

2024-2025 学年上海市闵行区紫竹双语学校八年级（下）

第二次月考数学试卷

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列函数中，是一次函数的是（ ）

- A. $y = 1 - x$ B. $y = \frac{1}{x}$ C. $y = kx + 1$ D. $y = x^2 + 1$

2. 十边形的外角和为（ ）

- A. 1800° B. 1440° C. 1080° D. 360°

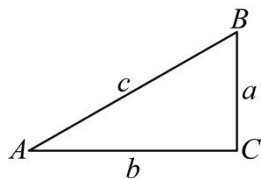
3. 在平行四边形 $ABCD$ 中，如果 $\angle A + \angle C = 160^\circ$ ，那么 $\angle B$ 等于（ ）

- A. 40° B. 60° C. 80° D. 100°

4. 已知两个相似三角形的对应边的比为 5:1，则它们的周长之比为（ ）

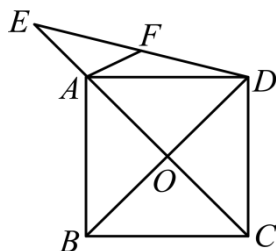
- A. 1:5 B. 5:1 C. 25:1 D. 1:25

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = a$ ， $AC = b$ ， $AB = c$ ，则下列选项正确的是（ ）



- A. $\sin A = \frac{b}{c}$ B. $\tan B = \frac{b}{a}$ C. $\tan A = \frac{a}{c}$ D. $\cos B = \frac{b}{a}$

6. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 $3\sqrt{2}$ ，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，点 E 在 CA 的延长线上， $OE = 5$ ，连接 DE ，若 F 为 DE 的中点，则线段 AF 的长为（ ）



- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\sqrt{5}$

二、填空题：本题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分。

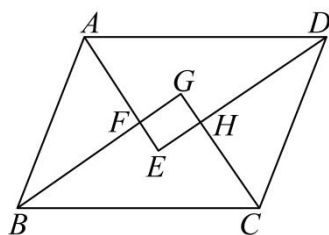
7. 已知一次函数 $y = -x + b$ 的图象过点 $P(2, 4)$ ，则 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 用换元法解分式方程 $\frac{2x^2+1}{x} - \frac{2x}{2x^2+1} = 1$ 时, 如果设 $\frac{2x^2+1}{x} = y$, 将原方程化为关于 y 的整式方程,

那么这个整式方程是_____.

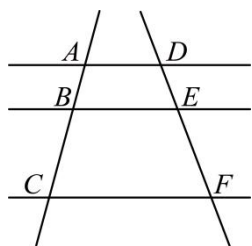
9. 计算: $3\vec{a} - \frac{1}{2}(2\vec{a} - 4\vec{b}) =$ _____.

10. 如图, $\square ABCD$ 的四个内角的平分线相交, 如能构成四边形 $EFGH$, 则这个四边形 $EFGH$ 是_____.



11. 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 4$, $AD = 2$, $CD = 5$, 这个梯形的中位线的长度为_____.

12. 如图, $AD \parallel BE \parallel CF$, $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$, $DE = 3$, 则 DF 的长为_____.



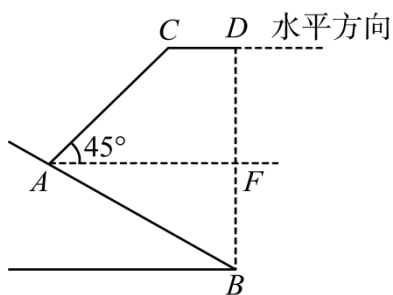
13. 对于锐角 α , 已知 $\sin \alpha = \cos 40^\circ$, 则 $\alpha =$ _____.

14. 从“卓越”对应的英语单词“*excellence*”中任意选一个字母, 选出的字母为“e”的概率为_____.

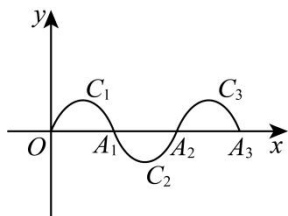
15. 若 $y = (m-2)x^{m^2-2} + 3x$ 是关于 x 的二次函数, 则 m 的值为_____.

16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 将抛物线 $y = x^2 + 2$ 向左平移1个单位, 再向下平移4个单位, 所得新抛物线的顶点为 P , 与 y 轴交点为 A , 则 $\tan \angle POA =$ _____.

17. 如图, 一架无人机在滑雪赛道的一段坡道 AB 的上方进行跟踪拍摄, 无人机伴随运动员水平向右飞行, 某次拍摄中, 当运动员在点 A 位置时, 无人机在他的仰角为 45° 的斜上方 C 处, 当运动员到达地面 B 点时, 无人机恰好到达运动员正上方的 D 处, 已知 AB 的坡度为 $1:\sqrt{3}$ 且长为 300 米, 无人机飞行距离 CD 为 60 米, 则无人机离地面高度 BD 的长是_____米. (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.7$)



18. 如图，一段抛物线： $y = -x(x-2)$ ($0 \leq x \leq 2$) 记为图象 C_1 ，它与 x 轴交于两点 O 、 A_1 ；将图象 C_1 绕点 A_1 旋转 180° 得到图象 C_2 ，交 x 轴于点 A_2 ；将图象 C_2 绕点 A_2 旋转 180° 得到图象 C_3 ，交 x 轴于点 A_3 ；... 如此进行下去，若点 $P\left(\frac{2025}{2}, m\right)$ 在某段抛物线上，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.



三、计算题：本大题共 1 小题，共 5 分.

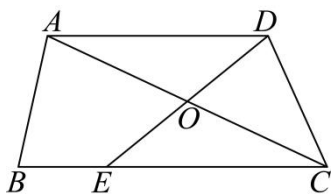
19. 解方程： $x - \sqrt{2x+1} = 1$.

四、解答题：本题共 8 小题，共 53 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

20. 解方程： $\frac{x+1}{x^2-x} - \frac{1}{3x} = \frac{x+5}{3x-3}$

21. 解二元二次方程组 $\begin{cases} x+y-1=0 \\ x^2-y-2x-1=0 \end{cases}$

22. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 O 是对角线 AC 的中点， DO 的延长线与 BC 相交于点 E ，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ， $\overrightarrow{BE} = \vec{c}$.



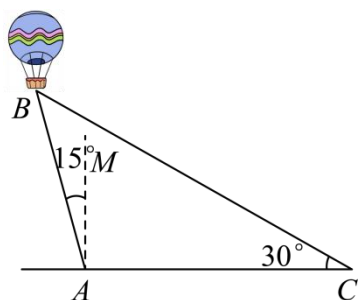
- (1) 试用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 表示向量： $\overrightarrow{ED} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 写出图中所有与 $\overrightarrow{AD}$ 互为相反向量的向量： $\underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (3) 求作： $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{OC}$. (画出所求向量，并直接写出结论)

23. 近期，由杭州深度求索人工智能基础技术研究有限公司（简称 *DeepSeek*）开发的 *AI* 大模型在全球范围内掀起了热潮。据悉，*DeepSeek* 训练一个 *AI* 模型时，初始数据量为 2000 条时需 18 分钟完成训练，之后每增加 100 条数据，训练时间延长 3 分钟。假设总数据量为 x 条（ $x \geq 2000$ ），训练时间为 y 分钟，且 y 与 x 的关系可以近似的看作一次函数。

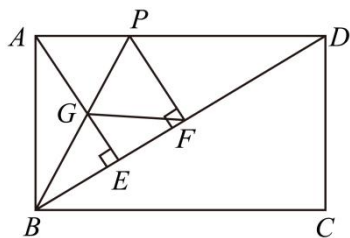
(1) 求 y 关于 x 的函数关系式；

(2) 若训练总时间为 69 分钟，求使用的数据总量。

24. 如图， A 处有一垂直于地面的标杆 AM ，热气球沿着与 AM 的夹角为 15° 的方向升空，到达 B 处，这时在 A 处的正东方向 200 米的 C 处测得 B 的仰角为 30° （ AM 、 B 、 C 在同一平面内）。求 A 、 B 之间的距离。（结果精确到 1 米， $\sqrt{2} \approx 1.414$ ）



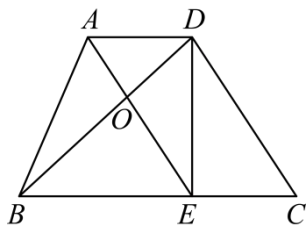
25. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AE \perp BD$ 于点 E ，点 P 是边 AD 上一点，若 BP 平分 $\angle ABD$ ，交 AE 于点 G ， $PF \perp BD$ 于点 F 。



(1) 求证： $AP = AG$ ；

(2) 求证：四边形 $AGFP$ 是菱形。

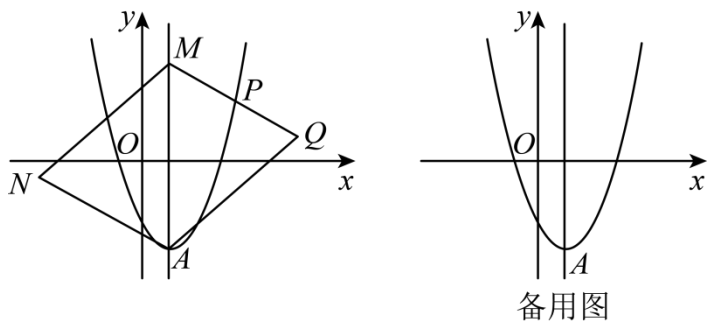
26. 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 E 是 BC 上一点，且 $OA \cdot BE = OE \cdot CE$ 。



(1) 求证：四边形 $AECD$ 是平行四边形；

(2) 如果 $\angle BDE = \angle DAE$ ，求证： $OB \cdot CD = BE \cdot DE$ 。

27. 如图，在平面直角坐标系中， O 为坐标原点，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ （其中 b 、 c 为常数）的图象经过点 $(3, 1)$ ，其顶点 A 的横坐标为 1. 点 P 是该抛物线在 x 轴上方的图象上的一点，其横坐标为 m ，点 Q 的坐标为 $(2m-1, 1)$ ，连接 QP 并延长交该抛物线的对称轴于点 M ，连接 AQ ，以 AQ 、 QM 为边作平行四边形 $AQMN$.



- (1) 求该抛物线对应的函数关系式；
- (2) 当 $m > 0$ ，且 $QM \perp y$ 轴时，求点 Q 的坐标；
- (3) 当点 N 与点 Q 的纵坐标之和为 0 时，求 m 的值；
- (4) 当四边形 $AQMN$ 是矩形时，直接写出 m 的值.