

七宝鑫都 2024 学年第一学期七年级数学期中试卷

满分：100 分 时间：90 分钟

一. 选择题 (每题 3 分, 共 12 分)

1. 下列计算正确的是 ()

A. $3a - a = 3$

B. $x^2 + x^3 = x^5$

C. $5xy - 2xy = 3xy$

D. $4a^2b - 2a^2 = 2b$

2. 下列运算正确的是 ()

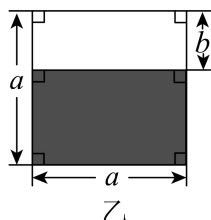
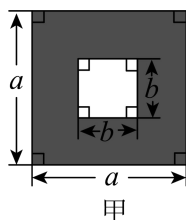
A. $x \cdot x^6 = x^6$

B. $(x^2)^3 = x^5$

C. $(x+2)^2 = x^2 + 4$

D. $(2x)^3 = 8x^3$

3. 如图, 设 $k = \frac{\text{甲图中阴影部分面积}}{\text{乙图中阴影部分面积}} (a > b > 0)$, 则有 ()



A. $k > 2$

B. $1 < k < 2$

C. $\frac{1}{2} < k < 1$

D. $0 < k < \frac{1}{2}$

4. 观察下列数字:

第 1 层 1 2

第 2 层 4 5 6

第 3 层 9 10 11 12

第 4 层 16 17 18 19 20

... ..

在上述数字宝塔中, 第 4 层的第 2 个数是 17, 则 2510 为第()层第()个数.

A. 49、10

B. 49、11

C. 50、10

D. 50、11

二. 填空题 (每空 2 分, 共 24 分)

5. 单项式 $\frac{2x^3y^3}{3}$ 的次数是_____.

6. 把多项式 $2x^2 - x^3y - y^3 + xy^2$ 按字母 y 降幂排列: _____.

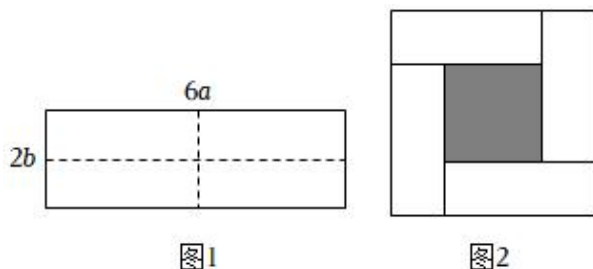
7. 计算: $3x^2 \cdot (-2xy^3) =$ _____

8. 若要使 $(x^2 + ax + 5) \cdot (-6x^3) + 6x^4$ 的展开式中不含 x^4 的项，则常数 a 的值为_____.

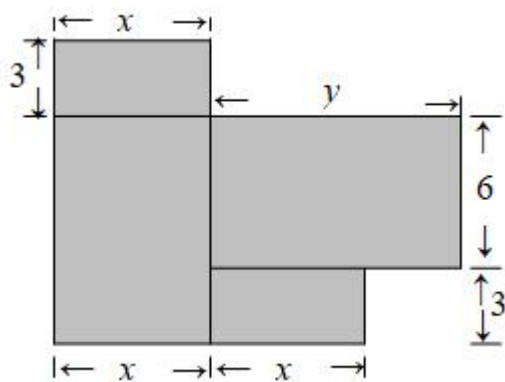
9. 计算: $(3x-1)(2x+1) =$ _____.

10. 若代数式 $-2020x^3y^{a+7}$ 与 $mx^{b+2}y^5$ 的和为零，则 $(a+b)^m$ 的值为_____.

11. 已知一个长为 $6a$ ，宽为 $2b$ 的长方形如图 1 所示，沿图中虚线裁剪成四个相同的小长方形，按图 2 的方式拼接，则阴影部分正方形的周长是 _____ (用含 a, b 的代数式表示)



12. 小明家最近刚购置了一套商品房，如图是这套商品房的平面图 (阴影部分) (单位: m). 若 $x = 5$, $y = 8$, 并且房价为每平方米 0.9 万元，则购买这套房子共需要_____万元?

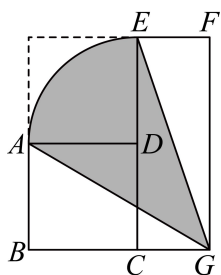


13. 某地对居民用电收费采用阶梯电价，具体收费的标准为：每月如果不超过 90 度，那么每度电价按 a 元收费，如果超过 90 度，超出部分电价按 b 元收费，某户居民一个月用电 120 度，该户居民这个月应交纳电费是_____元 (用含 a, b 的代数式表示).

14. 如果多项式 $9x^2 + 1$ 加上一个单项式 M 后能成为一个完全平方公式的展开式，试写出这个单项式 M (所有可能) _____.

15. 当 $x = 1$ 时，代数式 $ax^3 + bx + 1$ 的值为 2019，当 $x = -1$ 时，代数式 $ax^3 + bx + 1$ 的值为_____.

16. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 a ，长方形 $CEFG$ 的边 CE 长为 $2a$ ，边 CG 长为 b 。则以 D 为圆心， AD 为半径的弧与 GA 、 GE 所围成的阴影部分的面积是_____。(用含有 a, b 和 π 的代数式表示)



三. 计算题：(每题 5 分， 共 30 分)

17. 计算： $2(x^2)^3 - x(2x^3 - x)$

18. 计算： $2(x-y)^2 - (2x+y)(x-3y)$

19. 计算： $(2a-3b)^2(2a+3b)^2$

20. 计算： $\frac{1}{2}a^3b \cdot \left(\frac{2}{3}ab\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}a\right)^2 \cdot (ab)^4$

21. 计算： $(2x+y-3)(2x-y+3)$.

22. 解方程： $(1-3x)^2 + (2x-1)^2 = 13(x-1)(x+1)$.

四. 解答题 (第 23 题 6 分， 24 题 5 分， 25 题 7 分， 26、27 题， 每题 8 分， 共 34 分)

23. 先化简 $x(5x+3y)\left(2x-\frac{1}{3}y\right) - (4x^3y-8xy^3) + 2xy$ ， 再求值， 其中 $x=1$ ， $y=-3$.

24. 十•一黄金周期间，泗县运河人家风景区门票价格为：成人票每张 80 元，学生票每张 40 元，泗县某中学七年级有 x 名学生和 y 名老师；八年级学生人数是七年级学生人数的 $\frac{3}{2}$ 倍，八年级老师人数是七年级老师人数的 $\frac{6}{5}$ 倍；若他们一起去风景区.

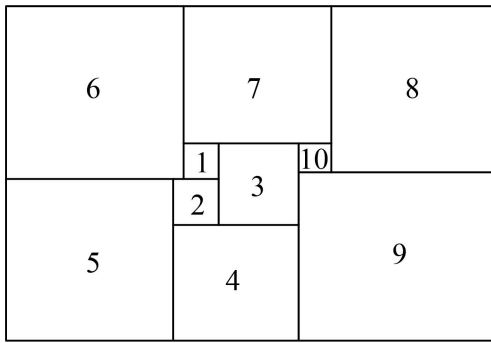
(1) 两个年级在该景点的门票费用分别为：七年级_____元；八年级_____元；(用含 x , y 的代数式表示)

(2) 若他们一起去风景区，则门票费用共需多少元？(用含 x , y 的代数式表示) 若 $x=200$, $y=10$ ，求两个年级门票费用的总和.

25. (1) 已知 $a+b=3$ ， $ab=2$ ， 可得： $a^2+b^2= \underline{\hspace{2cm}}$ ， $(a-b)^2= \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 已知 $a+b+c=6$ ， $ab+bc+ac=11$ ， 求 $a^2+b^2+c^2$ 的值.

26. 数学家莫伦在 1925 年发现了世界上第一个完美长方形. 如图，是一个完美长方形，它恰能被分割成 10 个大小不同的正方形. 其中，标注 (1)、(2) 的正方形边长分别为 x 、 y ，请你计算：



(1) 用含 x 、 y 的代数式表示：第 (4) 个正方形边长_____；第 (7) 个正方形边长_____；第 (10) 个正方形边长_____

(2) 如果 $x = 3$ ，求出第 (9) 个正方形的边长.

27. 阅读理解：

条件①：无论代数式 A 中的字母取什么值， A 都不小于常数 M ；条件②：代数式 A 中的字母存在某个取值，使得 A 等于常数 M ；我们把同时满足上述两个条件的常数 M 叫做代数式 A 的下确界.

例如： $x^2 + 2x + 5 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 - 1^2 + 5 = (x+1)^2 + 4$ ，

$$\because (x+1)^2 \geq 0,$$

$$\therefore x^2 + 2x + 5 \geq 4 \quad (\text{满足条件①})$$

当 $x = -1$ 时， $x^2 + 2x + 5 = 4$ (满足条件②)

$\therefore 4$ 是 $x^2 + 2x + 5$ 的下确界.

请根据上述材料，解答下列问题：

(1) 求 $x^2 - 4x + 1$ 的下确界.

(2) 若代数式 $2x^2 + mx + 3$ 的下确界是 1，求 m 的值.

(3) 求代数式 $x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 4y + 10$ 的下确界.