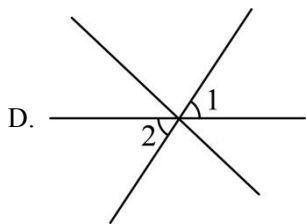
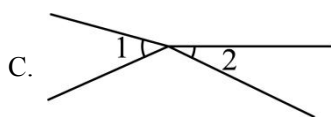
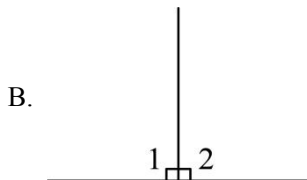
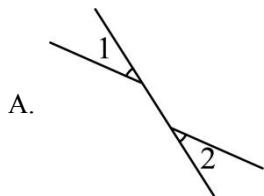


2024 学年第二学期七年级数学学科期中自适应练习

(考试时间 90 分钟，满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 8 题，每题 3 分，满分 24 分)

1. 下列图中， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角的是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了对顶角的定义，一个角的两边分别是另一个角的两边的反向延长线，像这样的两个角互为对顶角，由此逐项分析即可得解.

【详解】解：A、 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 不是对顶角，故不符合题意；

B、 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 不是对顶角，故不符合题意；

C、 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 不是对顶角，故不符合题意；

D、 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角，故符合题意；

故选：D.

2. 若三角形两边长分别为 5cm 和 9cm，则第三边长可能为 ()

A. 4cm

B. 9cm

C. 14cm

D. 20cm

【答案】B

【解析】

【分析】此题考查三角形的三边关系：任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边，根据三角形三边关系，两边之和大于第三边，两边之差小于第三边即可求解，掌握三角形三边关系是解题的关键.

【详解】解：设三角形的第三边长为 $a\text{cm}$,

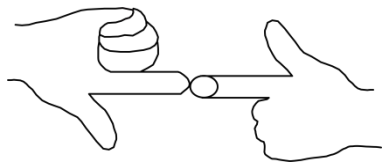
$$\therefore 9 - 5 < a < 9 + 5,$$

解得： $4 < a < 14$,

∴ 选项 B 符合题意,

故选: B.

3. 如图, 数学课上老师用双手形象地表示了“两条直线被第三条直线所截”图形 (两大拇指代表被截直线, 两食指代表截线, 被截直线和截线都在同一平面上), 那么这个图形表示的是 ()



A. 对顶角

B. 同位角

C. 内错角

D. 同旁内角

【答案】 C

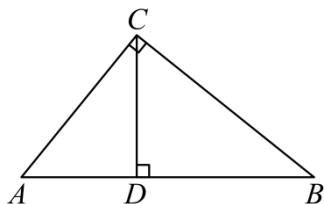
【解析】

【分析】 本题考查了对顶角、同位角、内错角、同旁内角的定义, 根据内错角的定义解答即可, 熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键.

【详解】 解: 两大拇指代表被截直线, 两食指代表截线, 被截直线和截线都在同一平面上, 那么这个图形表示的是内错角,

故选: C.

4. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的高, 那么表示点 A 到直线 BC 的距离是 ()



A. 线段 AC 的长度

B. 线段 CD 的长度

C. 线段 CB 的长度

D. 线段 AB 的长度

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了点到直线的距离, 根据点到直线的距离是指该点到直线的垂线段的长度, 即可得解.

【详解】 解: 由题意可得: 表示点 A 到直线 BC 的距离是线段 AC 的长度,

故选: A.

5. 下列命题是真命题的是 ()

A. 同旁内角互补

B. 面积相等的两个三角形是全等三角形

C. 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和

D. 如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行，那么这两个角相等

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质、三角形全等的判定、三角形外角的定义及性质、判断命题的真假，根据平行线的性质、三角形全等的判定、三角形外角的定义及性质逐项分析即可得解.

【详解】解：A、两直线平行，同旁内角互补，故原说法错误，是假命题，不符合题意；

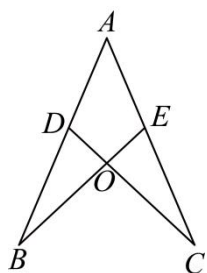
B、面积相等的两个三角形不一定是全等三角形，故原说法错误，是假命题，不符合题意；

C、三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和，故原说法正确，是真命题，符合题意；

D、如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行，那么这两个角相等或互补，故原说法错误，是假命题，不符合题意；

故选：C.

6. 如图，若 $AB = AC$ ，则添加下列一个条件后，仍无法判定 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 的是（ ）



A. $\angle B = \angle C$

B. $AE = AD$

C. $BE = CD$

D. $\angle AEB = \angle ADC$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SAS,AAS,ASA,SSS,HL，熟练掌握知识点是解题的关键.

根据 ASA 即可判断 A；根据 SAS 即可判断 B；根据 SSA 两三角形不一定全等即可判断 C；根据 AAS 即可判断 D.

【详解】解：A、根据 ASA($\angle A = \angle A$ ， $\angle C = \angle B$ ， $AB = AC$)能推出 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，正确，故本选项不符合题意；

B、根据 SAS($\angle A = \angle A$ ， $AB = AC$ ， $AE = AD$)能推出 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，正确，故本选项不符合题意；

C、两边和一角对应相等的两三角形不一定全等，错误，故本选项符合题意；

D、根据 AAS($\angle A = \angle A$ ， $AB = AC$ ， $\angle AEB = \angle ADC$)能推出 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，正确，故本不符合题意；

故选：C.

7. 满足下列条件的 $\triangle ABC$ 中，不可能是直角三角形的是 ()

A. $\angle A = 3\angle C$, $\angle B = 2\angle C$

B. $2\angle A = 2\angle B = \angle C$

C. $\angle A - \angle B = \angle C$

D. $\angle A = \angle B = 2\angle C$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了三角形内角和定理，根据三角形内角和定理逐项分析即可得解，熟练掌握三角形内角和定理是解此题的关键.

【详解】解：A、 $\because \angle A = 3\angle C$, $\angle B = 2\angle C$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$\therefore \angle C = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle A = 90^\circ$, 故是直角三角形，不符合题意；

B、 $\because 2\angle A = 2\angle B = \angle C$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle B = 45^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, 故是直角三角形，不符合题意；

C、 $\because \angle A - \angle B = \angle C$,

$\therefore \angle A = \angle C + \angle B$,

$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

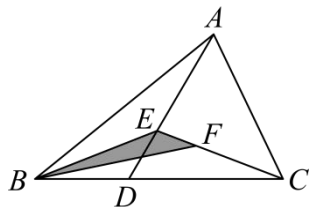
$\therefore \angle A = 90^\circ$, 故是直角三角形，不符合题意；

D、 $\because \angle A = \angle B = 2\angle C$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$\therefore \angle C = 36^\circ$, $\angle A = \angle B = 72^\circ$, 故不是直角三角形，符合题意；

故选：D.

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 D 是边 BC 上任意一点，点 E 在 AD 上， $DE = \frac{1}{3}DA$ ，点 F 在 CE 上， $EF = \frac{1}{4}EC$ ，连接 BE 、 BF 。如果 $\triangle ABC$ 的面积是 30 cm^2 ，那么 $\triangle BEF$ 的面积是 ()



A. $\frac{15}{8} \text{ cm}^2$

B. $\frac{5}{2} \text{ cm}^2$

C. $\frac{10}{3} \text{ cm}^2$

D. $\frac{15}{4} \text{ cm}^2$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查了与三角形面积有关的计算，由 $DE = \frac{1}{3}DA$ 得出 $S_{\triangle BDE} = \frac{1}{3}S_{\triangle ADB}$ ， $S_{\triangle CDE} = \frac{1}{3}S_{\triangle ACD}$ ，
 求出 $S_{\triangle BCE} = 10\text{cm}^2$ ，再由 $EF = \frac{1}{4}EC$ 计算即可得.

【详解】 解： $\because DE = \frac{1}{3}DA$ ，
 $\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{3}S_{\triangle ADB}$ ， $S_{\triangle CDE} = \frac{1}{3}S_{\triangle ACD}$ ，
 $\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle BDE} + S_{\triangle CDE} = \frac{1}{3}S_{\triangle ADB} + \frac{1}{3}S_{\triangle ACD} = \frac{1}{3}(S_{\triangle ADB} + S_{\triangle ACD}) = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} = 10(\text{cm}^2)$ ，
 $\because EF = \frac{1}{4}EC$ ，
 $\therefore S_{\triangle BEF} = \frac{1}{4}S_{\triangle BCE} = \frac{5}{2}(\text{cm}^2)$ ，

故选：B.

二、填空题（本大题共 10 题，每题 2 分，满分 20 分）

9. 写出任意一条本学期学过的公理：_____.

【答案】 平行公理：经过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行

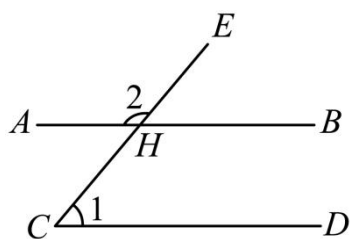
【解析】

【分析】 本题考查了数学知识，写出学过的公理即可，熟练掌握所学过的公理是解此题的关键.

【详解】 解：平行公理：经过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，

故答案为：平行公理：经过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行.

10. 如图，直线 AB 、 CD 被直线 CE 所截，如果 $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，那么 $\angle 2 =$ _____ $^\circ$.



【答案】 130

【解析】

【分析】 根据平行线的性质得出 $\angle CHB = 180^\circ - \angle 1 = 130^\circ$ ，然后根据对顶角相等即可求解.

【详解】 解： $\because AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，

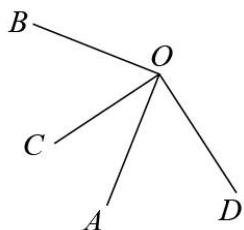
$$\therefore \angle CHB = 180^\circ - \angle 1 = 130^\circ$$

$$\therefore \angle 2 = \angle CHB = 130^\circ，$$

故答案为：130.

【点睛】 本题考查了平行线的性质，对顶角相等，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

11. 如图, $OA \perp OB$, $OD \perp OC$, O 为垂足, 若 $\angle AOC = 35^\circ$, 则 $\angle BOD =$ _____.



【答案】 145° ##145 度

【解析】

【分析】 根据垂直的定义得到 $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$, 而 $\angle AOC = 35^\circ$, 根据互余得 $\angle AOD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$, 所以 $\angle BOD = 90^\circ + 55^\circ = 145^\circ$.

【详解】 解: $\because OA \perp OB$, $OD \perp OC$,

$$\therefore \angle AOB = \angle COD = 90^\circ,$$

$$\because \angle AOC = 35^\circ,$$

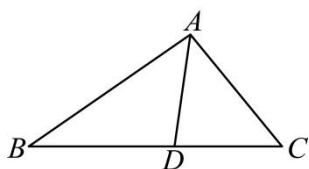
$$\therefore \angle AOD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 90^\circ + 55^\circ = 145^\circ.$$

故答案为 145° .

【点睛】 本题考查了垂直的定义, 角的和差等, 熟练掌握垂直的定义是解题的关键.

12. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 如果 $\angle B = 35^\circ$, $\angle ADC = 82^\circ$, 那么 $\angle BAC =$ _____ $^\circ$.



【答案】 94

【解析】

【分析】 本题考查了三角形外角的定义及性质、角平分线的定义, 先由三角形外角的定义及性质求出 $\angle BAD = \angle ADC - \angle B = 47^\circ$, 再由角平分线的定义求解即可.

【详解】 解: $\because \angle B = 35^\circ$, $\angle ADC = 82^\circ$,

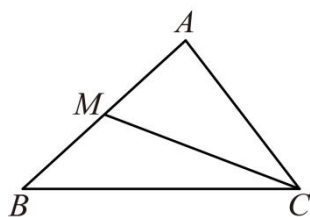
$$\therefore \angle BAD = \angle ADC - \angle B = 47^\circ,$$

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,

$$\therefore \angle BAC = 2\angle BAD = 94^\circ,$$

故答案为: 94.

13. 如图, CM 是 $\triangle ABC$ 的中线, $BC = 8\text{cm}$, 若 $\triangle BCM$ 的周长比 $\triangle ACM$ 的周长大 2cm , 则 AC 的长为_____ cm .



【答案】 6

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形的中线的定义, 根据中线的定义得出 $AM = BM$, 由 $\triangle BCM$ 的周长比 $\triangle ACM$ 的周长大 2cm , 得 $BC - AC = 2$, 代入即可求解, 熟练掌握三角形中线的有关计算是解题的关键.

【详解】 $\because CM$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$$\therefore AM = BM,$$

由 $\triangle BCM$ 的周长为 $BC + BM + MC$, $\triangle ACM$ 的周长 $AC + AM + MC$,

$\therefore \triangle BCM$ 的周长比 $\triangle ACM$ 的周长大 2cm ,

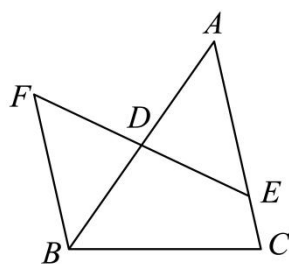
$$\therefore BC + BM + MC - (AC + AM + MC) = BC - AC = 2,$$

$$\therefore BC = 8\text{cm},$$

$$\therefore AC = 6\text{cm},$$

故答案为: 6.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 AB 的中点, E 是边 AC 上一点, 过点 B 作 $BF \parallel AC$, 交 ED 的延长线于点 F , 如果 $AC = 12$, $BF = 9$, 那么 CE 的长为_____.



【答案】 3

【解析】

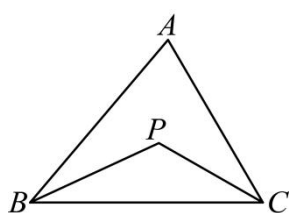
【分析】 本题考查了平行线的性质、全等三角形的判定与性质, 由题意可得 $AD = BD$, 由平行线的性质可得 $\angle F = \angle DEA$, $\angle DBF = \angle A$, 证明 $\triangle BDF \cong \triangle ADE$ (AAS), 得出 $AE = BF = 9$, 即可得解.

【详解】 解: $\because D$ 是边 AB 的中点,

$$\begin{aligned}
&\therefore AD = BD, \\
&\therefore BF \parallel AC, \\
&\therefore \angle F = \angle DEA, \quad \angle DBF = \angle A, \\
&\therefore \triangle BDF \cong \triangle ADE \text{ (AAS)}, \\
&\therefore AE = BF = 9, \\
&\therefore CE = AC - AE = 3,
\end{aligned}$$

故答案为：3.

15. 如图，已知 BP ， CP 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ 的平分线，如果 $\angle A = 70^\circ$ ，那么 $\angle P =$ _____.



【答案】 125°

【解析】

【分析】 本题考查了三角形内角和定理、角平分线的定义，由三角形内角和定理求出

$\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 110^\circ$ ，由角平分线的定义可得 $\angle CBP = \frac{1}{2}\angle ABC$ ， $\angle BCP = \frac{1}{2}\angle ACB$ ，求出 $\angle CBP + \angle BCP = 55^\circ$ ，再由三角形内角和定理计算即可得解.

【详解】 解： $\because \angle A = 70^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 110^\circ,$$

$\because BP$ ， CP 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ 的平分线，

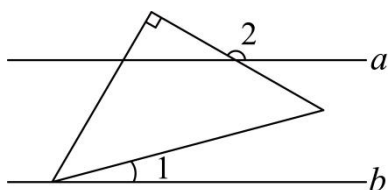
$$\therefore \angle CBP = \frac{1}{2}\angle ABC, \quad \angle BCP = \frac{1}{2}\angle ACB,$$

$$\therefore \angle CBP + \angle BCP = \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle P = 180^\circ - (\angle CBP + \angle BCP) = 125^\circ,$$

故答案为： 125° .

16. 将等腰直角三角板按如图的方式摆放，如果 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 15^\circ$ ，那么 $\angle 2 =$ _____ $^\circ$.

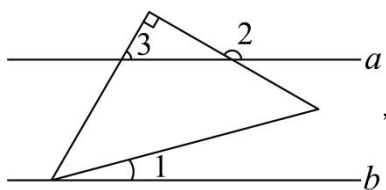


【答案】 150

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质、三角形外角的定义及性质，由平行线的性质可得 $\angle 3 = \angle 1 + 45^\circ = 60^\circ$ ，再由三角形外角的定义及性质计算即可得解.

【详解】 解：如图：



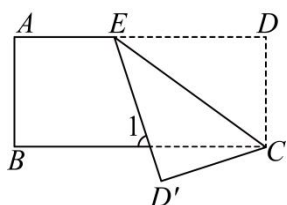
$\because a \parallel b$,

$\therefore \angle 3 = \angle 1 + 45^\circ = 60^\circ$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3 + 90^\circ = 150^\circ$,

故答案为：150.

17. 如图，长方形 $ABCD$ 的四个内角都是 90° ，点 E 在 AD 上，将 $\triangle CDE$ 沿 CE 翻折得到 $\triangle CD'E$ ，点 D 与点 D' 对应，如果 $\angle ECB$ 比 $\angle D'CB$ 大 18° ，那么 $\angle 1 =$ _____.



【答案】 72° ## 72 度

【解析】

【分析】 本题考查了折叠的性质、平行线的性质，设 $\angle D'CB = x^\circ$ ，则 $\angle ECB = (x + 18)^\circ$ ， $\angle ECD' = (2x + 18)^\circ$ ，由折叠的性质可得 $\angle ECD = \angle ECD' = (2x + 18)^\circ$ ， $\angle DEC = \angle D'EC$ ，求出 $\angle ECB = 36^\circ$ ，由平行线的性质可得 $\angle DEC = \angle ECB = 36^\circ$ ， $\angle 1 = \angle DED'$ ，计算即可得解.

【详解】 解：设 $\angle D'CB = x^\circ$ ，则 $\angle ECB = (x + 18)^\circ$ ，

$\therefore \angle ECD' = (2x + 18)^\circ$ ，

由折叠的性质可得: $\angle ECD = \angle ECD' = (2x + 18)^\circ$, $\angle DEC = \angle D'EC$,

$$\therefore \angle ECD + \angle ECB = 90^\circ,$$

$$\therefore 2x + 18 + x + 18 = 90,$$

解得: $x = 18$,

$$\therefore \angle ECB = 36^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为长方形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

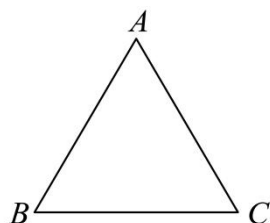
$$\therefore \angle DEC = \angle ECB = 36^\circ, \quad \angle 1 = \angle DED',$$

$$\therefore \angle DEC = \angle D'EC = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle DED' = \angle DEC + \angle D'EC = 72^\circ,$$

故答案为: 72° .

18. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 三条边的长都为 10 cm , 三个内角都相等, 点 P 、 Q 同时从点 A 出发, 点 P 以每秒 1 cm 速度沿 AB 向点 B 运动, 点 Q 以每秒 4 cm 速度沿折线 $A - C - B$ 运动, 当点 Q 到达点 B 时, 点 P 也同时停止运动. 如果点 Q 在边 BC 上, 且以 A 、 B 、 C 中的两点和点 Q 为顶点构成的三角形与 $\triangle PAC$ 全等, 那么运动的时间为_____秒.



【答案】 2 或 $\frac{10}{3}$ 或 4.

【解析】

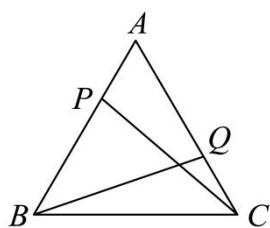
【分析】 本题主要考查全等三角形的判定、等边三角形的性质等知识, 学会用分类讨论的思想思考问题是解题的关键.

分当点 Q 在 AC 上时以及当点 Q 在 BC 上时的有两种情形 $CQ = AP$ 或 $BQ = PA$ 满足条件, 分别构建方程求解即可.

【详解】 解: 当点 Q 在 AC 上时, $CQ = PA$ 时, $\triangle BCQ \cong \triangle CAP$,

$$\therefore AP = t, AQ = 4t, CQ = 10 - 4t,$$

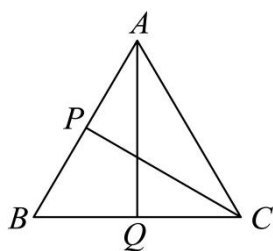
$$\therefore t = 10 - 4t, \text{ 解得: } t = 2.$$



当点 Q 在 BC 上时,

如图: 当 $CQ = AP$ 时, $\triangle ACQ \cong \triangle CAP$, $AP = t$, $CQ = 4t - 10$, $BQ = 20 - 4t$;

$$\therefore 4t - 10 = t, \text{ 解得: } t = \frac{10}{3};$$



如图: 当 $BQ = PA$ 时, $\triangle ABQ \cong \triangle CAP$,

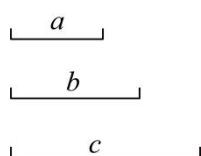
$$\therefore 20 - 4t = t, \text{ 解得 } t = 4,$$

综上所述, 满足条件的 t 的值为 2 或 $\frac{10}{3}$ 或 4.

故答案为: 2 或 $\frac{10}{3}$ 或 4.

三、解答题 (本大题共 8 题, 第 19 题至第 22 题每题 6 分, 第 23 题和第 24 题每题 7 分, 第 25 题 8 分, 第 26 题 10 分, 满分 56 分)

19. 根据下列要求画图, 并回答问题:



(1) 画图: (不要求写作法, 保留作图痕迹, 并要写结论)

①画 $\triangle ABC$, 使 $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$;

②分别画出边 AB 、 BC 上的高 CH 、 AG ;

(2) 在 (1) 的图形中, 如果 $CH = 4$, 那么 $AG =$ _____. (用含 a 、 c 的代数式表示)

【答案】(1) ①见解析; ②见解析

$$(2) \frac{4c}{a}$$

【解析】

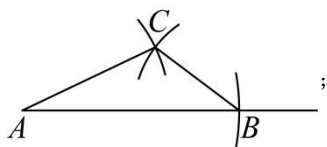
【分析】 本题考查了尺规作图—作三角形、作垂线，三角形面积公式，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键.

(1) ①先作射线，再在射线上截取 $AB = c$ ，再以 B 为圆心， a 为半径画弧，以 A 为圆心， b 为半径画弧，两弧交于点 C ，连接 AC 、 BC ，则 $\triangle ABC$ 即为所求；②以 C 为圆心， CB 为半径画弧交 AB 于 P ，分别以 P 、 B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}PB$ 为半径画弧交于点 Q ，作射线 CQ 交 AB 于 H ，这高 CH ，同理可得高 AG ；

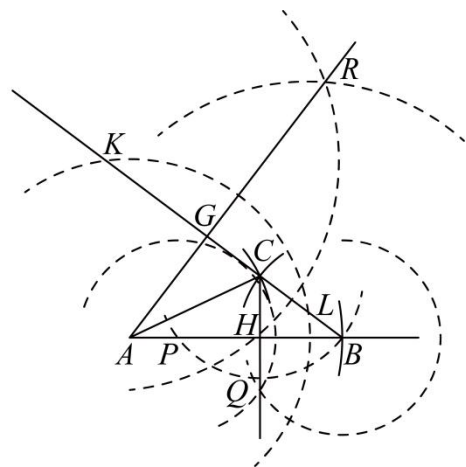
(2) 由等面积法计算即可得解.

【小问 1 详解】

解：①如图： $\triangle ABC$ 即为所求，



②如图：边 AB 、 BC 上的高 CH 、 AG 即为所求，



【小问 2 详解】

解： $\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} BC \cdot AG$ ， $CH = 4$ ， $AB = c$ ， $BC = a$ ，

$$\therefore AG = \frac{4c}{a}.$$

20. 如图，已知： D 、 E 是线段 AB 上的点， F 是线段 AC 上的点， $EF \parallel DC$ ， H 是线段 BC 上的点，且 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$. 求证： $\angle A = \angle BDH$. 把以下证明过程补充完整.

证明： $\because EF \parallel DC$ ，

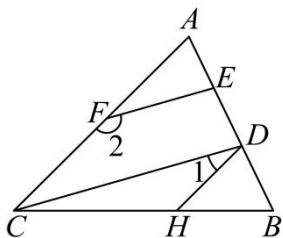
$$\therefore \angle 2 + \angle \underline{\hspace{2cm}} = 180^\circ \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{)}.$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}} \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{)}.$$

$\therefore \angle A = \angle BDH$ (_____).



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定与性质，由两直线平行，同旁内角互补结合题意得出 $\angle 1 = \angle DCF$ ，从而推出 $AC \parallel DH$ ，再由平行线的性质即可得解。

【详解】证明： $\because EF \parallel DC$,

$\therefore \angle 2 + \angle DCF = 180^\circ$ (两直线平行，同旁内角互补).

$\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle DCF$.

$\therefore AC \parallel DH$ (内错角相等，两直线平行).

$\therefore \angle A = \angle BDH$ (两直线平行，同位角相等).

21. 如图, 已知: $\angle 1 = \angle 2$, $AB = AC$, $AD = AE$, 且 B 、 C 、 D 三点在同一直线上. 求证: $\angle B = \angle ACE$. 把以下证明过程补充完整.

证明: $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle 1 + \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle 2 + \angle \underline{\hspace{2cm}}$.

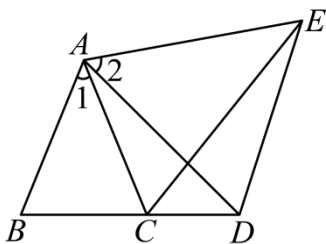
$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}}$.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AB = AC \\ \angle \underline{\hspace{1cm}} = \angle \underline{\hspace{1cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (_____).

$\therefore \angle B = \angle ACE$ (_____).



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质，由 $\angle 1 = \angle 2$ 得出 $\angle BAD = \angle CAE$ ，再证明

$\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS) 即可得解.

【详解】证明： $\because \angle 1 = \angle 2$,

$$\therefore \angle 1 + \angle CAD = \angle 2 + \angle CAD.$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE.$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle B = \angle C \text{ (全等三角形对应角相等)}.$$

22. 如图, 已知: AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, BE 和 CF 都垂直于直线 AD , 垂足分别为点 E 、 F . 求证: $BE = CF$.

证明: $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

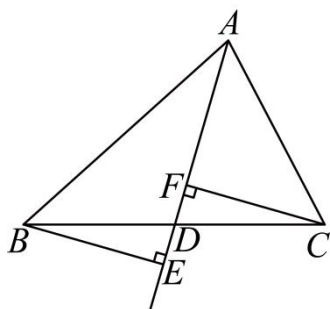
$$\therefore \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\because BE \perp AD, CF \perp AD,$$

$$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ, \angle \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}}.$$

(请完成后面的证明过程)



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质，由题意可得 $BD = CD$ ，由垂线的定义可得 $\angle CFD = \angle BED$ ，

证明 $\triangle BDE \cong \triangle CDF$ (AAS) 即可得证.

【详解】证明： $\because AD$ 是 ABC 的中线，

$$\therefore BD = CD.$$

$$\because BE \perp AD, CF \perp AD,$$

$$\therefore \angle BED = 90^\circ, \angle CFD = 90^\circ.$$

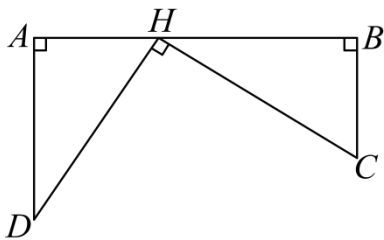
$$\therefore \angle CFD = \angle BED,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle CDF,$$

$$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDF (\text{AAS}),$$

$$\therefore BE = CF.$$

23. 公路上 A 、 B 两车站相距 5 千米， C 、 D 为公路同侧的两所学校， $DA \perp AB$ ， $CB \perp AB$ ，垂足分别为点 A 、 B （如图所示）， $DA = 3$ 千米．现要在公路 AB 上建一报亭 H （ $AH < BH$ ），使得 C 、 D 两所学校到 H 的距离相等，且 $\angle DHC = 90^\circ$ ，问：报亭 H 应建在距离 B 站多远处？学校 C 到公路的距离是多少千米？



【答案】报亭 H 应建在距离 B 站 3 千米处，学校 C 到公路的距离是 2 千米

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质，由垂线的定义可得 $\angle DAH = \angle HBC = 90^\circ$ ，再证明 $\triangle ADH \cong \triangle HCB$ （AAS），得出 $BH = AD = 3$ 千米， $BC = AH$ ，即可得解．

【详解】解： $\because DA \perp AB$ ， $CB \perp AB$ ，

$$\therefore \angle DAH = \angle HBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D + \angle AHD = 90^\circ,$$

$$\because \angle DHC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CHB + \angle AHD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CHB = \angle D,$$

$$\therefore DH = CH,$$

$$\therefore \triangle ADH \cong \triangle HCB (\text{AAS}),$$

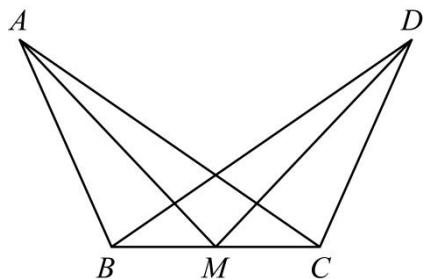
$$\therefore BH = AD = 3 \text{ 千米}, BC = AH,$$

$$\therefore AH = AB - BH = 2 \text{ 千米},$$

$$\therefore BC = AH = 2 \text{ 千米},$$

$\therefore$ 报亭 H 应建在距离 B 站 3 千米处, 学校 C 到公路的距离是 2 千米.

24. 如图, 已知: $AB = DC$, $BM = CM$, $AC = DB$. 求证: $AM = DM$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质, 先证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SSS), 得出 $\angle ABC = \angle DCB$, 再证明 $\triangle ABM \cong \triangle DCM$ (SAS) 即可得证.

【详解】证明: 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中,

$$\begin{cases} AB = DC \\ BM = CM, \\ AC = DB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle ABC = \angle DCB,$$

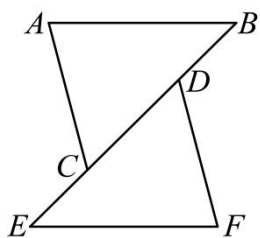
在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle DCM$ 中,

$$\begin{cases} AB = DC \\ \angle ABM = \angle DCM, \\ BM = CM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle DCM \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AM = DM.$$

25. 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, 点 E , C , D , B 在同一直线上. 现有以下四个条件: ① $AB \parallel EF$; ② $AB = EF$; ③ $AC = DF$; ④ $BD = CE$. 请以其中三个作为条件, 余下的一个作为结论, 写出两个真命题, 并加以证明.



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质，先写出两个真命题，再利用全等三角形的判定与性质、平行线的判定与性质证明即可得解.

【详解】解：条件：②③④，证明①；

证明如下： $\because BD = CE$,

$\therefore BD + DC = CE + DC$ ，即 $BC = DE$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FED$ 中，

$$\begin{cases} AB = EF \\ AC = DF, \\ BC = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FED (SSS)$,

$\therefore \angle B = \angle E$,

$\therefore AB \parallel EF$;

条件：①②④，证明③；

证明如下： $\because AB \parallel EF$,

$\therefore \angle B = \angle E$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FED$ 中，

$$\begin{cases} AB = EF \\ \angle B = \angle E, \\ BC = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FED (SAS)$,

$\therefore AC = DF$

26. 如图-1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, AD 平分 $\angle CAB$, 点 E 在边 AC 上, 点 F 在线段 CD 上, $\angle CFE = 45^\circ$, 将 $\triangle CEF$ 绕点 C 以每秒 5° 的速度按逆时针方向旋转, 旋转时间为 t 秒, 旋转角度为 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 直线 EF 分别与线段 AD 、 AB 交于点 M 、 N .

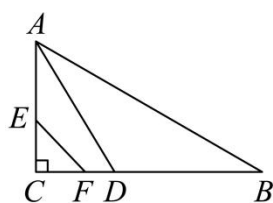


图-1

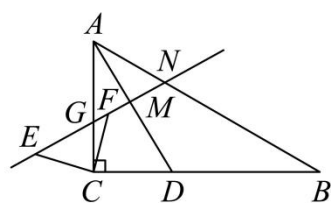
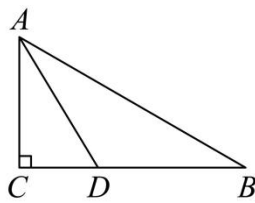


图-2



备用图

- (1) 如图-2, 当 $t = 15$ 秒时, 判断直线 EF 与 AD 之间的位置关系, 并说明理由;
- (2) 如果 $EF \parallel AD$, 求出此时 t 的值;
- (3) 如果 $\triangle AMN$ 中有两个内角相等, 请直接写出此时旋转角 α 的度数.

【答案】 (1) 直线 EF 与 AD 的位置关系是垂直. 理由见解析

(2) 当 $t = 33$ 时, 使得 $EF \parallel AD$.

(3) 45° 或 90°

【解析】

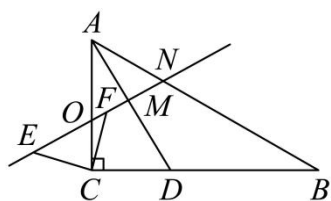
【分析】 本题主要考查了平行线的性质, 三角形内角和定理的应用, 三角形外角的性质等知识点, 是掌握数形结合以及分类讨论思想是解题的关键.

- (1) 根据题中条件, 求得 $\angle AOM = \angle EOC = 60^\circ$, 由此可求得 $\angle AME = 90^\circ$, 即 $EF \perp AD$ 即可解答;
- (2) 先根据画出图形, 根据平行线的性质、旋转的性质解答即可;
- (3) 分 $\angle MAN = \angle ANM = 30^\circ$ 和 $\angle AMN = \angle ANM$ 两种情况, 分别根据三角形内角和定理、旋转的性质求解即可.

【小问 1 详解】

解: 直线 EF 与 AD 的位置关系是垂直. 理由如下:

如图所示, EF 与 AC 交于点 O ,



$$\therefore \angle ACB = 90^\circ, \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore AD \text{ 平分 } \angle CAB,$$

$$\therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ,$$

当 $t = 15$ 时, 根据由旋转可知: $\angle ECA = 75^\circ$,

$$\therefore \angle EOC = 180^\circ - \angle ECA - \angle FEC = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOM = \angle EOC = 60^\circ,$$

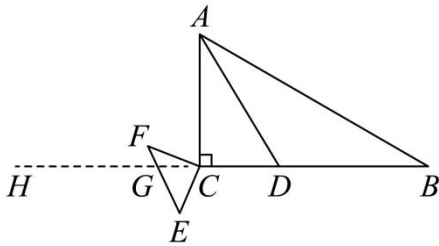
$$\therefore \angle CAD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AME = 90^\circ,$$

$\therefore$ 直线 EF 与 AD 的位置关系是垂直.

【小问 2 详解】

解: 如图, 延长 BC 交 EF 于点 G ,



$$\therefore \angle ACB = 90^\circ, \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore AD \text{ 平分 } \angle CAB,$$

$$\therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore EF \parallel AD,$$

$$\therefore \angle FGH = \angle ADC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle GCF = \angle FGH - \angle EFC = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF = 180^\circ - \angle GCF = 165^\circ,$$

$$\therefore t = 165 \div 5 = 33.$$

综上分析可知: $t = 33$ 时, 使得 $EF \parallel AD$.

【小问 3 详解】

解: 由题意可知, $\angle MAN = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ$,

①如图: 当 $\angle MAN = \angle ANM = 30^\circ$,

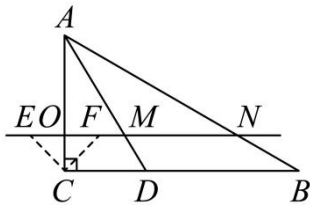
$$\therefore \angle AON = 180^\circ - \angle CAB - \angle ONA = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EOC = \angle AON = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CFE = 45^\circ, \angle EOF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEF = 45^\circ$$

$\therefore \angle ECO = 45^\circ$, 即当 $\triangle CEF$ 旋转 $\alpha = 45^\circ$ 时, $\triangle AMN$ 中有两个角相等.



②当 $\angle AMN = \angle ANM$ 时,

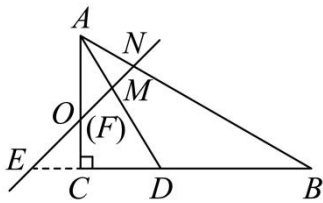
$$\therefore \angle DAB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AMN = \angle ANM = \frac{180^\circ - \angle DAB}{2} = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle AON = 180^\circ - \angle CAB - \angle ANO = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ, \text{ 即 } \angle EOC = \angle AON = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CEF = 45^\circ,$$

$\therefore \angle ECO = 90^\circ$, 即当 CE 旋转 $\alpha = 90^\circ$ 时, $\triangle AMN$ 中有两个角相等;



综上所述: $\triangle AMN$ 中有两个内角相等, 此时旋转角 α 的度数为 45° 或 90° .