

2025 学年第一学期期中考试七年级数学

(时间: 90 分钟 满分: 100 分)

注意: 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定位置作答, 在本试卷上答题无效

一、选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

$$\frac{x+1}{x-1}$$

1. 若分式 $\frac{x+1}{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 1$ B. $x \neq -1$ C. $x = 1$ D. $x = -1$

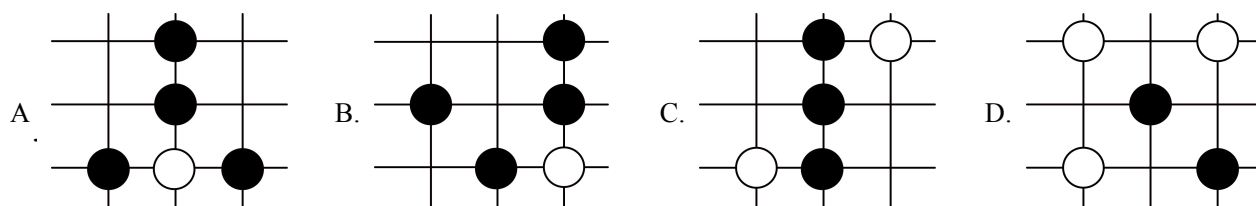
2. 下列计算中正确的是 ()

- A. $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ B. $a^3 \cdot a^3 = a^6$ C. $(ab)^{-1} = ab^{-1}$ D. $(a^4)^4 = a^8$

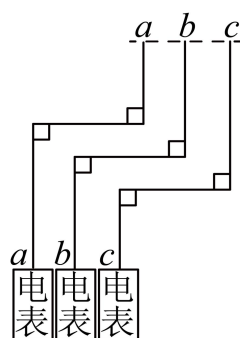
3. 下列各式中, 能用完全平方公式进行因式分解的是 ()

- A. $x^2 - 2x - 1$ B. $x^2 + 2x + 4$ C. $x^2 - 6x + 9$ D. $x^2 + \frac{1}{4}xy + \frac{1}{4}y^2$

4. 围棋起源于中国, 古代称之为“弈”, 至今已有 4 000 多年的历史. 以下是在棋谱中截取的四个部分, 由黑白棋子摆成的图案既不是轴对称图形又不是中心对称的是 ()



5. 如图, 有 a、b、c 三户家用电路接入电表, 相邻电路的电线等距排列, 则三户所用电线 ()



- A. a 户最长 B. b 户最长 C. c 户最长 D. 三户一样长

二、填空题 (第 15 题每空 1 分, 其余每空 2 分, 共 26 分)

6. 如果单项式 $-7a^m b$ 与 $2a^2 b^n$ 是同类项, 那么 $n-m$ 的值是_____.

7. 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{9-x^2}{x-3}$ 的值为 0.

8. 因式分解:

(1) $y^2 - 16x^2 =$ _____,

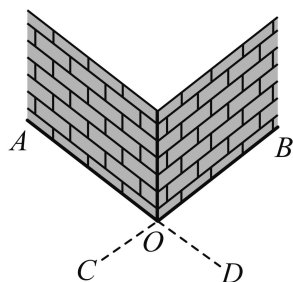
(2) $x^2 - 5xy - 6y^2 =$ _____.

9. 若 $\frac{m}{n} = \frac{3}{7}$, 那么 $\frac{m+n}{m-n} =$ _____.

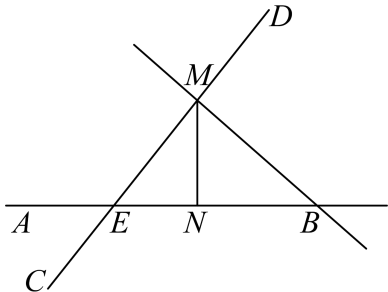
10. 已知 $ab = 1$, $a + b = 4\frac{1}{5}$, 则 $a^2b + ab^2 =$ _____.

11. 已知整式 $x^2 - x + k$ 可以因式分解为 $(x+m)(x-5)$, 则 m 的值为_____.

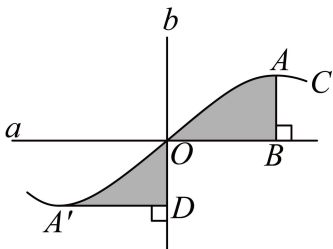
12. 如图, 要测量两堵围墙形成的 $\angle AOB$ 的度数, 先分别延长 AO 、 BO 得到 $\angle COD$, 然后通过测量 $\angle COD$ 的度数从而得到 $\angle AOB$ 的度数, 其中运用的原理是_____.



13. 如图, 直线 AB 、 CD 相交于点 E , $\angle AED = 130^\circ$, 则直线 AB 、 CD 的夹角是_____. 若 $BM \perp CD$ 于点 M , $MN \perp AB$ 于点 N , 则线段_____的长度表示点 E 到直线 MB 的距离.



14. 如图, 直线 a 、 b 垂直相交于点 O , 曲线 C 是关于点 O 的中心对称图形, 点 A 的对称点是 A' , $AB \perp a$ 于点 B , $A'D \perp b$ 于点 D , 若 $OB = 10$, $OD = 6$, 则阴影部分的面积之和_____.

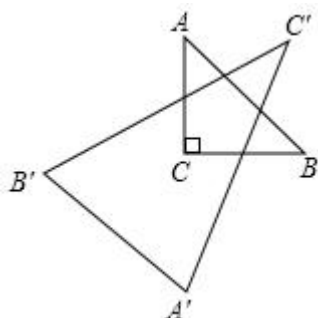


15. 我们知道, “整式乘法”与“因式分解”是互逆的变化过程. 类似地, “几个分式相加”与“将一个分式化成几个分式之和的形式”也是互逆的变化过程. 例如, 将 $\frac{2x-1}{x^2-x}$ 分式分解:

$\frac{2x-1}{x^2-x} = \frac{2x-1}{x(x-1)} = \frac{x+x-1}{x(x-1)} = \frac{x}{x(x-1)} + \frac{x-1}{x(x-1)} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x}$ ，若 $\frac{5x-4}{mx^2-3x+1}$ 可以分式分解为

$\frac{p}{x-1} + \frac{q}{2x-1}$ (其中 m 、 p 、 q 是常数). 则 $p = \underline{\hspace{2cm}}$, $q = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 A 关于 BC 边的对称点为 A' , 点 B 关于 AC 边的对称点为 B' , 点 C 关于 AB 边的对称点为 C' , $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积之比为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题 (第 17 题 8 分, 第 18 题 10 分; 第 19 题 6 分; 第 20 题 8 分, 第 21 题 9 分; 第 22 题 8 分; 第 23 题 10 分; 共 59 分)

17. 计算:

$$(1) (-1)^{2025} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - (\pi-4)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$(2) \frac{x^2-4}{x^2} \cdot \frac{1}{x+2} + \left(1 - \frac{2}{x}\right)$$

18. 解分式方程:

$$(1) \frac{2-x}{x-3} + 2 = \frac{1}{3-x}$$

$$(2) \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-x-2} = \frac{2}{x+1}$$

19. 下面是小明同学在作业计算 $a - \frac{4}{2-a} + 2$ 的过程, 请仔细阅读后解答下列问题:

小明的作业

$$a - \frac{4}{2-a} + 2$$

$$= a + 2 - \frac{4}{2-a} \quad \text{第一步}$$

$$= (2+a)(2-a) - 4 \quad \text{第二步}$$

$$= 4 - a^2 - 4 \quad \text{第三步}$$

$$= -a^2 \quad \text{第四步}$$

(1) 小明的作业是从第_____步开始出现错误的，错误的原因是_____；

(2) 已知 $a^2 + a = 2$ ，求 $a - \frac{4}{2-a} + 2$ 的值.

20. 如图，直线 AB 和 CD 相交于点 O ， OE 把 $\angle AOC$ 分成两部分，且 $\angle AOE : \angle COE = 2:3$ ， OF 平分 $\angle BOE$.

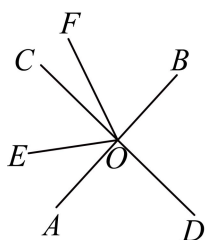


图1

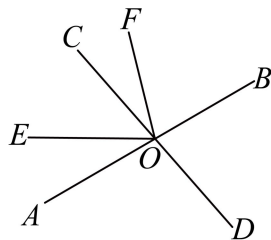
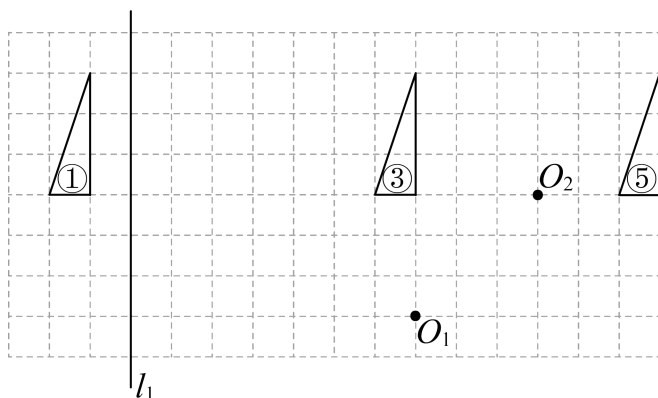


图2

(1) 如图 1，如果 $AB \perp CD$ ，求 $\angle BOF$ 的度数；

(2) 如图 2，如果 $\angle BOF = \angle AOC + 12^\circ$ ，则 $\angle BOF$ 的度数为_____.

21. 平移、旋转和轴对称是图形运动的基本形式. 图中的三角形①、③、⑤的顶点都在边长为 1 个单位长度的正方形网格点上.



(1) 如图，三角形③可以看成由三角形①经过一次_____得到（填“平移”“旋转”或“翻折”）；

也可以看作由三角形①先沿直线 l_1 翻折得到三角形②，再由三角形②沿直线 l_2 翻折得到三角形③，请在网格中作出三角形②和直线 l_2 .

(2) 通过问题 (1)，我们可以发现：图形的一次平移可以通过_____来实现.

(3) 基于问题 (2) 的发现，于是聪明的你提出一个猜想：图形的一次平移能否通过两次旋转实现？例如：

三角形⑤可以看成由三角形③经过一次平移得到；也可以看作三角形③先绕着点 O_1 _____（填“顺”

或“逆”)时针旋转_____. 得到三角形④: 再将三角形④绕着点 O_2 _____ (填“顺”或“逆”) 时针旋转_____. 得到三角形⑤. 完成以上填空并在网格中作出三角形④.

22. 某市为了做好“全国文明城市”验收工作, 计划对市区 S 米长的道路进行改造, 现安排甲、乙两个工程队进行施工.

(1) 已知甲工程队改造 360 米的道路与乙工程队改造 300 米的道路所用时间相同. 若甲工程队每天比乙工程队多改造 30 米, 求甲、乙两工程队每天改造道路的长度各是多少米.

(2) 若甲工程队每天可以改造 a 米道路, 乙工程队每天可以改造 b 米道路, (其中 $a \neq b$). 现在有两种施工改造方案:

方案一: 前 $\frac{1}{2}S$ 米的道路由甲工程队改造, 后 $\frac{1}{2}S$ 米的道路由乙工程队改造;

方案二: 完成整个道路改造前一半时间由甲工程队改造, 后一半时间由乙工程队改造.

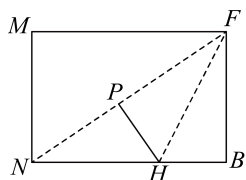
根据上述描述, 请你判断哪种改造方案所用时间少? 并说明理由.

23. 长方形纸片中的数学问题:

有一组兴趣小组的学生在积极探究长方形纸片中 (对边相等) 的数学问题. 通过折纸或者裁纸, 进行了如下的探究:

【探究一】:

如图, 将一张长方形纸片 $EFMN$ (其中 $EF = 3$, $EN = 4$) 沿虚线 FH 翻折, 点 E 正好落在对角线 FN 上点 P 处, 连接 PH , 已知 $FN = 5$, 求 EH 的长.



【探究二】:

如图, 为了将一张长方形纸片 $EFMN$ (其中, $MN = EF = a$, $EN = FM = b$) 拼接成新的图形 (其中, $b > a$), 我们进行如下的操作:

- ①先将纸片沿虚线 FH 剪开 (图 1);
- ②然后将直角梯形部分沿所剪的方向向下平移一段距离, 并将直角梯形沿虚线剪开 (图 2);
- ③再将剪得的四边形部分沿第一次所剪的方向向上平移 (图 3);
- ④得到新的图形 $ABCDEF$ (图 4)

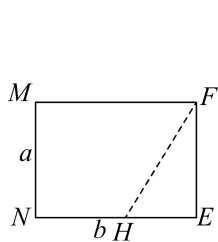


图1

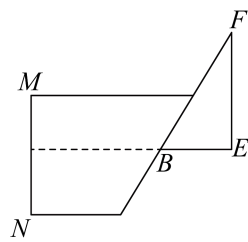


图2

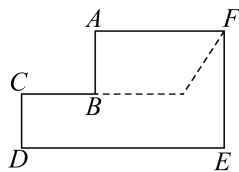


图3

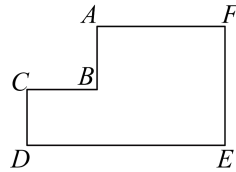


图4

(1) 新图形 $ABCDEF$ 的面积为_____，线段 EH (图2) 和线段 BC (图3) 有怎样的数量关系：

_____.

(2) 在图4中延长 AB 交 DE 于点 G ，如果 $AF = a$ ，四边形 $BCDG$ 是一个长方形，其中 $BC = 2m$ 、 $CD = m$.

(I) 用两个不同的代数式表示线段 AB 的长；

(II) 如果 $m = \frac{1}{2}a$ ，求 a 与 b 之间的数量关系.