

2024 学年第一学期初一年级数学期中考试试卷

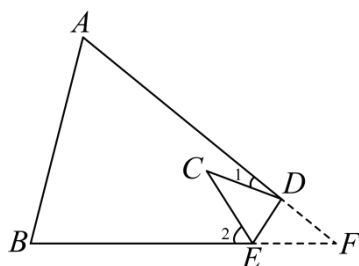
(科创班)

考试时间：90 分钟 满分：100 分

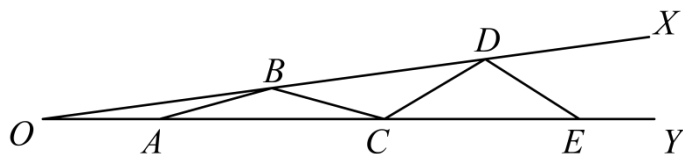
本场考试不允许使用计算器

一、填空题 (12 题, 每题 5 分, 共 60 分)

1. 如图, 在三角形纸片 ABC 中, $\angle A = 65^\circ$, $\angle B = 75^\circ$, 将纸片的一角折叠, 使点 C 落在 ABC 内, 若 $\angle 1 = 20^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____.



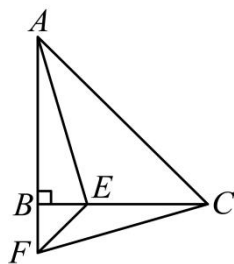
2. 如图, $OA = AB = BC = CD = DE$, 若 $\angle EDX = 40^\circ$, 则 $\angle XOY =$ _____.



3. 已知 $A = 5^{1992} + \frac{3}{2} \times 5^{1991} + \frac{1}{2} \times 5^{1990} + 5$ 是一个整数, 则 A 被 3 除所得的余数为 _____.

4. 回文数是指按数字从前往后和从后往前读都相同的正整数, 则最小的能被 99 整除的五位回文数是 _____.

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, F 为 AB 延长线上一点, 点 E 在 BC 上, $BE = BF$, 连结 AE , EF 和 CF , 此时, 若 $\angle CAE = 30^\circ$, 那么 $\angle EFC =$ _____.

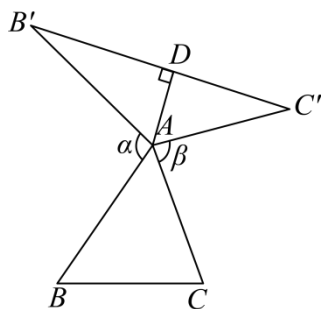


6. 质数 p 使得 $p^2 + 11$ 恰有 6 个不同的正约数, 则 $p =$ _____.

7. 一个等腰三角形一边上的高等于一边长度的一半, 则这个三角形的顶角是 _____.

8. 记 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{23} = \frac{n}{23!}$, 则 n 被 13 除所得的余数为_____.

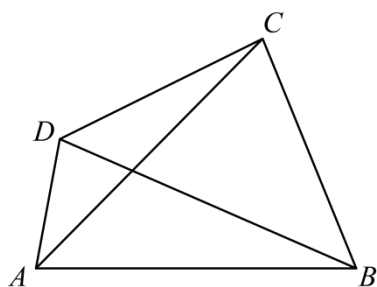
9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 将 AB 绕点 A 顺时针旋转 α 至 AB' , 将 AC 绕点 A 逆时针旋转 β 至 AC' ($0^\circ < \alpha < 180^\circ, 0^\circ < \beta < 180^\circ$), 得到 $\triangle AB'C'$, 使 $\angle BAC + \angle B'AC' = 180^\circ$, 我们称 $\triangle AB'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的“旋补三角形”, $\triangle AB'C'$ 的中线 AD 叫做 $\triangle ABC$ 的“旋补中线”, 点 A 叫做“旋补中心”. 下列结论正确的有_____.



- ① $\triangle ABC$ 与 $\triangle AB'C'$ 面积相同;
 ② $BC = 2AD$;
 ③若 $AB = AC$, 连接 BB' 和 CC' , 则 $\angle B'BC + \angle CC'B' = 180^\circ$;
 ④若 $AB = AC$, $AB = 4$, $BC = 6$, 则 $B'C' = 10$.

10. 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD = 49$, $BC = 60$, $CD = BD = 50$, 则四边形 $ABCD$ 的面积是_____.

11. 如图, 在凸四边形 $ABCD$ 中, $AB = AC = BD$, 且 $\angle DAB = 72^\circ$, $\angle ABC = 66^\circ$, 则 $\angle BCD =$ _____.



12. $21!$ 有超过 60000 个不同的正约数, 其中奇数与偶数的比为_____. 规定 $21! = 21 \times 20 \times 19 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$.

二、解答题 (4 题, 每题 10 分, 共 40 分)

13. 求所有的正整数 n , 使得 $6^n + 1$ 在十进制下的所有数字都相同,

14. 如图, 在 ABC 与 ADE 中, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, $AB = AC$, $AD = AE$, 延长 DE 交 BC 于点 F , 连接 CD 和 BE .

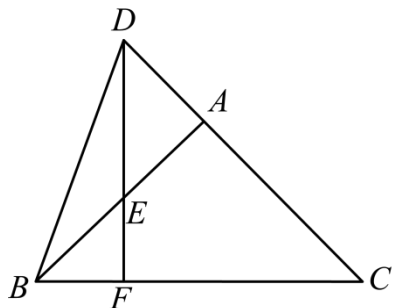


图1

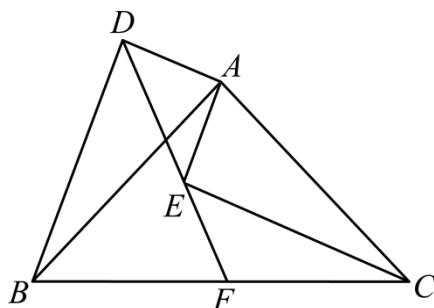
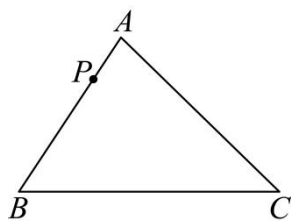


图2

(1) 如图 1, 当点 B, A, E 在同一直线上时, 若 $\angle ABD = 30^\circ$, $AE = 2$, 求 BC 的长;

(2) 如图 2, 当 F 是中点时, 求证: $AE \perp CE$.

15. 点 P 是 ABC 边 AB 上的任意一点, 且 $AP < BP$, 试过点 P 作一条直线, 使得分成的两部分面积相等, 并说明理由.



16. 求方程 $17(xyzt + xy + xt + zt + 1) - 54(yzt + y + t) = 0$ 的正整数解