

## 2025 学年第二学期初二年级数学过程性评价一试卷

### 一、填空题 (1-8 题, 每题 2 分; 9-12 题, 每题 3 分, 共 28 分)

1. 方程  $\left(x + \frac{3}{2}\right) \cdot \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1} = 0$  的根为\_\_\_\_\_.

2. 方程  $\sqrt{x^2 - 2003} + \sqrt{x^2 - 2023} = 10$  的解为\_\_\_\_\_.

3. 解方程  $\sqrt{1 + \frac{9}{x}} + 4\sqrt{\frac{x}{x+9}} = 4$  时, 设  $\sqrt{1 + \frac{9}{x}} = y$  换元后, 整理得关于  $y$  的整式方程是\_\_\_\_\_.

4. 如果关于  $x$  的无理方程  $\sqrt{2x+m} = x$  有实数根  $x=1$ , 那么  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

5. 某工人要完成 1000 个零件, 起初机器出现故障, 每分钟比原计划少加工 4 个零件, 加工 320 个零件后, 换了一台新机器, 每分钟比原计划多加工 8 个零件. 已知用新机器加工零件的时间比前面用旧机器加工零件的时间少 6 分钟, 设原计划每分钟加工  $x$  个零件, 则可列方程为: \_\_\_\_\_.

6. 无论  $k$  为何值, 关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} y = x^2 + bx + c \\ kx - y = \frac{k^2}{4} + k \end{cases}$  都只有一组解, 则  $b+c =$ \_\_\_\_\_.

7. 方程  $\sqrt{6+x-4\sqrt{x+2}} + \sqrt{11+x-6\sqrt{x+2}} = 1$  的解是\_\_\_\_\_.

8. 方程组  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(1+a) \\ (x+y)^2 = 16 \end{cases}$  只有两组实数解, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

9. 方程组  $\begin{cases} y^2 = 4x \\ (x-a)^2 + y^2 = 16 \end{cases}$  有三组不同实数解, 则实数  $a$  的值 (或取值范围) 是\_\_\_\_\_.

10. 方程  $\sqrt[3]{x + \frac{2}{9}\sqrt{21}} + \sqrt[3]{x - \frac{2}{9}\sqrt{21}} = 1$  的解为\_\_\_\_\_.

11. 若正整数  $a, m, n$  满足  $\sqrt{a^2 - 4\sqrt{2}} = \sqrt{m} - \sqrt{n}$ , 求  $a+m+n =$ \_\_\_\_\_.

12. 甲杯子里盛有浓度 15% 的盐水 40kg, 乙杯子里盛有浓度 35% 的盐水 60kg. 第一次: 从甲杯中倒出一部分盐水到乙杯, 搅拌均匀; 第二次: 再从乙杯中倒回同样重量的盐水到甲杯. 甲杯盐水浓度恰好为 25%,

则第一次从甲杯倒出了\_\_\_\_\_千克盐水.

## 二、选择题 (每题 3 分, 共 12 分)

13. 下列方程中, 无实数根的方程的个数是 ( )

(1)  $\sqrt{x+2}+3=0$ ; (2)  $\sqrt{x-4}+\sqrt{3-x}=0$ ; (3)  $\sqrt{x+1}=-x$ ;

(4)  $\sqrt{2x-3}+\sqrt{3-2x}=0$ ; (5)  $x^2-2x+4=0$ ; (6)  $\frac{2}{x+1}+\frac{3}{x-1}=\frac{6}{x^2-1}$ .

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

14. 已知下列关于  $x$  的方程: ①  $x^2+\sqrt{5}x+1=0$ ; ②  $x^2+5\sqrt{x}+1=0$ ; ③  $\sqrt{a-1}+2x=7$ ; ④  $\sqrt{x-1}-7=0$ ;

⑤  $\sqrt{x}+\frac{1}{x}=2$ ; ⑥  $\frac{1}{x+3}-\frac{x}{\sqrt{2-x}}=\sqrt{3}$ . 其中, 是无理方程的有 ( )

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

15. 已知  $\sqrt{3x+2}-\sqrt{5x-4}=3-x$ , 则  $\sqrt{3x+2}+\sqrt{5x-4}$  的值为 ( )

A.  $2\sqrt{11}$

B. 2

C.  $2\sqrt{11}$  或 2

D.  $\sqrt{11}$  或 2

16. 某河的水流速度为每小时 2 千米,  $A, B$  两地相距 36 千米, 一动力橡皮船从  $A$  地出发, 逆流而上去  $B$  地, 出航 1 小时, 机器发生故障, 橡皮船随水向下漂流, 30 分钟后机器修复, 继续向  $B$  地开去, 但船速比修复前每小时慢了 1 千米, 到达  $B$  地比预定时间迟了 54 分钟, 则橡皮船在静水中起初的速度为 ( ) 千米/时.

A. 11

B. 12

C. 13

D. 14

## 三、解下列方程 (组) (每题 4 分, 共 32 分)

17. 解方程:  $\sqrt{2x+1}+\sqrt{x-3}=2\sqrt{x}$

18. 解方程:  $\sqrt{2+\frac{7}{x-3}}+\sqrt{2-\frac{14}{2x+1}}=3$

19. 解方程:  $\sqrt{x^2+5x-6}-3x+\sqrt{3x^2-8x+5}+3=0$

20. 解方程:  $4x^2+x+2x\sqrt{3x^2+x}=9$

21. 解方程组: 
$$\begin{cases} x^2+2xy+y^2=9 \\ (x-y)^2-4(x-y)+3=0 \end{cases}$$

22. 解方程组: 
$$\begin{cases} \frac{y}{x}+\frac{3x}{y}=4 \\ 2x+y=3 \end{cases}$$

23. 解方程组: 
$$\begin{cases} x^2 - 2xy + 3y^2 = 9 \\ 4x^2 - 5xy + 6y^2 = 30 \end{cases}$$

24. 解方程组: 
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 84 \\ x + \sqrt{xy} + y = 14 \end{cases}$$

#### 四、解答题 (25 题 7 分, 26 题 6 分, 27 题 7 分, 28 题 8 分, 共 28 分)

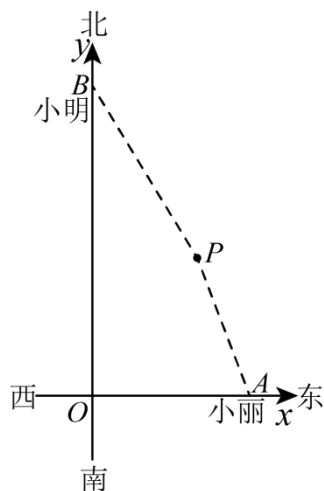
25. 已知方程组  $\begin{cases} y^2 = 6x \\ y = 3x + m \end{cases}$  有两组实数解  $\begin{cases} x = x_1 \\ y = y_1 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} x = x_2 \\ y = y_2 \end{cases}$ , 且  $x_1 \neq x_2$ ,  $x_1 \cdot x_2 \neq 0$ , 设  $n = -\frac{3}{x_1} - \frac{3}{x_2}$ .

(1) 求  $m$  的取值范围;

(2) 用含  $m$  的代数式表示  $n$ ;

(3) 是否存在这样的  $m$  的值, 使  $n$  的值为  $-3$ ? 如果存在, 求出这样的  $m$  的值; 若不存在, 说明理由.

26. 如图,  $x$  轴表示一条东西方向的道路,  $y$  轴表示一条南北方向的道路. 小丽和小明分别从十字路口  $O$  点处同时出发, 小丽沿着  $x$  轴以 3 千米/时的速度由西向东前进, 小明沿着  $y$  轴以 6 千米/时的速度由南向北前进. 有一家超市位于图中的  $P$  点处, 超市与  $x$  轴、 $y$  轴的距离分别是 4 千米和 3 千米. 问:



(1) 离开路口后经过多少时间, 两人与这家超市的距离恰好相等?

(2) 离开路口后经过多少时间, 两人与这家超市所处的位置恰好在一条直线上?

27. 已知关于  $x$ 、 $y$  的方程组  $\begin{cases} x^2 - y = 0 \\ x^2 + ay^2 - 2ay + a - 2 = 0 \end{cases}$  恰有两组不同的实数解, 求实数  $a$  的取值范围.

28. “程, 课程也, 二物者二程, 三物者三程, 皆如物数程之, 并列为行, 故谓之方程.” 这是我国古代著名数学家刘徽在《九章算术》对方程一词给出的注释. 对于一些特殊的方程, 我们给出两个定义: ①若两个方程有相同的一个解, 则称这两个方程为“相似方程”; ②若两个方程有相同的整数解, 则称这两个方程为“相伴方程”.

(1) 判断分式方程  $\frac{1}{1-x} + 1 = \frac{2}{1+x}$  与无理方程  $\sqrt{x^2-2} = \sqrt{2x+1}$  是否是“相似方程”，并说明理由；

(2) 已知关于  $x, y$  的方程：  $4x^2 - 9y^2 = 28$  和  $2x - 3y = 4$ ，它们是“相似方程”吗？如果是，请写出它们的公共解；如果不是，请说明理由；

(3) 已知关于  $x, y$  的二元一次方程：  $y = (k+1)x - 4$  和  $y = x - 3k$ （其中  $k$  为常数）是“相伴方程”，求  $k$  的值.