

2024-2025 学年上海市浦东新区建平中学西校七年级（上）第三次月考
数学试卷

一、选择题

1. 下列代数式 $-\frac{a+b}{3}$, $\frac{m}{\pi}$, $2x^2y$, 3^5 , $(x-1)^2$, $S = \pi r^2$ 中, 单项式有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 对于分式 $\frac{3xy}{3x-y}$, 当 x 、 y 都扩大到原来的 3 倍时, 分式的值 ()

A. 不变 B. 扩大到原来的 3 倍

C. 扩大到原来的 9 倍 D. 不能确定

3. 分式 $\frac{4y+3x}{4a}$, $\frac{x^2-1}{x^4-1}$, $\frac{x^2-xy+y^2}{x+y}$, $\frac{a^2+2ab}{ab-2b^2}$ 中, 最简分式有 ()

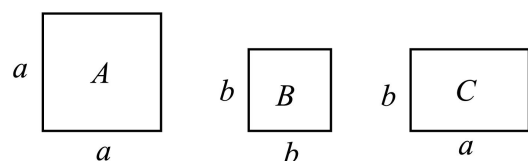
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. 已知 $a+b=3$, $ab=1$, 下列计算中错误的是 ()

A. $(a-b)^2=5$ B. $a^2+b^2=7$

C. $a^4+b^4=51$ D. $(x+a)(x+b)=x^2+3x+1$

5. 如图, 正方形卡片 A 类, B 类和长方形卡片 C 类若干张, 如果要拼一个长为 $(3a+b)$, 宽为 $(a+3b)$ 的大长方形, 则需要 C 类卡片张数为 ()



A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

6. 已知 $a-b=b-c=2$, $a^2+b^2+c^2=1$, 则 $ab+bc+ac=$ ()

A. -22 B. -11 C. 7 D. 11

二、填空题

7. 若 $-2x^m y^4$ 与 $3x^4 y^n$ 是同类项, 则 m^n 的值为_____.

8. 若 $2^n + 2^n + 2^n + 2^n = 2^{10}$, 则 $n =$ _____.

9. 分式 $\frac{x-2}{(x-1)^2}$ 的值为负数, 求 x 的取值范围 _____.

10. 已知 $(2x-3)^{x+3} - 1 = 0$, 求 x 的值为_____.

11. 将分式 $\frac{3a^{-1}b^2}{2x^{-2}y^{-3}}$ 表示成只含有正整数指数幂的形式_____.

12. 将分式 $-\frac{x}{4a^2(a^2+b^2)}$ 表示成不含分母的形式_____.

13. 已知 $x - \frac{1}{x} = 4$, 则 $\frac{x^2}{x^4 - 5x^2 + 1} =$ _____.

14. 如果关于 x 的多项式 $4x^2 + 6x + (2m-1)^2$ 是完全平方式, 那么 $m =$ _____.

15. 已知关于 x 的多项式 $x^2 + mx + n$ 与 $x^2 - 2x + 3$ 的积不含二次项和三次项, 则 $m + n =$ _____.

16. 如果 $(2x^2 + 2y^2 + 1)(3x^2 + 3y^2 - 1) = 1$, 那么 $x^2 + y^2 =$ _____.

17. 已知 $abc = 1$, 求 $\frac{5a}{ab+a+1} + \frac{5b}{bc+b+1} + \frac{5c}{ac+c+1} =$ _____.

18. 如果一个分式的分子或分母可以因式分解, 且这个分式不可约分, 那么我们称这个分式为“和谐分式”. 如分式 $\frac{a-2b}{a^2-b^2}$ 就是“和谐分式”. 若 a 为正整数, 且 $\frac{x-1}{x^2+ax+9}$ 为“和谐分式”, 则 a 的值为_____.

三、简答题

19. 计算: $\left[\frac{8}{3}ab\left(-\frac{1}{2}a\right)^2 + (a^2b)^2 \div 3ab \right] \div (-2a)^3$.

20. 计算: $\frac{5x}{x^2+x-6} + \frac{6}{x^2-x-2} + \frac{4}{x^2+4x+3}$.

21. 计算: $(x^{-1} - y^{-1}) \div (x^{-2} - y^{-2}) - xy(x+y)^{-1}$.

22. 计算: $\frac{x^2-4y^2}{x^2+4x+4} \cdot \frac{x+2}{3x^2+6xy}$;

23. 分解因式: $(x^2+x)^2 - 8(x^2+x) + 12$.

四、解答题

24. 先化简, 再求值: $\left(\frac{2x+2}{x^2-1} + 1 \right) \div \frac{x+1}{x^2-2x+1}$, 其中 $x=4$.

25. 已知 $(a-b)^2 = 13$, $ab = 3$, 求 $(a+b)^2$ 与 $3(a^2 + b^2)$ 的值.

26. 若等式 $\frac{1}{x(x+2)(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x-1}$ 成立, 求 A, B, C 的值.

27. 分式中, 在分子、分母都是整式的情况下, 如果分子的次数低于分母的次数, 称这样的分式为真分式,

例如 $\frac{4}{x+2}$, $\frac{3x^2}{x^3-4x}$ 是真分式, 如果分子的次数不低于分母的次数, 称这样的分式为假分式. 例如, 分式

$\frac{x+1}{x-1}$, $\frac{x^2}{x+1}$ 假分式, 一个假分式可以化为一个整式与一个真分式的和. 例如: $\frac{x+1}{x-1} = \frac{(x-1)+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$

(1) 将假分式 $\frac{4x-3}{2x+1}$ 为一个整数与一个真分式的和

(2) 利用上述方法解决问题: 若 x 是整数, 且分式 $\frac{x^2}{x-3}$ 的值为正整数, 求 x 的值

28. 在初中数学学习阶段, 我们常常会利用一些变形技巧来简化式子, 解答问题.

材料一: 在解决某些分式问题时, 倒数法是常用的变形技巧之一, 所谓倒数法, 即把式子变成其倒数形式, 从而运用约分化简, 以达到计算目的.

例: 已知: $\frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{4}$, 求代数式 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值.

解: $\because \frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{4}, \therefore \frac{x^2+1}{x} = 4$ 即 $\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 4$

$\therefore x + \frac{1}{x} = 4 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 16 - 2 = 14$

材料二: 在解决某些连等式问题时, 通常可以引入参数“ k ”, 将连等式变成几个值为 k 的等式, 这样就可以通过适当变形解决问题.

例: 若 $2x = 3y = 4z$, 且 $xyz \neq 0$, 求 $\frac{x}{y+z}$ 的值.

解: 令 $2x = 3y = 4z = k (k \neq 0)$ 则 $x = \frac{k}{2}, y = \frac{k}{3}, z = \frac{k}{4}, \therefore \frac{x}{y+z} = \frac{\frac{1}{2}k}{\frac{1}{3}k + \frac{1}{4}k} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{12}} = \frac{6}{7}$

根据材料回答问题:

(1) 已知 $\frac{x}{x^2-x+1} = \frac{1}{5}$, 求 $x + \frac{1}{x}$ 的值.

(2) 已知 $\frac{a}{5} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3} (abc \neq 0)$, 求 $\frac{3b+4c}{2a}$ 的值.

(3) 若 $\frac{yz}{bz+cy} = \frac{zx}{cx+az} = \frac{xy}{ay+bx} = \frac{x^2+y^2+z^2}{a^2+b^2+c^2}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, $z \neq 0$, 且 $abc = 5$, 求 xyz 的值.