

2024-2025 学年上海市浦东新区上南中学东校七年级（下）期末数学试卷

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如果 $a < b$ ，那么下列不等式正确的是（ ）

- A. $-2 + a < -2 + b$ B. $-2a < -2b$ C. $\frac{a}{2} > \frac{b}{2}$ D. $a^2 > b^2$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了不等式的性质，熟知不等式的性质是解题的关键：不等式两边同时加上或减去一个数或者式子，不等号不改变方向，不等式两边同时乘以或除以一个正数，不等号不改变方向，不等式两边同时乘以或除以一个负数，不等号改变方向。

【详解】解：A、由 $a < b$ 可得 $-2 + a < -2 + b$ ，原不等式正确，符合题意；

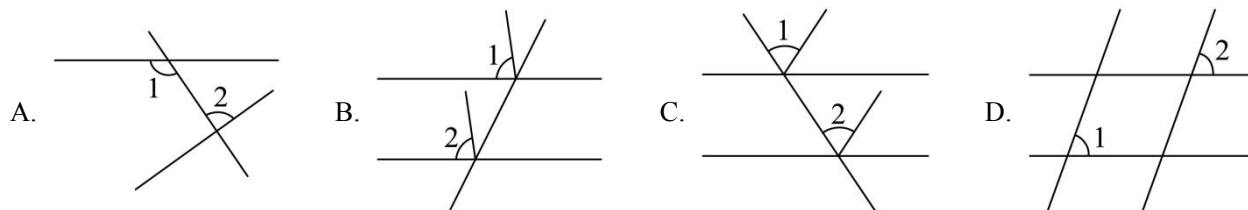
B、由 $a < b$ 可得 $-2a > -2b$ ，原不等式不正确，不符合题意；

C、由 $a < b$ 可得 $\frac{a}{2} < \frac{b}{2}$ ，原不等式不正确，不符合题意；

D、由 $a < b$ 不一定得到 $a^2 > b^2$ ，例如 $1 < 2$ ，但是 $1^2 < 2^2$ ，原不等式不正确，不符合题意；

故选：A

2. 图中， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角的有（ ）



【答案】C

【解析】

【分析】此题主要考查了三线八角，关键是掌握同位角的边构成“F”形，内错角的边构成“Z”形，同旁内角的边构成“U”形，根据同位角的意义，结合图形进行判断即可。

【详解】解：A、是内错角，不是同位角，故此选项不符合题意；

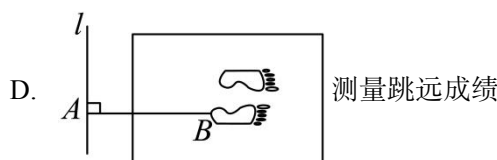
B、不是同位角，故此选项不符合题意；

C、是同位角，故此选项符合题意；

D、不是同位角，故此选项不符合题意.

故选 C.

3. 在下列生活、生产现象中，可以用基本事实“垂线段最短”来解释的是（ ）



【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了垂线段最短这一基本事实在生活中的应用，解题的关键是理解每个生活、生产现象背后的数学原理，并判断是否符合“垂线段最短”.

依次分析每个选项中现象所依据的数学原理，判断能否用“垂线段最短”来解释.

【详解】A、平板弹墨线，利用的是“两点确定一条直线”的原理，通过两点弹出直线，并非“垂线段最短”，所以该选项不符合；

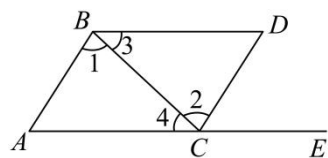
B、建筑工人砌墙，是利用铅垂线的原理，保证墙与地面垂直，依据的是重力方向竖直向下，与“垂线段最短”无关，该选项不符合；

C、弯河道改直，是为了缩短路程，依据的是“两点之间，线段最短”，而不是“垂线段最短”，该选项不符合；

D、测量跳远成绩时，测量的是从起跳点到落脚点的垂线段的长度，因为从落脚点到起跳线的垂线段是最短的，这样测量能得到最准确的成绩，符合“垂线段最短”的原理，该选项符合.

故选： D.

4. 如图，点 E 在 AC 的延长线上，下列条件中能判断 $AB \parallel CD$ 的是（ ）



A. $\angle 3 = \angle 4$

B. $\angle D + \angle ACD = 180^\circ$

C. $\angle 1 = \angle 2$

D. $\angle D = \angle DCE$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定，熟练掌握该知识点是解题的关键。根据平行线的判定方法逐一进行判断即可。

【详解】 解：A、 $\angle 3 = \angle 4$ ，内错角相等，能得到 $AC \parallel BD$ ，不能判断 $AB \parallel CD$ ，不符合题意；
B、 $\angle D + \angle ACD = 180^\circ$ ，同旁内角互补，能得到 $AC \parallel BD$ ，不能判断 $AB \parallel CD$ ，不符合题意；
C、 $\angle 1 = \angle 2$ ，内错角相等，能判断 $AB \parallel CD$ ，符合题意；
D、 $\angle D = \angle DCE$ ，内错角相等，能得到 $AC \parallel BD$ ，不能判断 $AB \parallel CD$ ，不符合题意；
故选：C。

5. 已知下列命题中：

- ①有两条边分别相等的两个直角三角形全等；
- ②顶角与底边分别对应相等的两个等腰三角形全等；
- ③如果 $a^2 = b^2$ ，那么 $a = b$ ；
- ④两个三角形中，两边及其中一边的对角对应相等，则这两个三角形全等。

其中假命题的个数是（ ）个。

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定，等腰三角形的性质，平方的意义，熟练掌握全等三角形的判定，等腰三角形的性质是解题的关键。根据全等三角形的判定，等腰三角形的性质，平方的意义，解答即可。

【详解】 解：①有两条边分别相等的两个直角三角形不一定全等，若一个直角三角形的斜边等于另一个直角三角形的直角边，这样的两个直角三角形一定不全等，

故本命题是假命题；

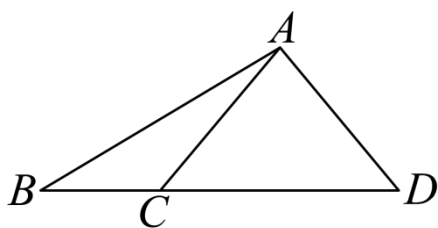
②顶角与底边分别对应相等的两个等腰三角形全等，由顶角相等一定得到它们的底角分别对应相等，利用角角边或角边角都能判定全等，

故本命题是真命题；

③如果 $a^2 = b^2$ ，那么 $a = \pm b$ ，

故本命题是假命题；

④两个三角形中，两边与及其中一边的对角对应相等，如图，



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 中, $AB = AB$, $AC = AD$, $\angle D = \angle D$, 但 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ABC$ 不全等,
故本命题是假命题;

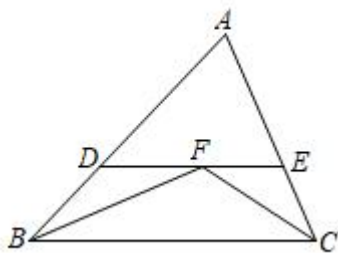
故假命题的个数是 3 个,

故选: C.

6 如图, $\triangle ABC$ 中, BF 、 CF 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$, 过点 F 作 $DE \parallel BC$ 交 AB 于点 D , 交 AC 于点 E , 那么下列结论:

① $\angle DFB = \angle DBF$; ② $\triangle EFC$ 为等腰三角形; ③ $\triangle ADE$ 的周长等于 $\triangle BFC$ 的周长;

④ $\angle BFC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$. 其中正确的是 ()



A. ①②

B. ①③

C. ①②④

D. ①②③④

【答案】 C

【解析】

【分析】①根据平分线的性质、平行线的性质, 借助于等量代换可求出 $\angle DBF = \angle DFB$; ②同理可得②的结论; ③用特殊值法, 当 $\triangle ABC$ 为等边三角形时, 连接 AF , 根据等边三角形的性质, 角平分线定义和等腰三角形的判定便可得出 $BF = AF = CF$, 进而得 $BF + CF > AC$, 便可得出; $\triangle ADE$ 的周长不等于 $\triangle BFC$ 的周长; ④利用两次三角形的内角和, 以及平分线的性质, 进行等量代换, 可求的 $\angle BFC$ 和 $\angle BAC$ 之间的关系式.

【详解】解: ① $\because BF$ 是 $\angle ABC$ 的角平分线,

$$\therefore \angle ABF = \angle CBF,$$

$$\text{又} \because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle CBF = \angle DFB,$$

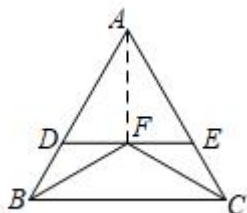
$\therefore \angle DFB = \angle DBF$ ，故①正确；

②同理 $\angle ECF = \angle EFC$ ，

$\therefore EF = EC$ ，

$\therefore \triangle EFC$ 为等腰三角形故②正确；

③假设 ABC 为等边三角形，则 $AB = AB = BC$ ，如图，连接 AF ，



$\therefore \angle DBF = \angle DFB$ ， $\angle ECF = \angle EFC$ ，

$\therefore BD = DF$ ， $EF = EC$ ，

$\therefore ADE$ 的周长 $= AD + DF + EF + AE = AD + BD + AE + EC = AB + AC$ ，

$\therefore F$ 是 $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ 的平分线的交点，

$\therefore$ 第三条平分线必过其点，即 AF 平分 $\angle BAC$ ，

$\therefore ABC$ 为等边三角形，

$\therefore \angle BAC = \angle BCA = \angle ABC = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle FAB = \angle FBA = \angle FAC = \angle FCA = 30^\circ$ ，

$\therefore FA = FB = FC$ ，

$\therefore FA + FC > AC$ ，

$\therefore FB + FC > AC$ ，

$\therefore FB + FC + BC > BC + AC$ ，

$\therefore FB + FC + BC > AB + AC$ ，

即 $\triangle BFC$ 的周长 $> ADE$ 的周长，故③错误；

④在 ABC 中， $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$ (1)，

在 $\triangle BFC$ 中， $\angle BFC + \angle FBC + \angle FCB = 180^\circ$ ，

即 $\angle BFC + \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle ACB = 180^\circ$ (2)，

(2) $\times 2 -$ (1) 得 $\angle BFC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ ，故④正确；

故选：C.

【点睛】 本题考查了等腰三角形的性质及角平分线的性质，以及三角形内角和定理解答，涉及面较广，需

同学们仔细解答. 尤其是第③小题在常规方法不能判断正误时, 可采用的特殊值法进行判断, 也即是举反例的方法.

二、填空题: 本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分.

7. 不等式组 $\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$ 的解集是_____.

【答案】 $x \leq -1$

【解析】

【分析】 本题考查的是确定不等式组的解集, 掌握确定不等式组的解集的方法是解本题的关键.

根据“同小取小”即可得到答案.

【详解】 解: 不等式组 $\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$ 的解集是 $x \leq -1$,

故答案为: $x \leq -1$.

8. 命题“等边三角形的各个内角都等于 60° ”, 其逆命题是_____.

【答案】 三个内角都是 60° 的三角形是等边三角形

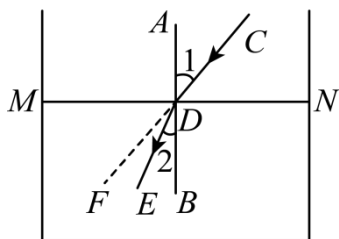
【解析】

【分析】 本题主要考查了写出一个命题的逆命题, 把原命题的结论和条件互换作为新命题的条件和结论并写出对应的命题即可.

【详解】 解: 命题“等边三角形的各个内角都等于 60° ”, 其逆命题是: 三个内角都是 60° 的三角形是等边三角形

故答案为: 三个内角都是 60° 的三角形是等边三角形.

9. 当光线从空气中射入某种液体中时, 光线的传播方向发生了变化, 在物理学中这种现象叫做光的折射. 如图, MN 为液面, $AB \perp MN$ 于点 D , 一束光线沿 CD 射入液面, 在点 D 处发生折射, 折射光线为 DE , 点 F 为 CD 的延长线上一点, 若入射角 $\angle 1 = 50^\circ$, 折射角 $\angle 2 = 36^\circ$, 则 $\angle EDF$ 的度数为_____.



【答案】 14° ## 14 度

【解析】

【分析】 本题考查了对顶角的性质, 角的和差, 根据对顶角相等求出 $\angle FDB = 50^\circ$, 再计算角的差即可.

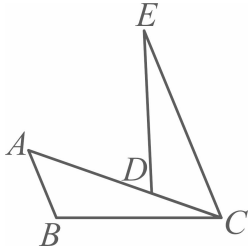
【详解】解：∵点 F 为 CD 的延长线上一点，

$$\therefore \angle 1 = \angle FDB = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle EDF = \angle FDB - \angle 2 = 14^\circ,$$

故答案为： 14° .

10. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ ，点 D 在边 AC 上，若 $AB = 3$ ， $CE = 8$ ，则 $AD =$ _____.



【答案】 5

【解析】

【分析】 本题考查全等三角形的性质，根据全等三角形得到 $AB = CD = 3$ ， $CE = AC = 8$ ，最后根据 $AD = AC - CD$ 求解即可.

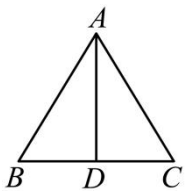
【详解】解：∵ $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ ， $AB = 3$ ， $CE = 8$ ，

$$\therefore AB = CD = 3, CE = AC = 8,$$

$$\therefore AD = AC - CD = 8 - 3 = 5,$$

故答案为： 5 .

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ， $AD = 5$ ， $CD = 3$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.



【答案】 15

【解析】

【分析】 根据等腰三角形三线合一的性质可得 $AD \perp BC$ ， $BC = 2CD = 6$ ，再根据三角形面积公式求解即可.

本题主要考查了等腰三角形三线合一的性质，熟练掌握以上知识是解题的关键.

【详解】解：∵ 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ，

$$\therefore AD \perp BC, BC = 2CD = 2 \times 3 = 6,$$

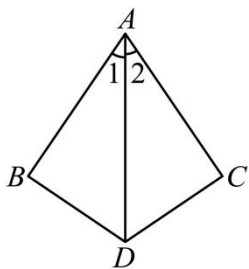
$$\therefore AD = 5,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 6 \times 5 = 15,$$

即 $\triangle ABC$ 的面积为 15,

故答案为: 15.

12. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, 若要使得 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 则可添加的条件是_____. (只需填写一个条件)



【答案】 $AB = AC$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 此题考查了全等三角形的判定, 添加条件 $AB = AC$, 利用 SAS 证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 即可.

【详解】 解: 可添加的条件是 $AB = AC$,

$$\because AD = AD, \angle 1 = \angle 2, AB = AC,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD (\text{SAS}),$$

故答案为: $AB = AC$ (答案不唯一)

13. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x - a \geq 0 \\ 3 - 2x \geq 0 \end{cases}$ 只有一个整数解, 则实数 a 的取值范围是_____.

【答案】 $0 < a \leq 1$

【解析】

【分析】 本题考查一元一次不等式组的整数解, 解答本题的关键是明确解一元一次不等式的方法.

先解出不等式组 $\begin{cases} x - a \geq 0 \\ 3 - 2x \geq 0 \end{cases}$ 中每个不等式的解集, 再根据关于 x 的不等式组只有一个整数解, 即可得到 a 的取值范围.

【详解】 解: $\begin{cases} x - a \geq 0 & \text{①} \\ 3 - 2x \geq 0 & \text{②} \end{cases}$,

解不等式①, 得: $x \geq a$,

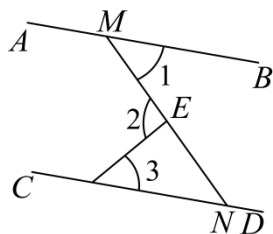
解不等式②, 得 $x \leq \frac{3}{2}$,

∵ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-a \geq 0 \\ 3-2x \geq 0 \end{cases}$ 只有一个整数解,

$$\therefore 0 < a \leq 1,$$

故答案为: $0 < a \leq 1$.

14. 如图, 已知直线 $AB \parallel CD$, 点 E 是线段 MN 上的动点, 若 $\angle 2 = 95^\circ$, $\angle 3 = 50^\circ$, 则 $\angle 1 =$ ____度.

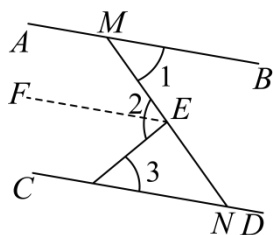


【答案】 45

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质, 过点 E 作 $EF \parallel AB$, 由 $AB \parallel CD$ 得 $EF \parallel AB \parallel CD$, 进而得 $\angle 1 = \angle MEF$, $\angle 3 = \angle CEF$, 再根据 $\angle 2 = \angle MEF + \angle CEF = \angle 1 + \angle 3$ 进行求解即可.

【详解】 解: 如图, 过点 E 作 $EF \parallel AB$,



$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore EF \parallel AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle MEF, \quad \angle 3 = \angle CEF,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle MEF + \angle CEF = \angle 1 + \angle 3,$$

$$\because \angle 2 = 95^\circ, \quad \angle 3 = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 - \angle 3 = 95^\circ - 50^\circ = 45^\circ.$$

故答案为: 45.

15. 定义: 一个三角形的一边长是另一边长的 2 倍, 这样的三角形叫做“倍长三角形”. 若等腰 ABC 是“倍长三角形”, 腰 AB 的长为 6, 则 ABC 的周长为_____.

【答案】 15

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的性质, 三角形的三边关系; 利用分类讨论思想, 熟练掌握三角形三边关

系是解题的关键. 本题分两种情况讨论: ①腰是底的 2 倍; ②底是腰的 2 倍, 再利用三角形三边关系 (三角形的两边之和大于第三边, 两边之差小于第三边) 进行检验即可得到答案.

【详解】解: 根据题意, 分两种情况讨论:

①当腰是底的 2 倍时, 底边为 $6 \div 2 = 3$,

$$\therefore 3 + 6 > 6, 6 - 3 < 6,$$

$\therefore$ 可以构成三角形;

②当底是腰的 2 倍时, 底边为 $6 \times 2 = 12$,

$$\therefore 6 + 6 = 12,$$

$\therefore$ 不能构成三角形.

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长} = 6 + 6 + 3 = 15$$

故答案为: 15.

16. 若一个等腰三角形有一个内角为 82° , 则它的底角为 _____.

【答案】 82° 或 49°

【解析】

【分析】本题考查等腰三角形的定义、三角形内角和定理, 解题的关键是注意分情况讨论, 避免漏解. 分 82° 是等腰三角形的底角或顶角两种情况, 利用三角形内角和定理求解.

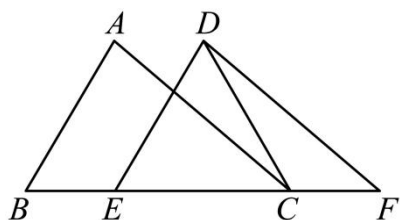
【详解】解: ① 82° 是等腰三角形的底角;

②当 82° 是等腰三角形的顶角时,

它的底角的度数为: $\frac{1}{2} \times (180^\circ - 82^\circ) = 49^\circ$, 符合要求;

故答案为: 82° 或 49° .

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4$, $BC = 6$, $\angle B = 60^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移 2 个单位后得到 $\triangle DEF$, 连接 DC , 则 DC 的长为_____.



【答案】 4

【解析】

【分析】 本题主要考查了平移的性质, 等边三角形的性质与判定, 根据平移的性质可得 $DE = AB = 4$,

$BE = 2$, $\angle B = \angle DEC = 60^\circ$, 则可证明 $\triangle DEC$ 是等边三角形, 然后根据等边三角形的性质即可得解.

【详解】解: $\because \triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移 2 个单位后得到 $\triangle DEF$,

$$\therefore DE = AB = 4, \quad BE = 2, \quad \angle B = \angle DEC = 60^\circ,$$

$$\therefore CE = BC - BE = 6 - 2 = 4,$$

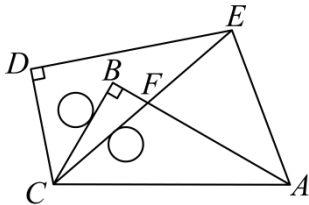
$$\therefore CE = DE$$

$\therefore \triangle DEC$ 是等边三角形,

$$\therefore DC = DE = 4,$$

故答案为: 4.

18. 如图, 将含有 60° 锐角的三角板 ABC 绕 60° 的锐角顶点 C 逆时针旋转一个角度到 $\triangle ECD$, 若 AB 、 CE 相交于点 F , $AE = AF$, 则旋转角是_____.



【答案】 40° ## 40 度

【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质、等腰三角形的性质、三角形内角和定理和三角形的外角的性质, 熟练掌握旋转的性质是解题的关键.

设旋转角 α , 先根据旋转的性质得 $CA = CE$, 再利用三角形内角和得到 $\angle CAE = \angle CEA = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, 由等腰三角形的性质可得出 $\angle AEF = \angle AFE$, 根据三角形外角的性质可得出答案.

【详解】 解: 设旋转角为 α ,

$$\therefore \angle ACF = \alpha, \quad CA = CE,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle CEA = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha,$$

$$\because AE = AF,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle AFE,$$

$$\because \angle AFE = \alpha + \angle CAF = \alpha + 30^\circ,$$

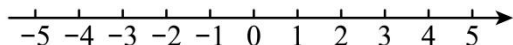
$$\therefore \alpha + 30^\circ = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha,$$

$$\therefore \alpha = 40^\circ,$$

故答案为: 40° .

三、解答题：本题共 9 小题，共 58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19. 解不等式： $\frac{2-x}{3} \geq \frac{x-1}{7} + 2$ ，并把它解集表示在数轴上。



【答案】 $x \leq -2.5$ ；见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式，解题关键是熟练掌握解一元一次不等式的一般步骤。按照解一元一次不等式的一般步骤：去分母，去括号，移项，合并同类项，未知数系数化成 1，进行计算，求出不等式的解集，并把解集在数轴上表示出来即可。

【详解】 解： $\frac{2-x}{3} \geq \frac{x-1}{7} + 2$ ，

去分母，得 $7(2-x) \geq 3(x-1) + 42$ ，

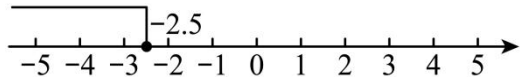
去括号，得 $14 - 7x \geq 3x - 3 + 42$ ，

移项，得 $-7x - 3x \geq -3 + 42 - 14$ ，

合并同类项，得 $-10x \geq 25$ ，

系数化为 1，得 $x \leq -2.5$ ，

解集表示在数轴上如下：



20. 解不等式组： $\begin{cases} x+3 > 2x \text{ ①} \\ \frac{1-3x}{4} \leq 2+x \text{ ②} \end{cases}$ ，并求它的非负整数解。

【答案】 $-1 \leq x < 3$ ，非负整数解为 0，1，2

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组，解题关键是求不等式的公共解，要遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小无解了。

先分别解不等式，求出不等式组的解集，然后找出非负整数解。

【详解】 解： $\begin{cases} x+3 > 2x \text{ ①} \\ \frac{1-3x}{4} \leq 2+x \text{ ②} \end{cases}$ ，

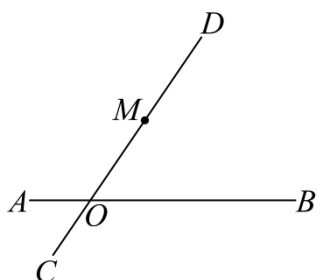
解不等式①得： $x < 3$ ，

解不等式②得： $x \geq -1$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 \leq x < 3$,

$\therefore$ 不等式组的非负整数解为 $0, 1, 2$.

21. 尺规作图：如图，直线 AB 和 CD 相交于点 O , M 是 CD 上的一点,



(1) 过点 M 画出直线 AB 的垂线, 垂足为点 F .

(2) 过点 M 画出直线 AB 的平行线 PQ .

【答案】 (1) 见详解 (2) 见详解

【解析】

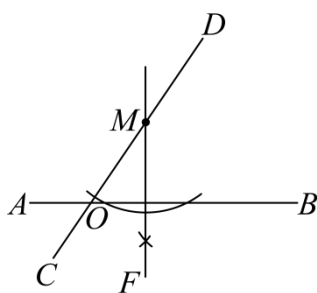
【分析】 (1) 按照过直线外一点作已知直线的垂线的尺规作图法作图即可.

(2) 按照作一个角等于已知角的尺规作图法, 过 M 点作 $\angle DMQ = \angle DOB$, 则直线 PQ 平行于直线 AB .

本题考查了基本的尺规作图, 过直线外一点作已知直线的垂线和做一个角等于已知角, 熟练掌握尺规作图的基本步骤是解题的关键.

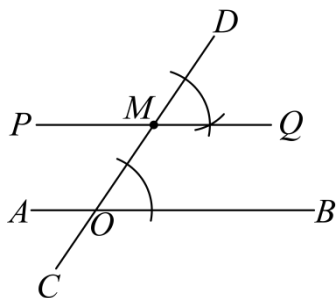
【小问 1 详解】

解: 如图, 直线 MF 即为所求;



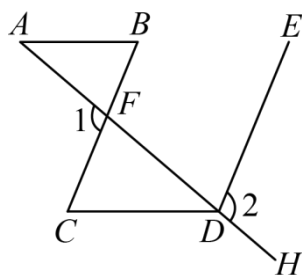
【小问 2 详解】

解: 如图, 直线 PQ 即为所求.



22. 完成下列证明:

已知: $\angle B + \angle CDE = 180^\circ$, $\angle 1 = \angle 2$, 求证: $AB \parallel CD$.



证明: $\because \angle 1 = \angle BFD$ (①____),

又 $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle BFD = \angle 2$,

$\therefore BC \parallel$ ②____ (③____).

$\therefore \angle C +$ ④____ $= 180^\circ$ (⑤____).

$\because \angle B + \angle CDE = 180^\circ$ (已知),

$\therefore \angle B = \angle C$.

$\therefore AB \parallel CD$ (⑥____).

【答案】 ①对顶角相等②DE ③同位角相等, 两直线平行④ $\angle CDE$ ⑤两直线平行, 同旁内角互补⑥内错角相等, 两直线平行

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定和性质, 熟练掌握平行线的判定和性质是解题的关键. 根据平行线的判定和性质, 补齐各步骤的结论和推理依据即可.

【详解】 证明: $\because \angle 1 = \angle BFD$ (对顶角相等),

又 $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle BFD = \angle 2$,

$\therefore BC \parallel DE$ (同位角相等, 两直线平行),

$\therefore \angle C + \angle CDE = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补),

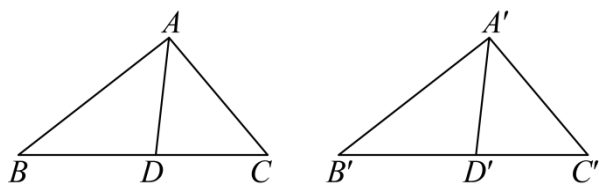
$\because \angle B + \angle CDE = 180^\circ$ (已知),

$\therefore \angle B = \angle C$,

$\therefore AB \parallel CD$ (内错角相等, 两直线平行).

故答案为：①对顶角相等；② DE ；③同位角相等，两直线平行；④ $\angle CDE$ ；⑤两直线平行，同旁内角互补；⑥内错角相等，两直线平行.

23. 命题：全等三角形的对应角的平分线相等.



(1) 请将此命题改写成“如果……，那么……”的形式为_____.

(2) 结合图形，补全此命题的已知和求证.

已知：如图，①_____，

AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ,

②_____.

求证：③_____.

(3) 此命题是_____命题. (填“真”或“假”)

【答案】 (1) 如果两个三角形全等，那么这两个三角形的对应角的平分线相等

(2) $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$, $A'D'$ 平分 $\angle B'A'C'$ 交 $B'C'$ 于 D' , $AD = A'D'$

(3) 真

【解析】

【分析】 (1) 根据命题的结构，结合问题中，已知，结论，在结论前面加上那么即可.

(2) 结合图形，根据已知，结论，具体化写出来即可.

(3) 根据全等三角形的性质和判定证明即可得此命题是真命题.

本题考查了命题的结构：任何一个命题都可以写成“如果……，那么……”的形式，以及判断命题的真假，全等三角形的判定和性质，解决本题的关键是分清命题的题设和结论部分.

【小问 1 详解】

解：将此命题改写成“如果……，那么……”的形式为：如果两个三角形全等，那么这两个三角形的对应角的平分线相等.

故答案为：如果两个三角形全等，那么这两个三角形的对应角的平分线相等.

【小问 2 详解】

解：已知：如图， $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$,

AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ,

$A'D'$ 平分 $\angle B'A'C'$ 交 $B'C'$ 于 D' ,

求证: $AD = A'D'$.

故答案为: $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$, $A'D'$ 平分 $\angle B'A'C'$ 交 $B'C'$ 于 D' , $AD = A'D'$.

【小问 3 详解】

解: 此命题是真命题, 理由如下:

$$\because \triangle ABC \cong \triangle A'B'C',$$

$$\therefore \angle B = \angle B', \quad \angle BAC = \angle B'A'C', \quad AB = A'B',$$

$$\because AD \text{ 平分 } \angle BAC, \quad A'D' \text{ 平分 } \angle B'A'C',$$

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC, \quad \angle B'A'D' = \frac{1}{2} \angle B'A'C',$$

$$\therefore \angle BAD = \angle B'A'D',$$

$$\text{又} \because AB = A'B', \quad \angle B = \angle B',$$

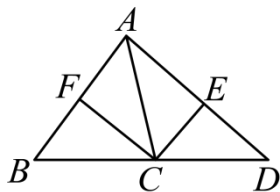
$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle A'B'D' (\text{ASA}),$$

$$\therefore AD = A'D',$$

$\therefore$ 全等三角形的对应角的平分线相等.

故答案为: 真.

24. 如图, D 为 $\triangle ABC$ 边 BC 延长线上一点, 且 $CD = CA$, E 是 AD 的中点, CF 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 F . 求证: $CE \perp CF$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质, 角平分线的定义, 根据三线合一定理证明 CE 平分 $\angle ACD$, 然后根据 CF 平分 $\angle ACB$, 根据邻补角的定义即可证得.

【详解】证明: $\because CD = CA, E$ 是 AD 的中点,

$$\therefore \angle ACE = \angle DCE.$$

$$\because CF \text{ 平分 } \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ACF = \angle BCF.$$

$$\because \angle ACE + \angle DCE + \angle ACF + \angle BCF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE + \angle ACF = 90^\circ \text{ 即 } \angle ECF = 90^\circ,$$

$$\therefore CE \perp CF.$$

25. 2024年度“涟商大会”在国家级地质公园湄江举行，为迎接此次盛会，某初中举办了“湄江焕彩，涟商倾情”的绘画比赛，并购买A、B两种徽章作为奖品. 已知购买2个A种徽章和3个B种徽章需156元；购买4个A种徽章和5个B种徽章需284元.

(1) 每个A种徽章与每个B种徽章的价格分别为多少元？

(2) 学校计划购进A、B两种徽章共60个，已知购进的A种徽章数不少于B种徽章数的2倍，且总费用不超过2000元，那么购进A种徽章的个数是多少？

【答案】 (1) 每个A种徽章的价格为36元，每个B种徽章的价格为28元

(2) 购进A种徽章的个数是40

【解析】

【分析】 本题主要考查了二元一次方程组的应用及一元一次不等式组应用，理解题意并列方程和不等式组是解题的关键.

(1) 设每个A种徽章的价格为 x 元，每个B种徽章的价格为 y 元，根据题意列出二元一次方程组并求解即可；

(2) 设购进 m 个A种徽章，则购进 $(60-m)$ 个B种徽章，再根据题意列出不等式组并求解即可.

【小问1详解】

解：设每个A种徽章的价格为 x 元，每个B种徽章的价格为 y 元，

$$\text{由题意得：} \begin{cases} 2x + 3y = 156 \\ 4x + 5y = 284 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x = 36 \\ y = 28 \end{cases},$$

答：每个A种徽章的价格为36元，每个B种徽章的价格分别为28元；

【小问2详解】

解：设购进 m 个A种徽章，则购进 $(60-m)$ 个B种徽章，

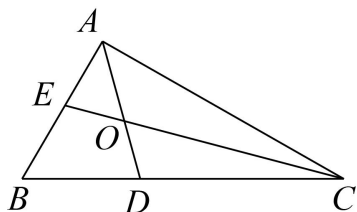
$$\text{由题意得：} \begin{cases} m \geq 2(60-m) \\ 36m + 28(60-m) \leq 2000 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} m \geq 40 \\ m \leq 40 \end{cases}$,

$\therefore m = 40$,

答: 购进 A 种徽章的个数是 40.

26. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $\angle ABC=60^\circ$, AD , CE 分别平分 $\angle BAC$, $\angle ACB$.



(1) 求 $\angle AOE$ 的度数;

(2) 求证: $AC=AE+CD$.

【答案】 (1) $\angle AOE = 60^\circ$

(2) 见解析

【解析】

【分析】 (1) 利用三角形的内角和求出 $\angle ACB$ 的度数, 再利用角平分线得到 $\angle CAD$ 、 $\angle ACE$ 的大小, 最后求出外角 $\angle AOE$ 的度数;

(2) 在 AC 上 $CF = CD$, 构造 $\triangle DCO \cong \triangle FCO$, 再利用条件证明 $\triangle EAO \cong \triangle FAO$, 从而得到 $AE = AF$ 解题.

【小问 1 详解】

解: $\because \angle BAC = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \angle ACB = 30^\circ$,

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$, CE 平分 $\angle BAC$,

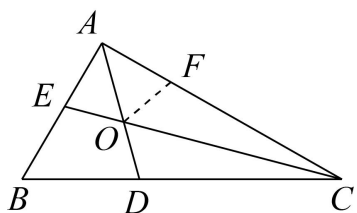
$\therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 45^\circ$, $\angle ACE = \frac{1}{2} \angle ACB = 15^\circ$,

$\therefore \angle AOE$ 是 $\triangle AOC$ 的外角,

$\therefore \angle AOE = \angle CAD + \angle ACE = 60^\circ$;

【小问 2 详解】

证明: 在 AC 上截取 $CF = CD$, 连接 OF ,



$\therefore CE$ 平分 $\angle ACB$,

$\therefore \angle DCO = \angle FCO$,

在 $\triangle DCO$ 和 $\triangle FCO$ 中,

$$\begin{cases} CD = CF \\ \angle DCO = \angle FCO, \\ OC = OC \end{cases}$$

$\therefore \triangle DCO \cong \triangle FCO (SAS)$,

$\therefore \angle COD = \angle COF$,

$\therefore \angle AOE = 60^\circ$,

$\therefore \angle COD = \angle COF = 60^\circ$,

$\therefore \angle AOF = 180^\circ - \angle AOE - \angle COF = 60^\circ$,

$\therefore \angle AOE = \angle AOF$,

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle EAO = \angle FAO$,

在 $\triangle EAO$ 和 $\triangle FAO$ 中

$$\begin{cases} \angle EAO = \angle FAO \\ AO = AO \\ \angle AOE = \angle AOF \end{cases},$$

$\therefore \triangle EAO \cong \triangle FAO (ASA)$,

$\therefore AE = AF$,

$\therefore AC = AF + CF$,

$\therefore AC = AE + CD$.

【点睛】 本题考查角平分线的定义、全等三角形的判定和性质, 证明线段的和差常用“截长或补短”的方法.

27. 综合与实践

【问题情境】 课外数学社团开展活动时, 指导老师提出了如下问题: 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB = 6$, $AC = 4$, D 为 BC 边上的中点, 试求中线 AD 长的取值范围.

【探究方法】 小明同学在组内和同学们合作交流后, 得到了如下解决方法: 如图 2, 延长 AD 到点 E , 使 $DE = AD$, 连接 BE . 请根据小明同学的方法思考:

(1) 由已知条件和作辅助线, 能得到 $\triangle ADC \cong \triangle EDB$, 理由是_____.

A. SAS B. ASA C. AAS D. SSS

(2) 求中线 AD 长的取值范围.

【解决问题】

(3) 老师赞赏了他们的探索精神, 并鼓励他们运用这个知识来解决问题: 如图3, $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 都是等腰直角三角形, $\angle ABC = \angle DBE = 90^\circ$, BF 是 CE 的中线, 若 $BF = 5$, 求 AD 的长.

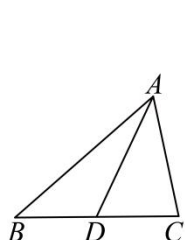


图1

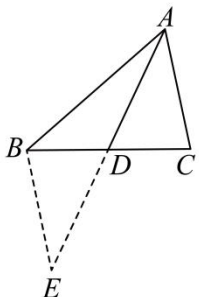


图2

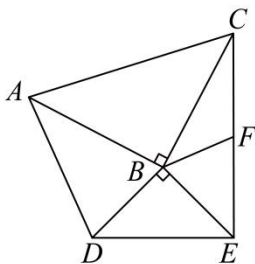


图3

【答案】(1) A; (2) $1 < AD < 5$; (3) 10

【解析】

【分析】(1) 根据全等三角形的判定即可求解;

(2) 由全等三角形的性质可得 $EB = AC = 4$, 再根据三角形的三边关系解答即可求解;

(3) 延长 BF 至 G , 使 $GF = BF$, 连接 CG , 可证 $\triangle CFG \cong \triangle EFB$ (SAS), 可得 $CG = EB$, $\angle 1 = \angle 2$, 再证明 $\triangle ABD \cong \triangle BCG$ (SAS), 得到 $AD = BG = 2BF = 10$, 即可求解;

本题考查了全等三角形的判定和性质, 三角形的三边关系, 等腰直角三角形的性质, 正确作出辅助线是解题的关键.

【详解】解: (1) D 为 BC 边上的中点,

$$\therefore BD = CD,$$

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle EDB$ 中,

$$\begin{cases} CD = BD \\ \angle ADC = \angle EDB, \\ AD = ED \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDB \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDB \text{ 的理由是 SAS},$$

故选: A;

$$(2) \because \triangle ADC \cong \triangle EDB,$$

$$\therefore EB = AC = 4,$$

$$\because AB - EB < AE < AB + EB,$$

$$\therefore 6 - 4 < 2AD < 6 + 4,$$

$$\text{即 } 1 < AD < 5;$$

(3) 延长 BF 至 G , 使 $GF = BF$, 连接 CG ,

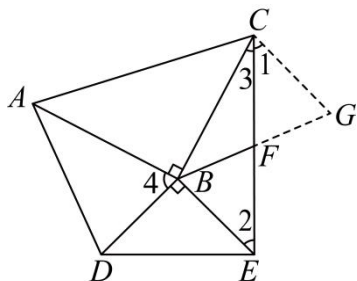


图3

$\because BF$ 是 BEC 的中线,

$$\therefore CF = EF,$$

$$\because \angle CFG = \angle EFB, \quad GF = BF,$$

$$\therefore \triangle CFG \cong \triangle EFB (\text{SAS}),$$

$$\therefore CG = EB, \quad \angle 1 = \angle 2,$$

$$\because \angle ABC = \angle DBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 + \angle CBE = 180^\circ,$$

$$\because \angle 2 + \angle 3 + \angle CBE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 2 + \angle 3,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 1 + \angle 3,$$

$$\text{即 } \angle 4 = \angle GCB,$$

$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 都是等腰直角三角形,

$$\therefore AB = CB, \quad BD = BE,$$

$$\therefore BD = CG,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BCG (\text{SAS}),$$

$$\therefore AD = BG = 2BF = 10,$$

即 AD 的长为 10.