

2025 学年第一学期期中考试七年级数学试卷

(考试时间: 90 分钟 满分: 100 分)

注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 27 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 共 12 分, 每题只有一个正确选项)

1. 如果单项式 $-a^{2m}b$ 与 $5a^6b^{3+n}$ (m, n 是常数) 的和仍是单项式, 那么 $m+n$ 的值是 ()
A. 1 B. -1 C. 2 D. 5
2. 下列计算中, 结果正确的是 ()
A. $2a^2 + 2a^2 = 4a^2$ B. $a^{10} \div a^2 = a^5$
C. $-(x^2y^3)^2 = x^4y^6$ D. $2x^2 \cdot (-3x^2 + 1) = -6x^4 + 1$
3. 已知关于 x 的整式 $x+t$ 与 $2x-3$ 的乘积中不含有 x 的一次项, 那么 t 的值是 ()
A. 3 B. -3 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
4. 下列从左到右的等式变形中, 因式分解是 ()
A. $a^2 - 2a + 1 = a(a-2) + 1$ B. $(x-1)(x+6) = x^2 + 5x - 6$
C. $x^3 - x = x(x+1)(x-1)$ D. $4m^2 - 8m + 16 = 4(m^2 - 2m + 4)$
5. 若多项式 $a^2 + 1 + \Delta$ 能直接用完全平方公式进行因式分解, 则 “ Δ ” 所代表的单项式不可以是 ()
A. $2a$ B. $-2a$ C. $\frac{a^4}{4}$ D. $-\frac{a^4}{4}$
6. 文化情境·数学文化现代的数学符号体系, 不仅使得数学语言变得简洁明了, 还能更好地帮助人们总结出便于运算的各种运算法则, 简明地揭示数量之间的相互关系. 我国在 1905 年清朝学堂的课本中还用 “ $\frac{\text{五}}{\text{丁}} \pm \frac{\text{三}}{\text{丙}} \pm \frac{\text{二七}}{\text{甲乙}}$ ” 来表示相当于 $\frac{d^2}{5} - \frac{c^2}{3} + \frac{a^2b^2}{27}$ 的代数式, 观察其中的规律, 化简 “ $\frac{\text{六}}{\text{六乙}} \pm \frac{\text{三}}{\text{乙}} \pm \frac{\text{甲}}{\text{丙}}$ ”, 后得 ()
A. $\frac{4b^2}{3} - \frac{c^2}{a}$ B. $\frac{2b^2}{3} + \frac{c^2}{a}$ C. $\frac{4}{b^2} - \frac{a}{c^2}$ D. $\frac{-2}{b^2} + \frac{a}{c^2}$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分)

7. 一个圆柱体的高为 5, 底面半径为 2, 如果它的高不变, 底面半径增加 a , 那么它的体积增加_____ (用含有 a 的代数式表示, π 取 3).

8. 已知整式 $3x^2y^2 - xy^3 + 2x^4y - 7y^5 + x^3$, 其中字母 y 的最高次数的项是_____.

9. 把整式 $3x^2y^2 - xy^3 + 2x^4y - 7y^5 + x^3$ 按字母 x 的升幂排列是_____.

10. 计算: $5x^2 \cdot (-x^4) =$ _____.

11. 计算: $(x^m - y^n)(x^m + y^n) - x^m(x^m - x^n) =$ _____.

12. 计算: $a^5b^3 \div (-8a^3b^3) =$ _____.

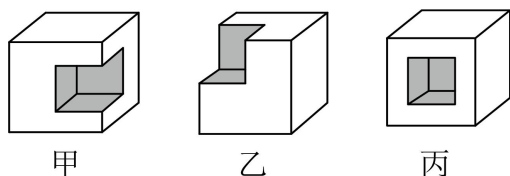
13. 因式分解: $y^{n+2} - 8y^{n+1} + 12y^n =$ _____.

14. 两名学生将一个二次三项式因式分解, 一名学生看错了一次项系数, 因式分解的结果为 $(x+2)(x+3)$; 另一名学生看错了常数项, 因式分解的结果为 $(x-6)(x+1)$, 那么这个二次三项式正确的因式分解结果是_____.

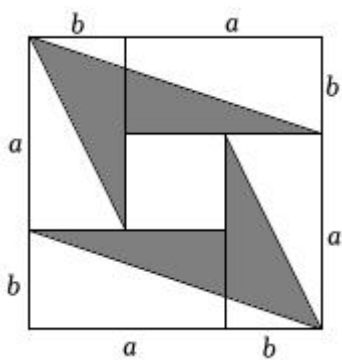
15. 已知 $4a^2 + b^2 + 2a - 2b + 1\frac{1}{4} = 0$, 那么 $a^2 + b^2$ 的值是_____.

16. 如果 $a - b - 5 = 0$, 那么代数式 $a^2 - b^2 - 10b$ 的值是_____.

17. 某玩具厂生产配件, 需要分别从棱长为 a 的正方体木块中, 挖去一个棱长为 b ($b < a$) 的小正方体木块, 得到甲、乙、丙三种型号的玩具配件 (如图所示), 将甲、乙、丙这三种配件的表面积分别记为 $S_{\text{甲}}$ 、 $S_{\text{乙}}$ 、 $S_{\text{丙}}$, 那么这三者的大小关系是_____ (请用 “ $<$ ” 连接).



18. 用 4 张长为 a 、宽为 b ($a > b$) 的长方形纸片, 按如图的方式拼成一个边长为 $(a+b)$ 的正方形, 图中空白部分的面积为 S_1 , 阴影部分的面积为 S_2 . 若 $S_1 = 2S_2$, 则 a 、 b 之间存在的数量关系是_____.



三、解答题（本大题共 9 题，19~24 题每题 6 分，25 题 8 分，26~27 题每题 10 分，共 64 分）

19. 计算： $\left[-2(a-b)^3\right]^2 + 3(a-b) \cdot (b-a)^5$ （结果用幂的形式表示）.

20. 利用乘法公式简便运算： $999.5^2 - 1000.5^2$

21. 计算： $(x-2y-3z)(x+2y-3z)$.

22. 因式分解： $(x^2+x)(x^2+x-5)-6$.

23. 先化简，再求值： $4(x+2y)(x-2y) + 5(x-2y)^2 - (x+2y)^2$ ，其中 $x = \frac{3}{2}$ ， $y = \frac{1}{3}$.

24. 阅读下列材料：计算： $(2+1) \times (2^2+1) \times (2^4+1)$.

解：原式 $= (2-1) \times (2+1) \times (2^2+1) \times (2^4+1)$

$= [(2-1) \times (2+1)] \times (2^2+1) \times (2^4+1)$

$= (2^2-1) \times (2^2+1) \times (2^4+1)$

$= (2^4-1) \times (2^4+1)$

$= 2^8 - 1$

$= 255$.

运用上述方法计算： $\left(1+\frac{1}{3}\right) \times \left(1+\frac{1}{3^2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3^4}\right) \times \left(1+\frac{1}{3^8}\right) + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3^{15}}$.

25. 乐乐在学习了因式分解之后，尝试对多项式 $x^2 - 36y^2 + x - 6y$ 进行因式分解

$x^2 - 36y^2 + x - 6y$ 解：原式 $= (x^2 - 36y^2) + (x - 6y)$ 第一步 $= (x - 6y)(x + 6y) + (x - 6y)$ 第二步	①提公因式法； ②公式法； ③十字相乘法.
--	-----------------------------

$= (x - 6y)(x + 6y + 1)$. 第三步	
--------------------------------	--

(1) 乐乐从第一步到第二步因式分解运用的方法是_____法，第二步到第三步因式分解运用的方法是_____法（从右框中分别选择一种方法填入序号）；

(2) 请你按照上述方法分解因式： $x^2 - 6xy + 9y^2 - 3x + 9y$.

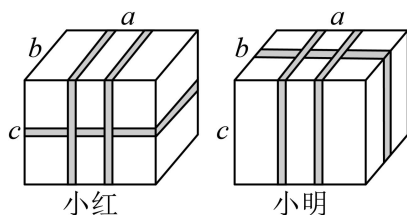
26. 综合与实践

问题情境

劳动基地的蔬菜都成熟了，学校计划将蔬菜送给敬老院的老人，现有长为 a 厘米，宽为 b 厘米，高为 c 厘米的箱子若干，将蔬菜装满每个盒子后需利用打包带进行打包.

方案设计

如图，小红和小明各设计了一种打包方式（接头处的长度不计，本题所有问题只考虑打包带的长度，不考虑其他影响因素）.



问题解决

(1) 用含 a , b , c 的式子表示这两种打包方式所用的打包带的长度：小红的方案中所用打包带的长度为_____厘米；小明的方案中所用打包带的长度为_____厘米.

(2) 当 $a = 50$ 厘米， $b = 30$ 厘米， $c = 40$ 厘米时，小红和小明设计的这两种打包方式所用的打包带的长度分别是多少？

(3) 当 $a > c > b$ 时，比较小红和小明设计的方案中，哪种所用的打包带的长度更短.

27. 阅读材料，回答问题.

材料一：因为 $2^3 = 2 \times 2 \times 2$ ， $2^2 = 2 \times 2$ ，所以 $2^3 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2)(2 \times 2) = 2^5$.

材料二：求 $3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6$ 的值.

解：设 $S = 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6$ ①

则 $3S = 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7$ ②

用②-①得, $3S - S = (3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7) - (3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6) = 3^7 - 3$,

所以 $2S = 3^7 - 3$, 即 $S = \frac{3^7 - 3}{2}$, 所以 $3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 = \frac{3^7 - 3}{2}$.

这种方法我们称为“错位相减法”.

(1) 填空: $5^7 \cdot 5^8 = 5^{\quad}$, $a^2 \times a^5 = a^{\quad}$.

(2) “棋盘摆米”是一个著名的数学故事: 阿基米德与国王下棋, 国王输了, 国王问阿基米德要什么奖赏. 阿基米德对国王说: “我只要在棋盘上第一格放一粒米, 第二格放二粒, 第三格放四粒, 第四格放八粒...按这个方法放满整个棋盘就行” 国王以为要不了多少粮食, 就随口答应了.

①国际象棋共有 64 个格子, 则在第 64 格中应放_____粒米. (用幂表示)

②设国王输给阿基米德的总米粒数为 S , 求 S .