

2024-2025 学年上海市长宁区七年级（上）期末数学试卷

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 下列各代数式中是五次单项式的是（ ）

- A. $5a^3b$ B. 3^2a^2b C. $-a^2b^3$ D. $9a^2+b^3$

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $2a^2 - a^2 = 1$ B. $(ab^2)^2 = ab^4$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ D. $a^8 \div a^4 = a^2$

3. 下列说法正确的是（ ）

- A. $\frac{2\pi a^2}{3}$ 的系数是 $\frac{2}{3}$ ； B. $\frac{1}{3x}$ 是单项式；
C. 多项式 $x^2 - 3x + 4$ 的一次项系数是 3； D. $\frac{5xy}{6}$ 的次数为 2.

4. 下列各式从左到右的变形是因式分解的是（ ）

- A. $a(a+b) = a^2 + ab$ B. $a^2 + 2a + 1 = a(a+2) + 1$
C. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ D. $2a^2 - 6ab = 2a(a-3b)$

5. 如果将分式 $\frac{a+b}{a^2+b^2}$ 中的 a 和 b 都扩大为原来的 2 倍，那么分式的值（ ）

- A. 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ B. 扩大为原来的 4 倍
C. 扩大为原来的 2 倍 D. 缩小为原来的 $\frac{1}{4}$

6. 视力表中的字母“E”有各种不同的摆放形式，下面每种组合的两个字母“E”是关于某条直线成轴对称的是（ ）

- A.  B.  C.  D. 

二、填空题：本题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分．

7. 已知单项式 $-\frac{4}{3}a^{n+1}b^3$ 与单项式 $3a^2b^{m-2}$ 是同类项，则 $m+n=$ _____.

8. 将多项式 $x^2 - y^2 + xy^3 - 2x^3y$ 按字母 x 降幂排列，结果是_____.

9. 若分式 $\frac{2x-1}{x+1}$ 的值为 0，则 x 的值为_____.

10. 计算： $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} =$ _____.

11. 分解因式: $2m^2n - mn^2 =$ _____.

12. 分解因式: $x^2 - 4y^2 =$ _____.

13. 一个多项式减去 $-x^2 + x - 3$ 的差是 $4x^2 - 3x + 4$, 则这个多项式是_____.

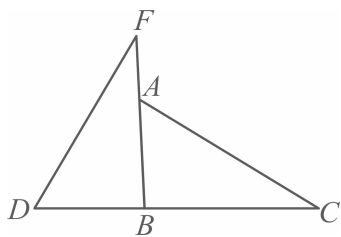
14. 计算: $(12ax^3 - 27ax) \div (-3ax) =$ _____.

15. 已知: $2^x \times 16 = 2^7$, 那么 $x =$ _____.

16. 已知: $a + b = 3$, $ab = \frac{2}{3}$, 化简 $(a-1)(b-1)$ 的结果是_____.

17. 化简 $(x^{-1} - 1)^{-1}$ 的结果是_____.

18. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBF$ 是形状、大小完全相同的两个直角三角形, 点 B 、 C 、 D 在同一条直线上, 点 B 、 A 、 F 也在同一条直线上, $\triangle ABC$ 的位置不动, 将 $\triangle DBF$ 绕点 B 顺时针旋转 $x^\circ (0 < x < 180)$, 点 F 的对应点为点 F_1 , 点 D 的对应点为点 D_1 , 当 $\angle F_1BC = \frac{1}{3} \angle ABF_1$ 时, $\angle D_1BC$ 的度数为_____.



三、计算题: 本大题共 5 小题, 共 25 分.

19. 计算: $a^2 \cdot a^4 + (-2a^2)^3 + a^8 \div a^2$.

20. 计算: $(a-2b)(a+2b) - (a-2b)^2 + 8b^2$.

21. 因式分解: $(a^2 + a)^2 + 4(a^2 + a) - 12$

22. 分解因式: $x^2 + 4y^2 - 4xy - 25$

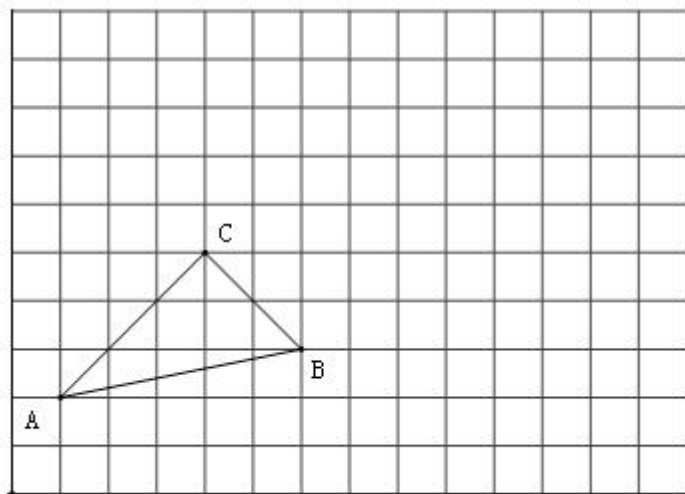
23. 解方程: $\frac{4}{x^2-1} = \frac{x+2}{x-1} - 1$.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 33 分.

24. 先化简 $\frac{x+1}{x+2} \div \frac{x^2-2x}{x^2-4} - \frac{x+2}{x+1}$, 再在 $-2, -1, 0, 1, 2$ 中选取一个合适的 x 的值代入, 求出代数式的值.

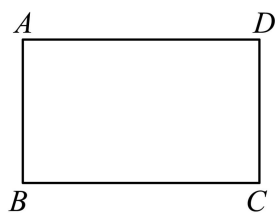
25. 如图, $\triangle ABC$ 是格点三角形 (各顶点是网格线的交点), 每个小方格都是边长为 1 个单位长度的小正方形.

- (1) 将 $\triangle ABC$ 向右平移 6 个单位长度，画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$.
- (2) 将平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 B_1 顺时针旋转 90° ，画出旋转后的 $\triangle A_2B_1C_2$.
- (3) 将 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 翻折，画出翻折后的 $\triangle A_3BC$.
- (4) 试问 $\triangle ABC$ 能否经过一次旋转后与 $\triangle A_2B_1C_2$ 重合，若能，请在图中用字母 O 表示旋转中心并写出旋转角的大小；若不能，请说明理由.

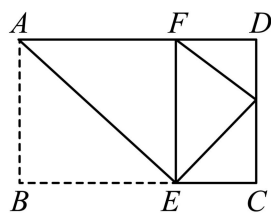


26. 某化工厂要在规定的时间内搬运 1800 千克化工原料，现有 A 、 B 两种机器人可供选择，已知 A 型机器人每小时完成的工作量是 B 型机器人的 1.5 倍， A 型机器人单独完成所需的时间比 B 型机器人少 10 小时. 求两种机器人每小时分别搬运多少千克化工原料.

27. 已知：如图①长方形纸片 $ABCD$ 中， $AB < AD$. 将长方形纸片 $ABCD$ 沿直线 AE 翻折，使点 B 落在 AD 边上，记作点 F ，如图②.



图①

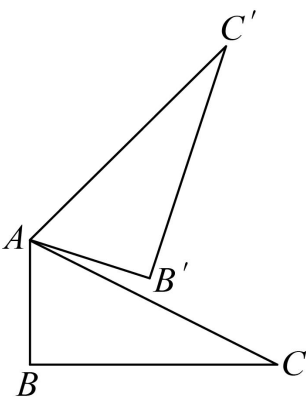


图②

- (1) 当 $AD = 10$ ， $AB = 6$ 时，求线段 FD 的长度；
- (2) 设 $AD = 10$ 、 $AB = x$ ，如果再将 $\triangle AEF$ 沿直线 EF 向右起折，使点 A 落在射线 FD 上，记作点 G ，若设线段 $FD = \frac{4}{3}DG$ ，请根据题意画出图形，并求出 x 的值；
- (3) 设 $AD = a$ ， $AB = b$ ， $\triangle AEF$ 沿直线 EF 向右翻折后交 CD 边于点 H ，连接 FH ，当 $\frac{S_{\triangle HFE}}{S_{\text{四边形}ABCD}} = \frac{1}{5}$ 时，求 $\frac{a}{b}$ 的值.

一、填空题：本题共 1 小题，每小题 4 分，共 4 分.

28. 如图，直角 ABC 的直角顶点为 B ，且 $AB=8$ ， $BC=15$ ， $AC=17$ ，将此三角形绕着顶点 A 逆时针旋转 72° 到直角 $AB'C'$ 的位置，在旋转过程中，线段 BC 扫过的面积是____. (结果保留 π)



二、解答题：本题共 2 小题，共 16 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

29. 根据以下素材，探索完成任务.

如何设计奖品购买及兑换方案？		
素材 1	某文具店销售某种钢笔与笔记本，已知钢笔的单价是笔记本的 2 倍，用 120 元购买笔记本的数量比用 160 元购买钢笔的数量多 8 件.	
素材 2	某学校花费 400 元购买该文具店的钢笔和笔记本作为奖品颁发给“优秀学生”，两种奖品的购买数量共 50 件.	
素材 3	学校花费 400 元后，文具店赠送 m 张 ($1 < m < 10$) 兑换券（如右）用于商品兑换. 兑换后，笔记本与钢笔数量相同.	
问题解决		
任务 1	探求商品单价	请运用适当方法，求出钢笔与笔记本的单价.

任务 2	求奖品的购买方案	购买钢笔和笔记本数量的方案.
任务 3	确定兑换方式	运用数学知识, 确定符合条件的一种兑换方式.

30. 阅读理解

材料: 为了研究分式 $\frac{1}{x}$ 与分母 x 的变化关系, 小明制作了表格, 并得到如下数据:

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$\frac{1}{x}$	...	-0.25	-0.3	-0.5	-1	无意义	1	0.5	0.3	0.25	...

从表格数据观察, 当 $x > 0$ 时, 随着 x 的增大, $\frac{1}{x}$ 的值随之减小, 并无限接近 0; 当 $x < 0$ 时, 随着 x 的增大, $\frac{1}{x}$ 的值也随之减小.

材料 2: 对于一个分子、分母都是多项式的分式, 当分母的次数高于分子的次数时, 我们把这个分式叫做真分式. 当分母的次数不低于分子的次数时, 我们把这个分式叫做假分式. 有时候, 需要把一个假分式化成整式和真分式的代数和, 像这种恒等变形, 称为将分式化为部分分式.

如: $\frac{2x+1}{x-4} = \frac{2x-8+8+1}{x-4} = \frac{2x-8}{x-4} + \frac{8+1}{x-4} = 2 + \frac{9}{x-4}.$

根据上述材料完成下列问题:

(1) 当 $x > 0$ 时, 随着 x 的增大, $1 + \frac{1}{x}$ 的值 _____ (增大或减小);

当 $x < 0$ 时, 随着 x 的增大, $\frac{x+2}{x}$ 的值 _____ (增大或减小);

(2) 当 $x > 1$ 时, 随着 x 的增大, $\frac{2x+2}{x-1}$ 的值无限接近一个数, 请求出这个数;

(3) 当 $0 \leq x \leq 2$ 时, 求代数式 $\frac{5x-2}{x-3}$ 值的范围.