

2025-2026 学年上海外国语大学附属外国语学校八年级（下）月考数学 试卷（3 月份）

一、选择题：本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列方程中，无实数根的方程的个数是（ ）

(1) $\sqrt{x+2}+3=0$; (2) $\sqrt{x-4}+\sqrt{3-x}=0$; (3) $\sqrt{x+1}=-x$;

(4) $\sqrt{2x-3}+\sqrt{3-2x}=0$; (5) $x^2-2x+4=0$; (6) $\frac{2}{x+1}+\frac{3}{x-1}=\frac{6}{x^2-1}$.

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

2. 已知下列关于 x 的方程：① $x^2+\sqrt{5}x+1=0$ ；② $x^2+5\sqrt{x}+1=0$ ；③ $\sqrt{a-1}+2x=7$ ；④ $\sqrt{x-1}-7=0$ ；

⑤ $\sqrt{x}+\frac{1}{x}=2$ ；⑥ $\frac{1}{x+3}-\frac{x}{\sqrt{2-x}}=\sqrt{3}$. 其中，是无理方程的有（ ）

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

3. 已知 $\sqrt{3x+2}-\sqrt{5x-4}=3-x$ ，则 $\sqrt{3x+2}+\sqrt{5x-4}$ 的值为（ ）

A. $2\sqrt{11}$ B. 2 C. $2\sqrt{11}$ 或 2 D. $\sqrt{11}$ 或 2

4. 某河的水流速度为每小时 2 千米， A, B 两地相距 36 千米，一动力橡皮船从 A 地出发，逆流而上去 B 地，出航 1 小时，机器发生故障，橡皮船随水向下漂流，30 分钟后机器修复，继续向 B 地开去，但船速比修复前每小时慢了 1 千米，到达 B 地比预定时间迟了 54 分钟，则橡皮船在静水中起初的速度为（ ）千米/时.

A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

二、填空题：本题共 12 小题，共 28 分.

5. 方程 $\left(x+\frac{3}{2}\right)\cdot\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x+1}=0$ 的根为_____.

6. 方程 $\sqrt{x^2-2003}+\sqrt{x^2-2023}=10$ 的解为_____.

7. 解方程 $\sqrt{1+\frac{9}{x}}+4\sqrt{\frac{x}{x+9}}=4$ 时，设 $\sqrt{1+\frac{9}{x}}=y$ 换元后，整理得关于 y 的整式方程是

_____.

8. 如果关于 x 的无理方程 $\sqrt{2x+m} = x$ 有实数根 $x=1$, 那么 m 的值为_____.

9. 某工人要完成1000个零件, 起初机器出现故障, 每分钟比原计划少加工4个零件, 加工320个零件后, 换了一台新机器, 每分钟比原计划多加工8个零件. 已知用新机器加工零件的时间比前面用旧机器加工零件的时间少6分钟, 设原计划每分钟加工 x 个零件, 则可列方程为: _____.

10. 无论 k 为何值, 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} y = x^2 + bx + c \\ kx - y = \frac{k^2}{4} + k \end{cases}$ 都只有一组解, 则 $b+c =$ _____.

11. 方程 $\sqrt{6+x-4\sqrt{x+2}} + \sqrt{11+x-6\sqrt{x+2}} = 1$ 的解是_____.

12. 方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(1+a) \\ (x+y)^2 = 16 \end{cases}$ 只有两组实数解, 则 $a =$ _____.

13. 方程组 $\begin{cases} y^2 = 4x \\ (x-a)^2 + y^2 = 16 \end{cases}$ 有三组不同实数解, 则实数 a 的值 (或取值范围) 是_____.

14. 方程 $3x + \frac{2}{9}\sqrt{21} + 3x - \frac{2}{9}\sqrt{21} = 1$ 的解为_____.

15. 若正整数 a, m, n 满足 $\sqrt{a^2 - 4\sqrt{2}} = \sqrt{m} - \sqrt{n}$, 求 $a+m+n =$ _____.

16. 甲杯子里盛有浓度15%的盐水40kg, 乙杯子里盛有浓度35%的盐水60kg. 第一次: 从甲杯中倒出一部分盐水到乙杯, 搅拌均匀; 第二次: 再从乙杯中倒回同样重量的盐水到甲杯. 甲杯盐水浓度恰好为25%, 则第一次从甲杯倒出了_____千克盐水.

三、解答题: 本题共12小题, 共60分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. 解方程: $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3} = 2\sqrt{x}$

18. 解方程: $\sqrt{2 + \frac{7}{x-3}} + \sqrt{2 - \frac{14}{2x+1}} = 3$

19. 解方程: $\sqrt{x^2 + 5x - 6} - 3x + \sqrt{3x^2 - 8x + 5} + 3 = 0$

20. 解方程: $4x^2 + x + 2x\sqrt{3x^2 + x} = 9$

21. 解方程组: $\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 9 \\ (x-y)^2 - 4(x-y) + 3 = 0 \end{cases}$

22. 解方程组: $\begin{cases} y + 3x = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

23. 解方程组: $\begin{cases} x^2 - 2xy + 3y^2 = 9 \\ 4x^2 - 5xy + 6y^2 = 30 \end{cases}$

24. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 84 \\ x + \sqrt{xy} + y = 14 \end{cases}$$

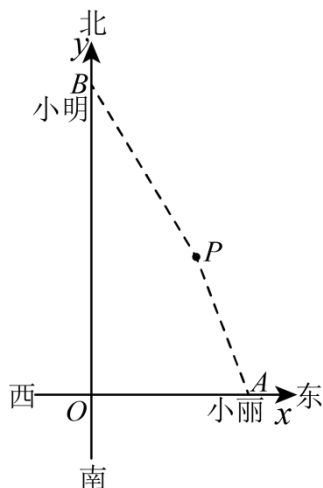
25. 已知方程组 $\begin{cases} y^2 = 6x \\ y = 3x + m \end{cases}$ 有两组实数解 $\begin{cases} x = x_1 \\ y = y_1 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} x = x_2 \\ y = y_2 \end{cases}$, 且 $x_1 \neq x_2$, $x_1 \cdot x_2 \neq 0$, 设 $n = -\frac{3}{x_1} - \frac{3}{x_2}$.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 用含 m 的代数式表示 n ;

(3) 是否存在这样的 m 的值, 使 n 的值为 -3 ? 如果存在, 求出这样的 m 的值; 若不存在, 说明理由.

26. 如图, x 轴表示一条东西方向的道路, y 轴表示一条南北方向的道路. 小丽和小明分别从十字路口 O 点处同时出发, 小丽沿着 x 轴以 3 千米/时的速度由西向东前进, 小明沿着 y 轴以 6 千米/时的速度由南向北前进. 有一家超市位于图中的 P 点处, 超市与 x 轴、 y 轴的距离分别是 4 千米和 3 千米. 问:



(1) 离开路口后经过多少时间, 两人与这家超市的距离恰好相等?

(2) 离开路口后经过多少时间, 两人与这家超市所处的位置恰好在一条直线上?

27. 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} x^2 - y = 0 \\ x^2 + ay^2 - 2ay + a - 2 = 0 \end{cases}$ 恰有两组不同的实数解, 求实数 a 的取值范围.

28. “程, 课程也, 二物者二程, 三物者三程, 皆如物数程之, 并列为行, 故谓之方程.” 这是我国古代著名数学家刘徽在《九章算术》对方程一词给出的注释. 对于一些特殊的方程, 我们给出两个定义: ①若两个方程有相同的一个解, 则称这两个方程为“相似方程”; ②若两个方程有相同的整数解, 则称这两个方程为“相伴方程”.

(1) 判断分式方程 $\frac{1}{1-x} + 1 = \frac{2}{1+x}$ 与无理方程 $\sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{2x + 1}$ 是否是“相似方程”, 并说明理由;

(2) 已知关于 x , y 的方程: $4x^2 - 9y^2 = 28$ 和 $2x - 3y = 4$, 它们是“相似方程”吗? 如果是, 请写出它们的公共解; 如果不是, 请说明理由;

(3) 已知关于 x, y 的二元一次方程: $y = (k+1)x - 4$ 和 $y = x - 3k$ (其中 k 为常数) 是“相伴方程”, 求 k 的值.