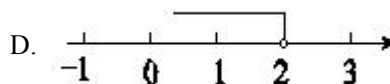
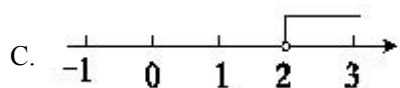
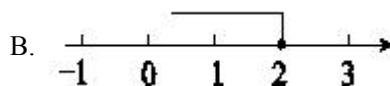
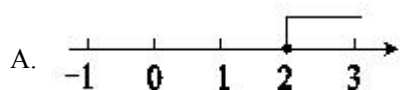


# 2024 学年度第二学期期末考试七年级数学试卷

完卷时间 90 分钟；满分 100 分

## 一、选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. 不等式  $x \leq 2$  的解集在数轴上表示为( )



【答案】B

【解析】

【分析】数轴上的数右边的数总是大于左边的数，因而不等式  $x \leq 2$  的解集是指 2 以及 2 左边的部分.

【详解】选项 A 表示  $x \geq 2$ ，选项 C 表示  $x > 2$ ，选项 D 表示  $x < 2$ ，只有选项 B 表示  $x \leq 2$ .

故答案选 B.

【点睛】本题考查的知识点是在数轴上表示不等式的解集，解题的关键是熟练掌握在数轴上表示不等式的解集.

2. 下列命题中，真命题是 ( )

A. 真命题的逆命题一定是真命题

B. 两边分别平行的两个角相等

C. 等角的余角相等

D. 过一点有且只有一条直线与已知直线平行

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了命题的判断，根据逆命题、平行线的性质，平行公理，等角的余角相等，逐项分析判断，即可求解.

【详解】解：A. 真命题的逆命题不一定是真命题，故该选项不符合题意；

B. 两边分别平行的两个角相等或互补，原命题是假命题，故该选项不符合题意；

C. 等角的余角相等，故该选项符合题意；

D. 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，故该选项不符合题意；

故选：C.

3. 若长度分别为  $a, 3, 5$  的三条线段能组成一个三角形，则  $a$  的值可以是 ( )

A. 1

B. 2

C. 3

D. 8

【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形三边关系可得  $5-3 < a < 5+3$ ，解不等式即可求解.

【详解】由三角形三边关系定理得：  $5-3 < a < 5+3$ ,

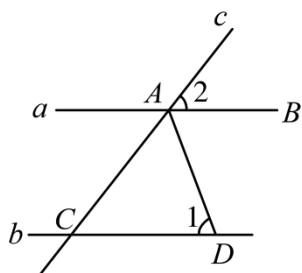
即  $2 < a < 8$ ,

由此可得，符合条件的只有选项 C,

故选：C.

【点睛】本题考查了三角形三边关系，解题的关键是能根据三角形的三边关系定理得出  $5-3 < a < 5+3$ ，注意：三角形的两边之和大于第三边，三角形的两边之差小于第三边.

4. 如图，直线  $a \parallel b$ ，直线  $c$  分别交  $a, b$  于点  $A, C$ ， $\angle BAC$  的平分线交直线  $b$  于点  $D$ ，若  $\angle 1=50^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数是( )



A.  $50^\circ$

B.  $70^\circ$

C.  $80^\circ$

D.  $110^\circ$

【答案】C

【解析】

【分析】根据平行线的性质可得  $\angle BAD = \angle 1$ ，再根据  $AD$  是  $\angle BAC$  的平分线，进而可得  $\angle BAC$  的度数，再根据补角定义可得答案.

【详解】解：因为  $a \parallel b$ ,

所以  $\angle 1 = \angle BAD = 50^\circ$ ,

因为  $AD$  是  $\angle BAC$  的平分线,

所以  $\angle BAC = 2\angle BAD = 100^\circ$ ,

所以  $\angle 2 = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ .

故选：C.

【点睛】本题考查的知识点是平行线的性质，解题关键是掌握两直线平行，内错角相等.

5. 若线段  $AM, AN$  分别是  $\triangle ABC$  边上的高线和中线，则 ( )

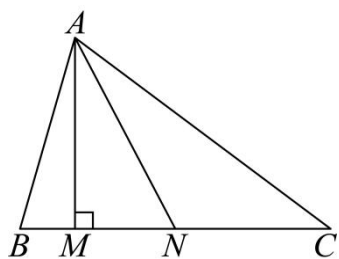
- A.  $AM > AN$                       B.  $AM \geq AN$                       C.  $AM < AN$                       D.  $AM \leq AN$

【答案】D

【解析】

【分析】画出符合题意的图形，根据点到直线的距离，垂线段最短，等腰三角形的三线合一，逐一判断各选项可得答案.

【详解】解：如图， $AM$  是  $ABC$  的高， $AN$  是  $ABC$  的中线，



$\therefore AM \leq AN$  当  $ABC$  为等腰三角形，且  $AB = AC$  时，等号成立.

故 A、B、C 错误，D 正确，

故选 D.

【点睛】本题考查的是点到直线的距离，垂线段最短，等腰三角形的三线合一，三角形的高，中线的含义，掌握以上知识是解题的关键.

6. 3月12日是我国的植树节，某校学生会组织七年级和八年级共65名同学参加植树活动，七年级学生平均每人植2棵树，八年级学生平均每人植4棵树，为了保证植树总数不少于220棵，则八年级学生参加活动的人数至少需（ ）

- A. 50 名                      B. 45 名                      C. 40 名                      D. 35 名

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查用一元一次不等式解决实际问题，解题关键是根据题意列出不等式. 设需要  $x$  名八年级学生参加活动，则参加活动的七年级学生为  $(65 - x)$  名，由“保证植树总数不少于220棵”列出不等式求解即可.

【详解】解：设需要  $x$  名八年级学生参加活动，则参加活动的七年级学生为  $(65 - x)$  名，

由题意得，

$$4x + 2(65 - x) \geq 220,$$

解得， $x \geq 45$ ，

∴ 八年级学生参加活动的人数至少需 45 名.

故选: B.

## 二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 根据要求写出不等式 “ $x$  的一半与  $y$  的 2 倍的和是非负数”: \_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{1}{2}x + 2y \geq 0$

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的列法, 熟悉掌握不等式的列式方法是解题的关键.

根据题意列出式子即可.

【详解】 解: 由题意可得:  $\frac{1}{2}x + 2y \geq 0$ ;

故答案为:  $\frac{1}{2}x + 2y \geq 0$ .

8. 不等式  $6 - 2x > 1$  的非负整数解是\_\_\_\_\_;

【答案】 0, 1, 2

【解析】

【分析】 本题考查解一元一次不等式, 解出不等式的解集即可求解.

【详解】 解:  $6 - 2x > 1$

$$-2x > -5$$

$$x < \frac{5}{2},$$

∴ 不等式  $6 - 2x > 1$  的非负整数解是: 0, 1, 2.

故答案为: 0, 1, 2.

9. 如果  $(2 - a)x \leq a - 2$  的解集为  $x \geq -1$ , 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

【答案】  $a > 2$

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的性质, 熟悉掌握运算法则是解题的关键.

根据不等式的运算法则运算求解即可.

【详解】 解:  $\because (2 - a)x \leq a - 2$  的解集为  $x \geq -1$ ,

$$\therefore 2 - a < 0,$$

$$\therefore a > 2,$$

故答案为:  $a > 2$ .

10. 将“同角的补角相等”改写成“如果...那么....”的形式: \_\_\_\_\_.

【答案】如果两个角是同一个角的补角, 那么这两个角相等

【解析】

【分析】本题考查了命题与定理: 判断一件事情的语句, 叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成, 题设是已知事项, 结论是由已知事项推出的事项, 把一个命题写成“如果...那么...”形式是解决问题的关键. 把命题的题设和结论, 写成“如果...那么...”的形式即可.

【详解】解: 把命题“同角的补角相等”改写成“如果...那么...”的形式为:

如果两个角是同一个角的补角, 那么这两个角相等;

故答案为: 如果两个角是同一个角的补角, 那么这两个角相等.

11. 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle A:\angle B:\angle C=2:3:5$ , 如果按角分类, 那么  $\triangle ABC$  是\_\_\_\_\_三角形.

【答案】直角

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形的内角和定理, 三角形的分类, 熟练运用三角形内角和定理是解题的关键.

先设  $\angle A=2\alpha$ , 则  $\angle B=3\alpha, \angle C=5\alpha$ , 根据三角形内角和定理得到  $2\alpha+3\alpha+5\alpha=180^\circ$  求得  $\alpha$ , 进而

求得  $\angle A, \angle B, \angle C$  的度数, 进而判断三角形的形状.

【详解】解:  $\because \angle A:\angle B:\angle C=2:3:5$ ,

设  $\angle A=2\alpha$ , 则  $\angle B=3\alpha, \angle C=5\alpha$ ,

$$\therefore 2\alpha+3\alpha+5\alpha=180^\circ$$

解得  $\alpha=18^\circ$

$$\therefore \angle A=36^\circ, \angle B=54^\circ, \angle C=90^\circ$$

$\therefore \triangle ABC$  是直角三角形.

故答案为: 直角.

12. 若等腰三角形的两边长分别是 2cm 和 5cm, 则这个等腰三角形的周长是\_\_\_\_\_.

【答案】12cm ## 12 厘米

【解析】

【分析】本题考查等腰三角形性质及三角形三边关系, 解题的关键是根据三角形三边关系及分类讨论腰即可得到答案.

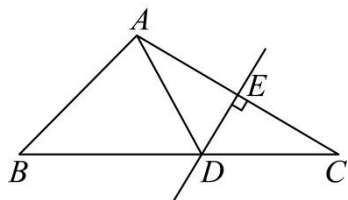
【详解】解: 当 2cm 是腰长时,  $2+2<5$ , 无法组成三角形, 不符合题意;

当5cm是腰长时， $5-5 < 2 < 5+5$ ，符合题意，此时周长为： $5+5+2=12(\text{cm})$ ；

综上所述，这个等腰三角形的周长是12cm.

故答案为：12cm.

13. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $DE$  是  $AC$  的垂直平分线， $AD=3$ ， $BC=7$ ，则  $BD$  的长是\_\_\_\_\_.



【答案】4

【解析】

【分析】 本题主要考查线段垂直平分线的性质. 线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等. 由线段垂直平分线的性质可得  $AD=CD$ ，根据  $BC=BD+CD$  求出  $BD$  的长即可.

【详解】 解：  $\because DE$  是  $\triangle ABC$  边  $AC$  的垂直平分线，

$$\therefore AD=CD,$$

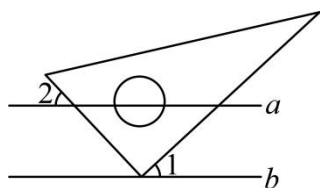
$$\because AD=3, BC=7,$$

$$\therefore CD=3,$$

$$\therefore BD=BC-CD=4.$$

故答案为：4.

14. 如图，直线  $a \parallel b$ ，将三角板的直角顶点放在直线  $b$  上，如果  $\angle 1=43^\circ$ ，那么  $\angle 2$  的度数是\_\_\_\_\_.

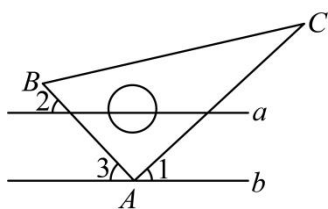


【答案】  $47^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，由  $a \parallel b$ ，则  $\angle 2 = \angle 3$ ，然后通过  $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$  即可求解，熟练掌握两直线平行，同位角相等是解题的关键.

【详解】 解： 如图，



$$\therefore a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

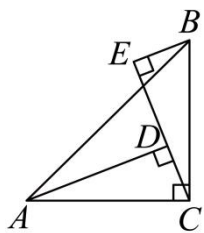
$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 43^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 47^\circ,$$

故答案为：  $47^\circ$  .

15. 如图，  $\angle ACB = 90^\circ$ ，  $AC = BC$ ，  $AD \perp CE$ ，  $BE \perp CE$ ，垂足分别是点  $D$ 、 $E$ ，  $AD = 3$ ，  $BE = 1$ ，则  $DE$  的长是\_\_\_\_\_.



【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定及性质，熟练掌握性质定理是解题的关键.

根据条件可以得出  $\angle E = \angle ADC = 90^\circ$ ，利用 AAS 可以得出  $\triangle CEB \cong \triangle ADC$ ，再根据全等三角形的性质得出  $BE = DC$ ，  $CE = AD$ ，最后根据线段的和差即可得出答案.

【详解】 解：  $\because BE \perp CE$ ，  $AD \perp CE$ ，

$$\therefore \angle E = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC + \angle BCE = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BCE + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle DCA.$$

在  $\triangle CEB$  和  $\triangle ADC$  中，

$$\begin{cases} \angle E = \angle ADC \\ \angle EBC = \angle DCA, \\ BC = AC \end{cases}$$

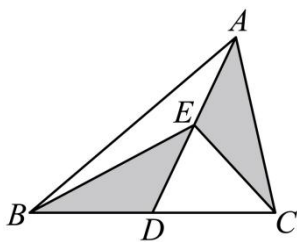
$$\therefore \triangle CEB \cong \triangle ADC (\text{AAS}),$$

$$\therefore BE = DC = 1, \quad CE = AD = 3.$$

$$\therefore DE = EC - CD = 3 - 1 = 2,$$

故答案为: 2.

16. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  是边  $BC$  的中点,  $E$  是边  $AD$  的中点, 阴影部分的面积为 2, 则  $\triangle ABC$  的面积是\_\_\_\_\_.



【答案】4

【解析】

【分析】本题考查了三角形的面积与中线的关系, 根据等底同高的两个三角形面积相等, 依次计算即可, 熟练掌握中线的性质是解题的关键.

【详解】解:  $\because D, E$  分别是  $BC, AD$  的中点,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABD} = 2S_{\triangle ACD}, \quad S_{\triangle ABD} = 2S_{\triangle ABE} = 2S_{\triangle BDE}, \quad S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle ACE} = 2S_{\triangle CDE}, \quad S_{\triangle BDE} = S_{\triangle CDE},$$

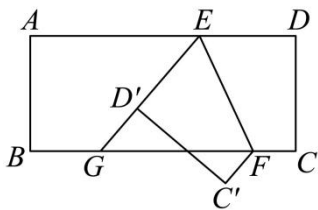
$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BDE} + S_{\triangle ACE} = S_{\triangle CDE} + S_{\triangle ACE} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 4,$$

故答案为: 4.

17. 如图, 将长方形纸条折叠,  $AD \parallel BC$ . 按如图折叠,  $\angle BGE = 130^\circ$ , 则  $\angle EFC' =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



【答案】115°##115 度

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质, 折叠的性质, 熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

根据平行线的性质得到  $\angle DEG = \angle BGE = 130^\circ$ , 由折叠的性质得到  $\angle DEF = \angle GEF = \frac{1}{2} \angle DEG$ , 即可

通过平行线的性质求解.

【详解】解:  $\because AD \parallel BC$ ,

$$\therefore \angle DEG = \angle BGE = 130^\circ,$$

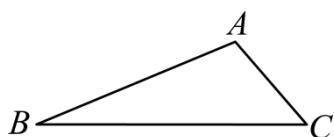
$\therefore$  折叠,

$$\therefore \angle DEF = \angle GEF = \frac{1}{2} \angle DEG = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle EFC' = \angle EFC = 180^\circ - \angle DEF = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ,$$

故答案为:  $115^\circ$ .

18. 在  $\triangle ABC$  中  $\angle B = 20^\circ$ ,  $\angle A = 110^\circ$ , 点  $P$  在  $\triangle ABC$  的三边上运动, 当  $\triangle PAC$  成为等腰三角形时, 顶角的度数是 \_\_\_\_.



【答案】  $110^\circ$  或  $50^\circ$  或  $80^\circ$

【解析】

【分析】作出图形, 然后分点  $P$  在  $AB$  上与  $BC$  上两种情况讨论求解.

【详解】解: ①如图 1, 点  $P$  在  $AB$  上时,  $AP = AC$ , 顶角为  $\angle A = 110^\circ$ ,

$$\textcircled{2} \because \angle B = 20^\circ, \angle A = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - 20^\circ - 110^\circ = 50^\circ,$$

如图 2, 点  $P$  在  $BC$  上时, 若  $AC = PC$ , 顶角为  $\angle C = 50^\circ$ ,

如图 3, 若  $AC = AP$ , 则顶角为  $\angle CAP = 180^\circ - 2\angle C = 180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ$ ,

综上所述, 顶角为  $110^\circ$  或  $50^\circ$  或  $80^\circ$ .

故答案为:  $110^\circ$  或  $50^\circ$  或  $80^\circ$ .

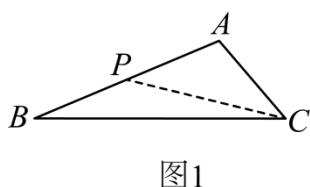


图1

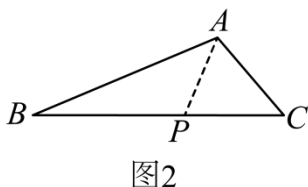


图2

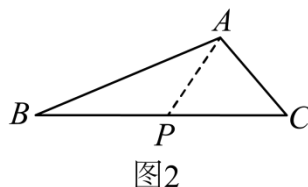
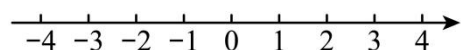


图2

【点睛】本题考查了等腰三角形的判定, 难点在于要分情况讨论求解, 作出图形更形象直观.

### 三、解答题:

19. 解不等式  $\frac{2x+1}{3} - 3 < \frac{x-5}{2}$ , 并把它的解集表示在数轴上.



【答案】  $x < 1$ ，数轴表示见解析

【解析】

【分析】 本题考查的是解一元一次不等式，根据解一元一次不等式基本步骤：去括号、移项、合并同类项、系数化为1可得不等式的解集，然后在数轴上表示出来即可.

【详解】 解：  $\frac{2x+1}{3} - 3 < \frac{x-5}{2}$ ,

去分母得，  $2(2x+1) - 18 < 3(x-5)$ ,

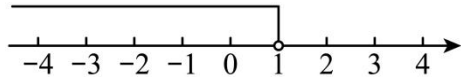
去括号得，  $4x + 2 - 18 < 3x - 15$ ,

移项得，  $4x - 3x < -15 + 18 - 2$ ,

合并同类项得：  $x < 1$ ,

即不等式的解集为  $x < 1$ .

将不等式的解集在数轴上表示为：



20. 求不等式组：  $\begin{cases} 2x+1 > x-1 \text{ ①} \\ x-1 \leq \frac{1}{3}(2x-1) \text{ ②} \end{cases}$  的整数解.

【答案】  $-1$ ；  $0$ ；  $1$ ；  $2$

【解析】

【分析】 本题考查了求一元一次不等式组的解集，熟练掌握运算法则是解题的关键.  
根据运算法则求出不等式的解集后解答即可.

【详解】 解： 由①可得：  $2x+1 > x-1$

$2x - x > -1 - 1$

$x > -2$ ,

由②可得：  $x-1 \leq \frac{1}{3}(2x-1)$

$x-1 \leq \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

$x - \frac{2}{3}x \leq -\frac{1}{3} + 1$

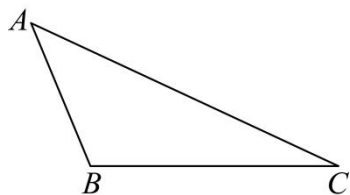
$\frac{1}{3}x \leq \frac{2}{3}$

$x \leq 2$ ,

$\therefore$  不等式的解集为：  $-2 < x \leq 2$ ,

∴ 整数解为：-1；0；1；2.

21. 用直尺和圆规作钝角 $\triangle ABC$ 边 $BC$ 上的高.



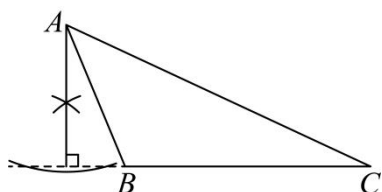
【答案】图见解析

【解析】

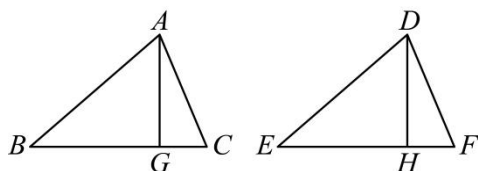
【分析】 本题考查了垂线的尺规作图，熟练掌握垂线的作图方法是解题的关键.

根据垂直的作图方法直接作图即可.

【详解】解： 如图所示即为所求：



22. 如图所示，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，顶点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 分别与顶点 $D$ 、 $E$ 、 $F$ 对应， $AG \perp BC$ ， $DH \perp EF$ ，垂足分别是点 $G$ 、 $H$ ．求证： $AG = DH$ ．



证明：∵  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，顶点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 分别与顶点 $D$ 、 $E$ 、 $F$ 对应，

∴  $AB = \underline{\hspace{2cm}}$  (全等三角形对应边相等)， $\angle B = \angle E$  ( )，

∵  $AG \perp BC$ ， $DH \perp EF$ ，

∴  $\angle AGB = \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ$  ( )，

在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle DEH$ 中，

$$\therefore \begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases},$$

∴  $\triangle ABG \cong \triangle DEH$  ( )，

∴  $AG = DH$  (全等三角形对应边相等).

【答案】 $DE$ ，全等三角形对应角相等； $\angle DHE$ ，垂直定义； $\angle AGB = \angle DHE = 90^\circ$ ， $\angle B = \angle E$ ， $AB = DE$ ；

AAS.

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定与性质，垂直定义，根据全等三角形的判定与性质，垂直定义进行求证即可，掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键.

【详解】 解：证明：  $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，顶点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  分别与顶点  $D$ 、 $E$ 、 $F$  对应，

$\therefore AB = DE$ （全等三角形对应边相等）， $\angle B = \angle E$ （全等三角形对应角相等），

$\because AG \perp BC$ ， $DH \perp EF$ ，

$\therefore \angle AGB = \angle DHE = 90^\circ$ （垂直定义），

在  $\triangle ABG$  和  $\triangle DEH$  中，

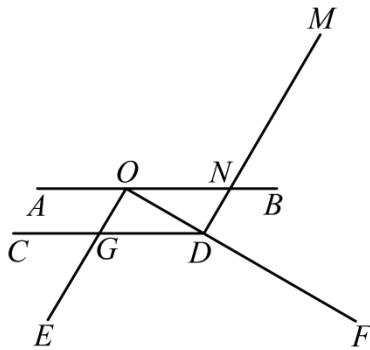
$$\therefore \begin{cases} \angle AGB = \angle DHE = 90^\circ \\ \angle B = \angle E \\ AB = DE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle DEH$  (AAS),

$\therefore AG = DH$ （全等三角形对应边相等）

故答案为： $DE$ ，全等三角形对应角相等； $\angle DHE$ ，垂直定义； $\angle AGB = \angle DHE = 90^\circ$ ， $\angle B = \angle E$ ， $AB = DE$ ；AAS.

23. 如图是一种躺椅及其简化结构示意图, 扶手  $AB$  与底座  $CD$  都平行于地面  $EF$ , 前支架  $OE$  与后支架  $OF$  分别与  $CD$  交于点  $G$  和点  $D$ ,  $AB$  与  $DM$  交于点  $N$ ,  $\angle AOE = \angle BNM$ .



(1) 求证:  $OE \parallel DM$ ;

(2) 若  $OE$  平分  $\angle AOF$ ,  $\angle ODC = 30^\circ$ , 求扶手  $AB$  与靠背  $DM$  的夹角  $\angle ANM$  度数.

【答案】 (1) 见解析 (2)  $\angle ANM = 105^\circ$

【解析】

【分析】 本题主要考查平行线的判定和性质，角平分线的定义，掌握以上知识，数形结合分析是关键.

(1) 根据题意得到  $\angle AOE = \angle OND$ ，由同位角相等，两直线平行即可求解；

(2) 根据平行线的性质得到  $\angle AOD = 150^\circ$ ，由角平分线的定义得到  $\angle EOF = \frac{1}{2} \angle AOD = 75^\circ$ ，则有

$\angle CDN = \angle ODC + \angle ODN = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$ ，根据  $AB \parallel CD$ ，得  $\angle ANM = \angle CDN = 105^\circ$  即可求解.

【小问 1 详解】

证明：  $\because \angle BNM = \angle OND$ ，  $\angle AOE = \angle BNM$ ，

$\therefore \angle AOE = \angle OND$ ，

$\therefore OE \parallel DM$  .

【小问 2 详解】

解：  $\because AB \parallel EF, CD \parallel EF$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle ODC + \angle AOD = 180^\circ$ ，

$\because \angle ODC = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle AOD = 150^\circ$ ，

$\because OE$  平分  $\angle AOF$ ，

$\therefore \angle EOF = \frac{1}{2} \angle AOD = 75^\circ$ ，

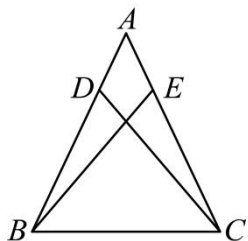
$\because OE \parallel DM$ ，

$\therefore \angle ODN = \angle EOF = 75^\circ$ ，  $\angle CDN = \angle ODC + \angle ODN = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle ANM = \angle CDN = 105^\circ$  .

24. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ，点  $D$ ，点  $E$  分别在边  $AB$ ， $AC$  上，满足  $AD = AE$ ，连接  $CD$ ， $BE$  .



(1) 求证：  $CD = BE$  .

(2) 若  $BC = BE$ ，  $\angle ABE = 15^\circ$ ，求  $\angle A$  的度数.

【答案】 (1) 见解析 (2)  $50^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定与性质、等腰三角形的性质、三角形内角和定理等知识.

(1) 由SAS证得 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，即可得出结论；

(2) 先证 $\angle ABC = \angle ACB = \angle BEC$ ，推出 $\angle A = \angle CBE$ ，再由 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，得出 $\angle ABE = \angle ACD = 15^\circ$ ， $\angle CBE = \angle DCB = \angle A$ ，再由三角形内角和定理即可得出结果.

【小问1详解】

证明：因为 $AB = AC$ ， $\angle A = \angle A$ ， $AE = AD$

所以 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS)，

所以 $CD = BE$ ；

【小问2详解】

解：因为 $AB = AC$ ，

所以 $\angle ABC = \angle ACB$ ，

因为 $BC = BE$ ，

所以 $\angle ACB = \angle BEC$ ，

所以 $\angle A = \angle CBE$ ，

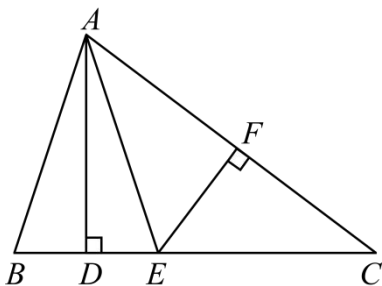
因为 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，

所以 $\angle ABE = \angle ACD = 15^\circ$ ， $\angle CBE = \angle DCB = \angle A$ ，

所以 $3\angle A + 30^\circ = 180^\circ$ ，

所以 $\angle A = 50^\circ$ .

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ ， $EF$ 垂直平分 $AC$ ，交 $AC$ 于点 $F$ ，交 $BC$ 于点 $E$ ，且 $BD = DE$ ，连接 $AE$ 。



(1) 求证： $AB = EC$ ；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的周长为42cm， $AC = 16$ cm，求 $DC$ 的长.

【答案】 (1) 证明见解析

(2)  $DC = 13$ cm

【解析】

【分析】 本题考查的是线段的垂直平分线的性质，掌握线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点的距离相等是解题的关键.

(1) 根据垂直平分线的性质，可  $AE = EC$ ，再根据  $AD \perp BC, BD = DE$ ，得到  $AD$  是  $BE$  的垂直平分线，等量代换，即可；

(2) 根据题意，则  $AB + BC + AC = 42\text{cm}$ ，求出  $AB + BC = 26\text{cm}$ ，再根据  $AB + BD + DE + EC = 26\text{cm}$ ，得到  $DE + EC = 13\text{cm}$ ，最后根据  $DE + EC = DC$  求出结论即可.

【小问 1 详解】

证明：  $\because EF$  垂直平分  $AC$ ，

$$\therefore AE = EC,$$

$$\because AD \perp BC, BD = DE,$$

$\therefore AD$  是  $BE$  的垂直平分线，

$$\therefore AB = AE,$$

$$\therefore AB = EC;$$

【小问 2 详解】

解：  $\because \triangle ABC$  的周长为  $42\text{cm}$ ，

$$\therefore AB + BC + AC = 42\text{cm},$$

$$\because AC = 16\text{cm},$$

$$\therefore AB + BC = 42 - 16 = 26(\text{cm}),$$

$$\because BD = DE, AB = EC,$$

$$\backslash AB + BD + DE + EC = 26\text{cm},$$

$$\backslash 2DE + 2EC = 26\text{cm},$$

$$\backslash DE + EC = 13\text{cm},$$

$$\because DE + EC = DC,$$

$$\backslash DC = 13\text{cm}.$$

26. 我们知道：如果两个三角形的两边及其中一边的对角对应相等简称“SSA”，那么这两个三角形不一定全等.

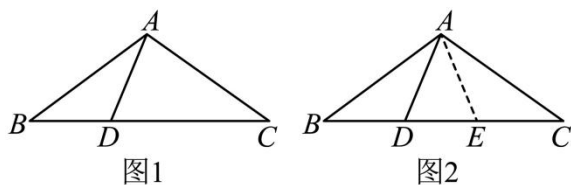


图1

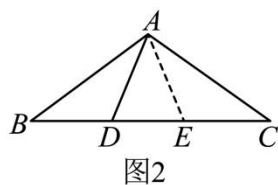


图2

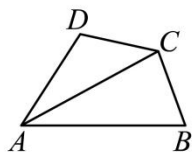


图3

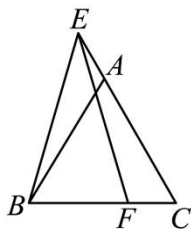


图4

(1) 如图 1, 在等腰三角形  $ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $D$  为  $BC$  上一点, 且  $CD>BD$ , 连接  $AD$ , 那么在  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  中,  $AD=AD$ ,  $AB=AC$ ,  $\angle B=\angle C$ , 请判断:  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  \_\_\_\_ (填“全等”或“不全等”). 遇到这种情况, 我们可以添加一定的辅助线构造出全等的三角形: 如图 2, 在 (1) 的条件下, 在  $CD$  上取一点  $E$ , 使得  $AE=AD$ , 连接  $AE$ , 请判断  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACE$  是否全等? 并说明理由.

(2) 如图 3, 在四边形  $ABCD$  中,  $CA$  平分  $\angle BAD$ ,  $\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$ , 求证:  $CD=CB$ .

(3) 如图 4, 已知  $\triangle ABC$  是边长为 5cm 的等边三角形, 点  $E$  在  $CA$  的延长线上且  $AE=1.5\text{cm}$ , 连接  $EB$ , 在线段  $BC$  上取一点  $F$ , 使得  $EB=EF$ , 连接  $EF$ , 求  $BF$  的长. (直接写答案)

**【答案】** (1) 不全等,  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACE$  全等, 理由见解析

(2) 见解析 (3) 3.5cm

**【解析】**

**【分析】** (1) 根据  $SSA$ , 直接判断  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  不全等, 根据等腰三角形的性质得  $\angle ADE=\angle AED$ , 进而即可得到结论;

(2) 在  $AB$  上取一点  $E$ , 使得  $\angle ADC=\angle AEC$ , 从而得  $\triangle ADC \cong \triangle AEC$ , 进而得  $\angle CEB=\angle B$ , 进而即可得到结论;

(3) 先推出  $\angle EBA=\angle FEC$ , 在  $AC$  上取一点  $M$ , 使得  $FM=MC$ , 则  $\angle EAB=\angle FME=120^\circ$ , 从而得  $\triangle BEA \cong \triangle EFM$ , 进而即可得到答案.

**【小问 1 详解】**

解: 在  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  中,  $AD=AD$ ,  $AB=AC$ ,  $\angle B=\angle C$ ,

$\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  不全等,

故答案为: 不全等;

$\triangle ABD$  和  $\triangle ACE$  全等, 理由如下:

$\because AD=AE$ ,

$\therefore \triangle ADE$  是等腰三角形,

$$\therefore \angle ADE = \angle AED,$$

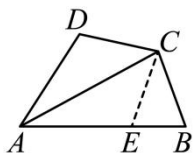
$$\therefore \angle ADB = \angle AEC,$$

$$\text{又} \because AB = AC, \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE;$$

【小问 2 详解】

证明：在  $AB$  上取一点  $E$ ，使得  $\angle ADC = \angle AEC$ ，



$$\therefore CA \text{ 平分 } \angle BAD,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle EAC,$$

$$\text{又} \because AC = AC, \angle ADC = \angle AEC,$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle AEC \quad (\text{AAS}),$$

$$\therefore CD = CE,$$

$$\text{又} \because \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ, \angle CEB + \angle AEC = 180^\circ, \angle ADC = \angle AEC,$$

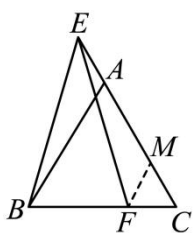
$$\therefore \angle ABC = \angle CEB,$$

$$\therefore CE = CB,$$

$$\therefore CD = CB;$$

【小问 3 详解】

解：在  $AC$  上取一点  $M$ ，使得  $FM = MC$ ，



$$\therefore EB = EF,$$

$$\therefore \angle EBF = \angle EFB,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ, BC = 5\text{cm},$$

$$\therefore \angle EBF = \angle EBA + 60^\circ, \angle EFB = \angle FEC + 60^\circ, \angle EAB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle EBA = \angle FEC,$$

$$\therefore \angle ACB=60^{\circ}, FM=MC,$$

$\therefore \triangle CFM$  是等边三角形,

$$\therefore FM=FC, \angle CMF=60^{\circ},$$

$$\therefore \angle EAB=\angle FME=120^{\circ},$$

$$\therefore \triangle BEA \cong \triangle EFM \quad (\text{AAS}),$$

$$\therefore AE=FM,$$

$$\therefore AE=CF=1.5\text{cm},$$

$$\therefore BF=BC- CF=3.5\text{cm}.$$

**【点睛】** 本题主要考查全等三角形的判定和性质，等腰三角形的判定和性质，等边三角形的判定和性质，添加辅助线，构造全等三角形和等边三角形是解题的关键.