 绕点 C 顺时针旋转的过程中, 若 $AB = 5$, $BC = 3$, 当 A', B', D 三点在同一条直线上时, 请求出 $A'D$ 的值.