

上海市建平实验中学 2024 学年第二学期期中阶段练习

初一数学

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列不等式变形正确的是 ()

A. 若 $a < b$, 则 $1+a < 1+b$

B. 若 $a < b$, 则 $ax^2 < bx^2$

C. 若 $ac > bc$, 则 $a > b$

D. 若 $m > n$, 则 $m-1 < n-1$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了不等式的基本性质: (1) 不等式的两边同时加上 (或减去) 同一个数或同一个含有字母的式子, 不等号的方向不变; (2) 不等式的两边同时乘 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变; (3) 不等式的两边同时乘 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变. 应用不等式的基本性质, 逐项判断即可.

【详解】解: A. 若 $a < b$, 则 $1+a < 1+b$, 原变形正确,

B. 若 $a < b$ 且 $x^2 \neq 0$, 则 $ax^2 < bx^2$, 原变形错误,

C. 若 $ac > bc$ 且 $c > 0$, 则 $a > b$, 原变形错误,

D. 若 $m > n$, 则 $m-1 > n-1$, 原变形错误,

故选: A.

2. 下列说法中正确的是 ()

A. 平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线平行

B. 平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

C. 从直线外一点到已知直线引垂线, 点和垂足之间的垂线段叫做这个点到这条直线的距离

D. 如果直线 a 与 b 相交, b 与 c 相交, 那么 a 与 c 相交

【答案】B

【解析】

【分析】根据平行公理, 垂线的性质, 点到直线的距离以及相交线的概念分别判断即可.

【详解】解: A、平面内, 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行, 故错误, 不合题意;

B、平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直, 故正确, 符合题意;

C、从直线外一点到已知直线引垂线, 点和垂足之间的垂线段的长度叫做这个点到这条直线的距离, 故错误,

不合题意；

D、如果直线 a 与 b 相交， b 与 c 相交，那么 a 与 c 不一定相交，有可能平行，故错误，不合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了平行公理，垂线的性质，点到直线的距离以及相交线，熟练掌握相关基本知识方能正确选择.

3. 下列命题是真命题的是 ()

A. 同位角相等，两直线平行

B. 相等的角是对顶角

C. 若 $a^2 = 1$ ，则 $a = 1$

D. 正数与负数的和一定等于零

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查判断命题的真假，根据平行线的判定，对顶角，利用平方根解方程，有理数的运算，逐一进行判断即可.

【详解】解：A、同位角相等，两直线平行，是真命题，符合题意；

B、对顶角相等，相等的角不一定是对顶角，原命题是假命题，不符合题意；

C、若 $a^2 = 1$ ，则 $a = \pm 1$ ，原命题是假命题，不符合题意；

D、正数与负数的和不一定等于零，例如： $2 + (-1) = 1$ ，原命题是假命题，不符合题意；

故选 A.

4. 图 1 是某品牌共享单车放在水平地面的实物图，图 2 是其示意图，其中 AB 、 CD 都与地面平行，

$\angle BCD = 68^\circ$ ， $\angle BAC = 52^\circ$ ，已知 AM 与 CB 平行，则 $\angle MAC$ 的度数为 ()



图1

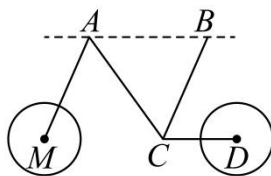


图2

A. 52°

B. 60°

C. 68°

D. 112°

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了平行线性质的应用，利用两直线平行，内错角相等，可以将求 $\angle MAC$ 转化为求 $\angle ABC$ 内角 $\angle BCA$ ， $AB \parallel CD$ 可得 $\angle ABC = \angle BCD = 68^\circ$ ，然后利用三角形内角和 180° 即可求解.

【详解】解：∵ $AM \parallel CB$,

$$\therefore \angle MAC = \angle BCA,$$

∵ AB 、 CD 都与地面平行

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BCD = 68^\circ,$$

$$\therefore \text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } \angle BCA = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABC = 180^\circ - 52^\circ - 68^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle MAC = 60^\circ.$$

故选：B.

5. 小刚用 100 元钱去购买笔记本和圆珠笔共 30 件，已知每本笔记本 2 元，每支圆珠笔 5 元，则小刚最多能买圆珠笔（ ）

A. 12 支

B. 13 支

C. 14 支

D. 15 支

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查的是一元一次不等式的应用，本题可设小刚买圆珠笔 x 支，再分别乘以它们的单价，令两者的和小于等于 100，化简即可得出 x 的取值，取最大整数即可得出答案.

【详解】解：设小刚买圆珠笔 x 支，

$$5x + 2(30 - x) \leq 100,$$

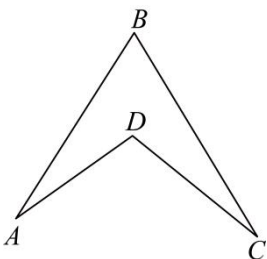
$$\text{解得：} x \leq 13\frac{1}{3},$$

∵ x 为整数，

∴ x 最大为 13，

故选：B.

6. 形如燕尾的几何图形我们通常称之为“燕尾形”，如图是一个“燕尾形”，已知 $\angle ADC = 105^\circ$ ， $\angle ABC = 63^\circ$ ， $\angle BAD = 22^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的度数为（ ）



A. 63°

B. 20°

C. 85°

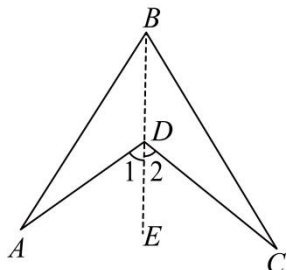
D. 105°

【答案】 B

【解析】

【分析】连接 BD ，延长 BD 到 E ，根据三角形的外角的性质得出 $\angle 1 = \angle A + \angle ABD$ ， $\angle 2 = \angle C + \angle CBD$ ，继而得出 $\angle ADC = \angle 1 + \angle 2 = \angle A + \angle C + \angle ABC$ ，代入已知数据，即可求解。

【详解】解：连接 BD ，延长 BD 到 E 。



$$\therefore \angle 1 = \angle A + \angle ABD, \quad \angle 2 = \angle C + \angle CBD,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle 1 + \angle 2 = \angle A + \angle C + \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ADC = 105^\circ, \quad \angle ABC = 63^\circ, \quad \angle BAD = 22^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle ADC - \angle ABC - \angle BAD = 105^\circ - 63^\circ - 22^\circ = 20^\circ$$

故选： B

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，共 24 分）

7. 将“ a 的 2 倍与 4 的差是非负数”用不等式表示为_____.

【答案】 $2a - 4 \geq 0$

【解析】

【分析】 a 的 2 倍即 $2a$ ，非负数即是不小于零的数，由此可用不等式表示。

【详解】解： a 的 2 倍与 4 的差是非负数用不等式表示为 $2a - 4 \geq 0$ ，

故答案为 $2a - 4 \geq 0$ 。

【点睛】本题考查了一元一次不等式的应用，理解题意列出式子是解题的关键。

8. 命题“等边三角形有三条对称轴”的逆命题是_____（用“如果...那么...”的形式写出）。

【答案】 如果三角形有三条对称轴，那么这个三角形是等边三角形

【解析】

【分析】本题考查了命题的逆命题。根据逆命题的定义，将原命题的条件和结论互换即可解答。

【详解】解：命题“等边三角形有三条对称轴”的逆命题是“如果三角形有三条对称轴，那么这个三角形是等边三角形”。

故答案为：如果三角形有三条对称轴，那么这个三角形是等边三角形。

9. **开放性试题** 判断命题“如果 $0 < n < 1$, 那么 $n^2 - 1 > 0$ ”是假命题, 只需举出一个反例, 反例中的值可以是_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 只要从满足条件的数中找到一个数, 使结论不成立, 就可以说明命题是假命题. 本题考查了举反例判断假命题, 只要从符合 $0 < n < 1$ 中找出一个数, 能使 $n^2 - 1 > 0$ 不成立, 就可以说明此命题是假命题, 所以准确从条件, 结论两个角度去判断解题是解题的关键.

【详解】 解: 当 $n = \frac{1}{3}$ 时, 符合条件 $0 < n < 1$,

$$\text{但 } n^2 - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{8}{9} < 0,$$

$\therefore$ 命题“如果 $0 < n < 1$, 那么 $n^2 - 1 > 0$ ”是假命题.

同样当 $n = \frac{1}{2}$ 时, 也可以判断命题“如果 $0 < n < 1$, 那么 $n^2 - 1 > 0$ ”是假命题,

故答案为: $\frac{1}{2}$ (也可以是 $\frac{1}{3}$ 等, 答案不唯一).

10. 若 $\triangle ABC$ 的三个内角的比为 $2:5:3$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是_____三角形. (填锐角、直角、钝角中的一个)

【答案】 直角

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的内角和定理以及三角形的分类, 先根据三角形的内角和定理求出 $\triangle ABC$ 中最大角的度数, 然后根据三角形的分类求解即可.

【详解】 解: $\because \triangle ABC$ 的三个内角的比为 $2:5:3$,

$$\therefore \triangle ABC \text{ 中最大角为 } \frac{5}{2+3+5} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 的形状是直角三角形,

故答案为: 直角.

11. 长为 10, 7, 5, 3 的四根木条, 选其中三根组成三角形, 有_____种选法.

【答案】 2

【解析】

【分析】 首先得到每三根组合的情况, 再根据三角形的三边关系进行判断.

【详解】每三根组合，有 10, 7, 5; 10, 7, 3; 10, 5, 3; 7, 5, 3 四种情况.

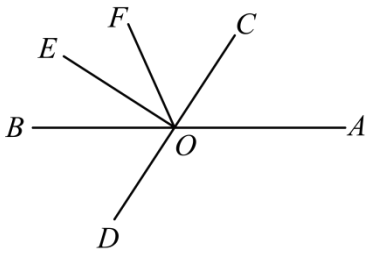
根据三角形的三边关系，得其中的 10, 7, 3; 10, 5, 3 不能组成三角形.

能够组成三角形的有 2 种选法，它们分别是 10, 7, 5; 7, 5, 3.

故答案为 2.

【点睛】考查三角形的三边关系，掌握三角形任意两边之和大于第三边是解题的关键.

12. 如图，直线 AB 和 CD 相交于点 O ， $\angle COE = 90^\circ$ ， OE 平分 $\angle BOF$ ， $\angle EOF = 25^\circ$ ，那么 $\angle AOC$ 的度数是_____.



【答案】 65°

【解析】

【分析】本题考查了角平分线的定义，平角性质，掌握角平分线的定义是解题的关键.

根据角平分线的定义求出 $\angle BOE$ 的度数， $\angle AOC$ 的度数 $= 180^\circ - \angle BOE - \angle COE$ 即可求得.

【详解】 $\because OE$ 平分 $\angle BOF$,

$$\therefore \angle BOE = \angle EOF = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 180^\circ - \angle BOE - \angle COE,$$

$$= 180^\circ - 25^\circ - 90^\circ,$$

$$= 65^\circ.$$

故答案为: 65° .

13. 用反证法证明命题: “一个三角形中不能有两个直角”的过程归纳为以下三个步骤:

① $\angle A + \angle B + \angle C = 90^\circ + 90^\circ + \angle C > 180^\circ$, 这与三角形内角和为 180° 相矛盾, 则 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ 不成立;

② 所以一个三角形中不能有两个直角;

③ 假设 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 中有两个角是直角, 不妨设 $\angle A = \angle B = 90^\circ$.

正确顺序的序号排列为_____.

【答案】 ③①②

【解析】

【分析】根据反证法的步骤即可判断.

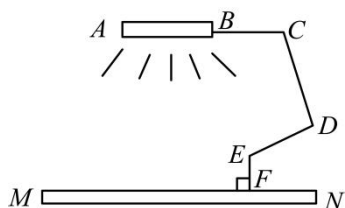
【详解】反证法的步骤是先假设结论成立，然后推出矛盾，最后推出假设不成立，结论成立.

所以，正确的步骤是③①②.

故答案为：③①②.

【点睛】本题考查反证法、记住反证法的把步骤先假设结论成立，然后推出矛盾，最后推出假设不成立，结论成立.

14. 小明研究两条平行线间的拐点问题在生活中的应用，书桌上有一款长臂折叠 LED 护眼灯，其示意图如图所示， EF 与桌面 MN 垂直. 当发光的灯管 AB 恰好与桌面 MN 平行时，若 $\angle DEF = 126^\circ$ ， $\angle BCD = 104^\circ$ ，则 $\angle CDE$ 的度数为_____.



【答案】 112°

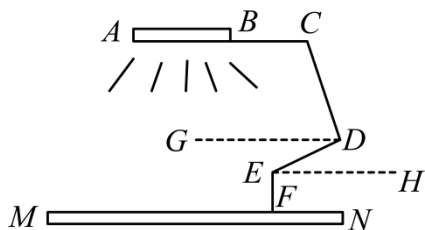
【解析】

【分析】此题考查了平行线的性质，熟记平行线的性质定理是解题的关键. 过点 D 作 $DG \parallel AB$ ，过点 E 作 $EH \parallel AB$ ，根据平行线的性质求解即可.

【详解】解： $\because EF \perp MN$ ，

$$\therefore \angle MFE = 90^\circ,$$

如图，过点 D 作 $DG \parallel AB$ ，过点 E 作 $EH \parallel AB$ ，



$$\because AB \parallel MN,$$

$$\therefore AB \parallel DG \parallel EH \parallel MN,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle CDG = 180^\circ, \angle GDE = \angle DEH, \angle HEF = \angle MFE = 90^\circ,$$

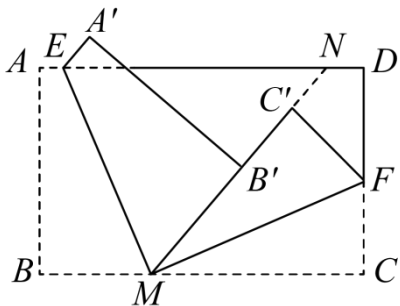
$$\because \angle DEF = 126^\circ, \angle BCD = 104^\circ,$$

$$\therefore \angle GDE = \angle DEH = 36^\circ, \angle CDG = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle CDG + \angle GDE = 112^\circ,$$

故答案为： 112° .

15. 如图所示，将长方形纸片 $ABCD$ 折一下，折痕为 MN ，再折，使 MB 、 MC 与 MN 叠合，折痕分别为 ME 、 MF ，则 $\angle EMF$ 的度数为_____.



【答案】 90°

【解析】

【分析】 先根据折叠的性质可得 $\angle BME = \angle NME$, $\angle CMF = \angle NMF$ ，再根据角的和差即可得.

【详解】 由折叠的性质得： $\angle BME = \angle NME$, $\angle CMF = \angle NMF$ ，

$$\therefore \angle NME + \angle NMF = \angle BME + \angle CMF,$$

$$\text{又} \because \angle NME + \angle NMF + \angle BME + \angle CMF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle NME + \angle NMF = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EMF = \angle NME + \angle NMF = 90^\circ,$$

故答案为： 90° .

【点睛】 本题考查了折叠的性质、角的和差，掌握理解折叠的性质是解题关键.

16. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x < m \\ 7 - 2x < 1 \end{cases}$ 的整数解共有 3 个，则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $6 < m \leq 7$

【解析】

【分析】 先求出不等式组中每一个不等式的解集，然后根据整数解有 3 个，即可确定答案.

【详解】 解不等式 $7 - 2x < 1$ ，得 $x > 3$ ，

所以不等式组 $\begin{cases} x < m \\ 7 - 2x < 1 \end{cases}$ 的解集为 $3 < x < m$ ，

又因为不等式组的整数解共有 3 个，

则 3 个整数解为 4, 5, 6，

故 m 的范围是： $6 < m \leq 7$ ，

故答案为 $6 < m \leq 7$.

【点睛】 本题考查了不等式组的整数解，根据题意不等式组只有 3 个整数解列出关于 m 的不等式是解本题的关键.

17. 定义新运算“ $\ast$ ”如下：当 $a > b$ 时， $a \ast b = b - ab$ ；当 $a < b$ 时， $a \ast b = b + ab$. 例如：

$4 \ast 3 = 3 - 4 \times 3 = -9$ ， $2 \ast 3 = 3 + 2 \times 3 = 9$ ，若 $3 \ast (x + 2) < 0$ ，则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $-2 < x < 1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解不等式，新定义运算，解题的关键是根据题意列出不等式，注意进行分类讨论. 先根据题意分两种情况：当 $3 > x + 2$ 时，当 $3 < x + 2$ 时，列出不等式，解不等式即可得出答案.

【详解】 解：当 $3 > x + 2$ 时， $x + 2 - 3(x + 2) < 0$ ，

解不等式 $3 > x + 2$ 得： $x < 1$ ，

解不等式 $x + 2 - 3(x + 2) < 0$ 得： $x > -2$

$\therefore -2 < x < 1$ ；

当 $3 < x + 2$ 时， $x + 2 + 3(x + 2) < 0$ ，

解不等式 $3 < x + 2$ 得： $x > 1$ ，

解不等式 $x + 2 + 3(x + 2) < 0$ 得： $x < -2$ ，

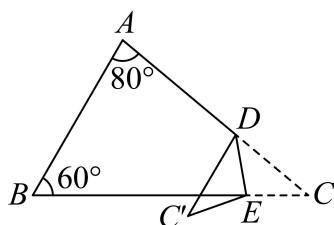
$\therefore$ 此时无解；

综上所述可知： x 的取值范围是 $-2 < x < 1$.

故答案为： $-2 < x < 1$.

18. 如图，有一张三角形纸片 ABC ， $\angle A = 80^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， D 是 AC 边上一定点，过点 D 将纸片的一角折叠，使点 C 落在 BC 的下方 C' 处，折痕 DE 与 BC 交于点 E ，当 AB 与 $\angle C'$ 的一边平行时，

$\angle DEC' =$ _____.



【答案】 100° 或 120°

【解析】

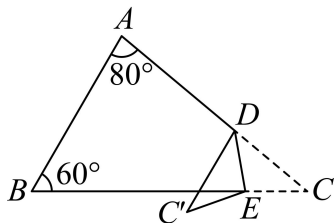
【分析】 由三角形内角和定理得出 $\angle C = 40^\circ$ ，分两种情况进行讨论，当 $AB \parallel C'D$ 时，当 $AB \parallel C'E$ 时，

分别画出图形，求出结果即可.

【详解】解： $\because \angle A = 80^\circ, \angle B = 60^\circ,$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 60^\circ - 80^\circ = 40^\circ,$$

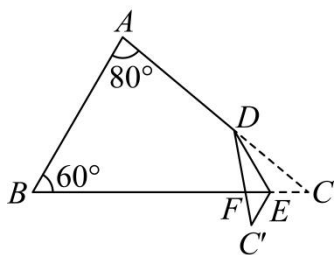
①当 $AB \parallel C'D$ 时， $\angle CDC' = \angle A = 80^\circ,$



由折叠性质得： $\angle CDE = \angle C'DE = \frac{1}{2} \angle CDC' = 40^\circ, \angle C = \angle C' = 40^\circ,$

$$\therefore \angle DEC' = 180^\circ - \angle C'DE - \angle C' = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ;$$

②当 $AB \parallel C'E$ 时，设 BE 交 $C'D$ 于点 F ，如图所示：



则 $\angle B = \angle BEC' = 60^\circ,$

$$\therefore \angle BFD = \angle C'FE = 180^\circ - \angle C' - \angle BEC' = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle ADF = 360^\circ - \angle A - \angle B - \angle BFD = 360^\circ - 80^\circ - 60^\circ - 80^\circ = 140^\circ,$$

$$\therefore \angle CDC' = 180^\circ - \angle ADF = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ,$$

由折叠性质得： $\angle CDE = \angle C'DE = \frac{1}{2} \angle CDC' = 20^\circ, \angle C = \angle C' = 40^\circ,$

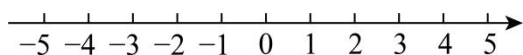
$$\therefore \angle DEC' = \angle DEC = 180^\circ - \angle CDE - \angle C = 180^\circ - 20^\circ - 40^\circ = 120^\circ;$$

故答案为： 100° 或 120° .

【点睛】 本题考查了平行线的性质、三角形内角和定理、四边形内角和、折叠的性质、分类讨论等知识，熟练掌握折叠的性质与三角形内角和定理是解题的关键.

三、解答题 (共 6 题, 共 46 分)

19. 解不等式组 $\begin{cases} \frac{1-2x}{3} \leq x+2 \text{ ①} \\ 2(2x-1) < 2x+2 \text{ ②} \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.



【答案】 $-1 \leq x < 2$ ，数轴上表示见解析

【解析】

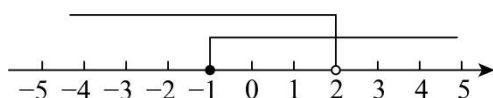
【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式组，先求出每个不等式的解集，再根据“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）”求出不等式组的解集即可．

【详解】 解：解不等式①，得 $x \geq -1$ ，

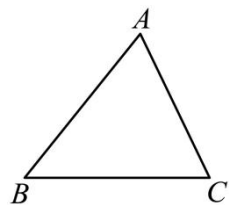
解不等式②，得 $x < 2$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 \leq x < 2$ ，

在数轴上表示为：



20. 如图，已知 $\triangle ABC$ ， $AB > AC$ ，根据下列要求画图并回答问题：



- (1) 画边 BC 上的高 AD ；
- (2) 点 A 到直线 BC 的距离是线段_____的长度；
- (3) 边 BC 上有一点 E ，连接 AE ，如果 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AEC}$ ，那么线段 AE 是 $\triangle ABC$ 的_____；（填“高”、“中线”或“角平分线”），并在图中画出．
- (4) 在 (1) (3) 的条件下，如果 $ED:CD = 2:3$ ， $S_{\triangle AED} = 6$ ，那么 $S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

【答案】 (1) 见解析 (2) AD

(3) 中线 (4) 30

【解析】

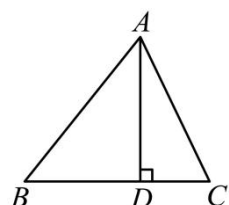
【分析】 本题考查作图-复杂作图、三角形的中线和高、三角形的面积，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

- (1) 根据三角形的高的定义画图即可；
- (2) 根据点到直线的距离的定义求解即可；
- (3) 由题意可得 $BE = CE$ ，则线段 AE 是 $\triangle ABC$ 的中线；

(4) 由题意可得, $S_{\triangle AED} : S_{\triangle ADC} = 2 : 3$, 则 $S_{\triangle ADC} = 9$, 进而可得, $S_{\triangle AEC} = S_{\triangle AED} + S_{\triangle ADC} = 15$, 则 $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AEC} = 30$.

【小问 1 详解】

解: 如图, AD 即为所求,



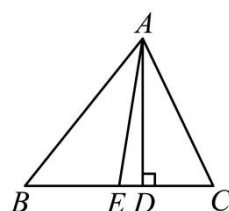
【小问 2 详解】

解: 点 A 到直线 BC 的距离是线段 AD 的长度,

故答案为: AD ;

【小问 3 详解】

解: 如图,



$$\because S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AEC},$$

$$\therefore BE = CE,$$

$\therefore$ 线段 AE 是 $\triangle ABC$ 的中线,

故答案为: 中线;

【小问 4 详解】

解: $\because ED : CD = 2 : 3, S_{\triangle AED} = 6$,

$$\therefore S_{\triangle AED} : S_{\triangle ADC} = 2 : 3,$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = 9,$$

$$\therefore S_{\triangle AEC} = S_{\triangle AED} + S_{\triangle ADC} = 15,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AEC} = 30,$$

故答案为: 30.

21. 2025 年春节凸显了我国在机器人领域的强大实力, 随着人工智能与物联网等技术的快速发展, 人形机器

人的应用场景不断拓展，某快递企业为提高工作效率，拟购买 A 、 B 两种型号智能机器人进行快递分拣，相关信息如下：

信息一

A 型机器人台数	B 型机器人台数	总费用（单位：万元）
1	3	260
3	2	360

信息二

A 型机器人每台每天可分拣快递 22 万件；
B 型机器人每台每天可分拣快递 18 万件。

- (1) 求 A 、 B 两种型号智能机器人的单价；
- (2) 现该企业准备购买 A 、 B 两种型号智能机器人共 10 台，需要每天分拣快递不少于 200 万件，则该企业最少需要购买几台 A 种型号智能机器人？

【答案】 (1) A 型智能机器人的单价为 80 万元， B 型智能机器人的单价为 60 万元；

(2) 至少购进 5 台 A 型智能机器人。

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式的应用，二元一次方程组的应用，掌握二元一次方程组，一元一次不等式的应用是解题的关键。

- (1) 设 A 型智能机器人的单价为 x 万元， B 型智能机器人的单价为 y 万元，根据题意列出方程组，计算结果即可；
- (2) 设购进 A 型 a 台，根据题意列不等式，求出不等式的最小整数解即可。

【小问 1 详解】

解：设 A 型智能机器人的单价为 x 万元， B 型智能机器人的单价为 y 万元，

$$\begin{cases} x + 3y = 260 \\ 3x + 2y = 360 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x = 80 \\ y = 60 \end{cases}$ ，

答： A 型智能机器人的单价为 80 万元， B 型智能机器人的单价为 60 万元；

【小问 2 详解】

解：设购进 A 型 a 台， B 型 $(10-a)$ 台，

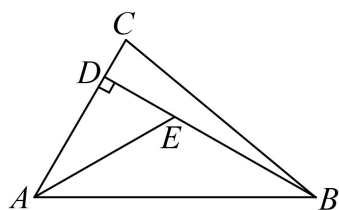
由题意得， $22a + 18(10-a) \geq 200$ ，

解得， $a \geq 5$ ，

故满足要求的最小整数解为： $a = 5$ ．

答：至少购进 5 台 A 型智能机器人．

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BD \perp AC$ 于点 D ， AE 是 $\angle CAB$ 的角平分线，交 BD 于点 E ， $\angle AEB = 120^\circ$ ， $\angle CBA = 40^\circ$ ，求 $\angle C$ 的度数．



解： $\because BD \perp AC$ ， $\therefore \angle ADB = 90^\circ$ （ ）

$\because \angle AEB = 120^\circ$ ， $\angle AEB = \angle ADB + \angle DAE$ （ ），

$\therefore \angle DAE = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\because AE$ 是 $\angle CAB$ 的角平分线，

$\therefore \angle DAB = 2\angle \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\because \angle C + \angle CAB + \angle CBA = 180^\circ$ （ ） $\angle CBA = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

【答案】 垂线的定义； 三角形外角的性质； 30° ； DAE ； 60° ； 三角形内角和定理； 80°

【解析】

【分析】 本题考查了三角形内角和定理、三角形外角的性质，角平分线定义等知识，根据垂线的定义得出 $\angle ADB = 90^\circ$ ，根据三角形外角的性质并结合已知求出 $\angle DAE = 30^\circ$ ，根据角平分线定义求出 $\angle DAB = 60^\circ$ ，最后根据三角形内角和定理求解即可．

【详解】 解： $\because BD \perp AC$ ， $\therefore \angle ADB = 90^\circ$ （垂线的定义）

$\because \angle AEB = 120^\circ$ ， $\angle AEB = \angle ADB + \angle DAE$ （三角形外角的性质），

$\therefore \angle DAE = 30^\circ$ ，

$\because AE$ 是 $\angle CAB$ 的角平分线，

$\therefore \angle DAB = 2\angle DAE = 60^\circ$ ，

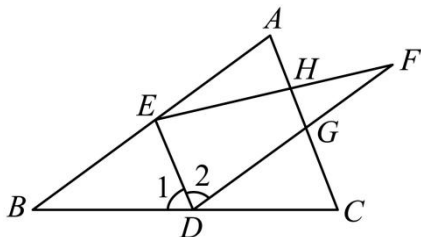
$\because \angle C + \angle CAB + \angle CBA = 180^\circ$ （三角形内角和定理） $\angle CBA = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 80^\circ$.

故答案为：垂线的定义； 三角形外角的性质； 30° ； DAE ； 60° ； 三角形内角和定理； 80° .

23. 根据题意将下列空格补充完整.

如图，若 $\angle DEH + \angle EHG = 180^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle C = \angle A$. 试说明 AB 与 DF 平行.



理由：因为 $\angle DEH + \angle EHG = 180^\circ$,

所以 $ED \parallel$ _____ (_____),

所以 $\angle 1 = \angle C$ (_____),

$\angle 2 =$ _____ (_____)

因为 $\angle 1 = \angle 2$,

所以 $\angle C =$ _____.

又因为 $\angle C = \angle A$,

所以 $\angle A =$ _____,

所以 $AB \parallel DF$ (_____).

【答案】见解析

【解析】

【分析】此题考查了平行线的判定与性质，熟记平行线的判定定理与性质定理是解题的关键. 根据推理过程利用平行线的判定定理与性质填空即可.

【详解】解：理由：因为 $\angle DEH + \angle EHG = 180^\circ$,

所以 $ED \parallel AC$, (同旁内角互补，两直线平行)

则 $\angle 1 = \angle C$. (两直线平行，同位角相等)

$\angle 2 = \angle DGC$ (两直线平行，内错角相等)

又因为 $\angle 1 = \angle 2$,

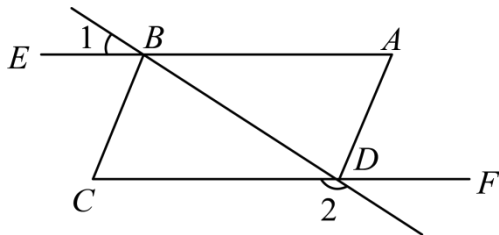
所以 $\angle C = \angle DGC$,

又因为 $\angle C = \angle A$,

所以 $\angle A = \angle DGC$,

所以 $AB \parallel DF$, (同位角相等，两直线平行).

24. 如图, $AE \parallel CF$, $\angle A = \angle C$.



- (1) 若 $\angle 1 = 35^\circ$, 求 $\angle 2$ 的度数;
- (2) 判断 AD 与 BC 的位置关系, 并说明理由;
- (3) 若 AD 平分 $\angle BDF$, 试说明 BC 平分 $\angle DBE$.

【答案】 (1) $\angle 2 = 145^\circ$; (2) $BC \parallel AD$, 证明见解析; (3) 见解析

【解析】

【分析】 (1) 由平行线的性质求得 $\angle BDC = \angle 1 = 35^\circ$, 然后由邻补角的定义求得 $\angle 2$ 的度数即可;

(2) 由平行线的性质可知: $\angle A + \angle ADC = 180^\circ$, 然后由 $\angle A = \angle C$, 再证得 $\angle C + \angle ADC = 180^\circ$, 从而可证得 $BC \parallel AD$;

(3) 由 $AE \parallel CF$ 可证明 $\angle BDF = \angle DBE$, 由 $BC \parallel AD$, 可证明 $\angle ADB = \angle DBC$, 由角平分线的定义可知, $\angle ADB = \frac{1}{2} \angle BDF$, 从而可证明 $\angle DBC = \frac{1}{2} \angle EBD$.

【详解】 (1) $\because AE \parallel CF$,

$$\therefore \angle BDC = \angle 1 = 35^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle 2 + \angle BDC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle BDC = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ;$$

(2) $BC \parallel AD$.

理由: $\because AE \parallel CF$, $\therefore \angle A + \angle ADC = 180^\circ$,

$$\text{又} \because \angle A = \angle C, \therefore \angle C + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore BC \parallel AD.$$

(3) $\because AE \parallel CF$, $\therefore \angle BDF = \angle DBE$.

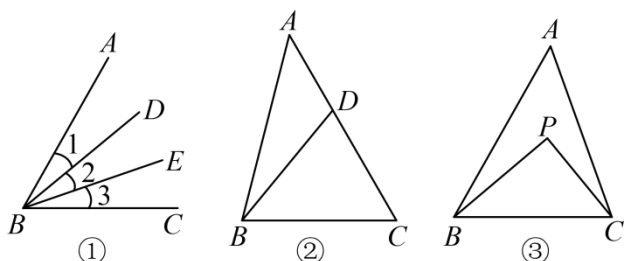
$$\because BC \parallel AD, \therefore \angle ADB = \angle DBC.$$

$$\because AD \text{ 平分 } \angle BDF, \therefore \angle ADB = \frac{1}{2} \angle BDF, \therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle EBD.$$

$$\therefore BC \text{ 平分 } \angle DBE.$$

四、综合题 (共 1 题, 12 分)

25. 如图①所示, 在 $\angle ABC$ 中, 若 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$, 则称 BD , BE 分别为 $\angle ABC$ 的“三分线”. 其中, BD 是“邻 AB 三分线”, BE 是“邻 BC 三分线”.



(1) 如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $\angle ABC = 75^\circ$, 若 $\angle ABC$ 的邻 AB 三分线 BD 交 AC 于点 D , 则 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;

(2) 如图③, 在 $\triangle ABC$ 中, BP 是 $\angle ABC$ 的邻 AB 三分线, CP 是 $\angle ACB$ 的邻 AC 三分线, 若 $\angle A = 45^\circ$, 求 $\angle BPC$ 的度数;

(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角, $\angle ABC$ 的三分线与 $\angle ACD$ 的邻 AC 三分线交于点 P . 若 $\angle A = m$, $\angle ABC = n$, 直接写出 $\angle BPC$ 的度数. (用含 m 、 n 的代数式表示)

【答案】 (1) 70

(2) $\angle BPC = 90^\circ$

(3) 当 BP 是“邻 AB 三分线”时, $\angle BPC = \frac{2}{3}m$; 当 BP 是“邻 BC 三分线”时, $\angle BPC = \frac{2}{3}m + \frac{1}{3}n$

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的外角性质和三角形内角和定理;

(1) 根据 $\angle ABC$ 的邻 AB 三分线 BD 交 AC 于点 D , 得出 $\angle ABD = \frac{1}{3}\angle ABC = 25^\circ$, 进而根据三角形的外角的性质, 即可求解;

(2) 根据三角形内角和定理求得 $\angle ABC + \angle ACB = 135^\circ$, 进而根据新定义, 以及三角形内角和定理可得 $\angle P = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB) = 90^\circ$;

(3) 根据题意画出符合的所有情况, ①当 BP 和 CP 分别是“邻 AB 三分线”、“邻 AC 三分线”时, ②当 BP 和 CP 分别是“邻 BC 三分线”、“邻 AC 三分线”时, 根据三角形内角和定理, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $\angle ABC = 75^\circ$,

$\therefore \angle ABC$ 的邻 AB 三分线 BD 交 AC 于点 D ,

$$\therefore \angle ABD = \frac{1}{3}\angle ABC = 25^\circ$$

$$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 45^\circ + 25^\circ = 70^\circ$$

故答案为: 70.

【小问 2 详解】

解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, BP 是 $\angle ABC$ 的邻 AB 三分线, CP 是 $\angle ACB$ 的邻 AC 三分线

$$\therefore \angle PBC = \frac{2}{3} \angle ABC, \angle PCB = \frac{2}{3} \angle ACB$$

$$\therefore \angle A = 45^\circ$$

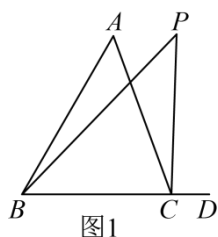
$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 135^\circ$$

$$\therefore \angle P = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB) = 180^\circ - \frac{2}{3} \times 135^\circ = 90^\circ$$

【小问 3 详解】

分为两种情况:

情况一: 如图 1,

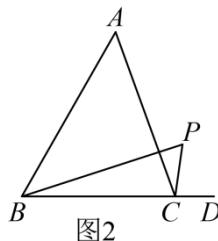


当 BP 和 CP 分别是“邻 AB 三分线”、“邻 AC 三分线”时,

$$\text{由外角可得: } \angle PCD = \frac{2}{3} \angle ACD = \frac{2}{3} (m + n),$$

$$\therefore \angle BPC = \angle PCD - \angle PBC = \frac{2}{3} (m + n) - \frac{2}{3} n = \frac{2}{3} m;$$

情况二: 如图 2,



当 BP 和 CP 分别是“邻 BC 三分线”、“邻 AC 三分线”时,

$$\text{由外角可知: } \angle PCD = \frac{2}{3} \angle ACD = \frac{2}{3} (m + n),$$

$$\therefore \angle BPC = \angle PCD - \angle PBC = \frac{2}{3} (m + n) - \frac{1}{3} n = \frac{2}{3} m + \frac{1}{3} n;$$

综上所述, 当 BP 是“邻 AB 三分线”时, $\angle BPC = \frac{2}{3} m$; 当 BP 是“邻 BC 三分线”时,

$$\angle BPC = \frac{2}{3} m + \frac{1}{3} n$$

