

2025 年 7 月上海交大附中初二期末考试试卷 2025.7

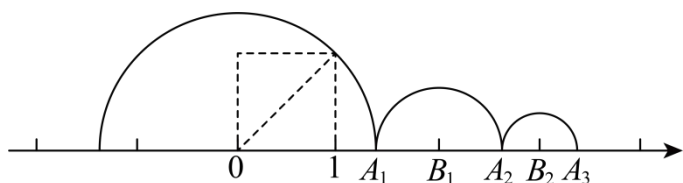
一、填空题 (22 分)

1. 已知 $2x + y - 7z = 0$, $x - 2y + 4z = 0$ ($xyz \neq 0$), 则 $\frac{2x + y + z}{x - 2y + z} =$ _____.

2. 若 $|a - 3 - \sqrt{2}| + \sqrt{b - 3 + \sqrt{2}} = 0$, 则代数式 $ab + 3$ 的值为_____.

3. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x + ay + 1 = 0 \\ bx - 2y + 1 = 0 \end{cases}$ 有无数组解, 则 $\sqrt{(ab)^2} =$ _____.

4. 如图, 通过画边长为 1 的正方形, 就能准确地把 $\sqrt{2}$ 表示在数轴上点 A_1 处, 记 A_1 右侧最近的整数点为 B_1 . 以点 B_1 为圆心, A_1B_1 为半径画半圆, 交数轴于点 A_2 , 记 A_2 右侧最近的整数点为 B_2 ; 以点 B_2 为圆心, A_2B_2 为半径画半圆, 交数轴于点 A_3 , ..., 如此继续, 则 A_7B_7 的长为_____.



5. 下列命题: ①相等的角是对顶角; ②算术平方根等于它本身的数有两个, 分别是 0 和 1; ③已知关于 x, y

的二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = 1 - a \\ x - y = 3a + 5 \end{cases}$, 不论 a 取什么有理数, $2x + y$ 的值始终不变; ④已知正实数 x 的平方根是 $a + b$ 和 $a + c$, 若 $(a + b)^2 x + (a + c)^2 x = 4050$, 则 $x = 45$; ⑤若不等式 $|a - 1| + |a - 4| \geq m$ 对一切实数 a 都成立, 则 m 的最大值是 5;

其中真命题是: _____ (请填序号)

6. 一个正整数 x 能写成 $x = a^2 - b^2$ (a, b 均为正整数), 则称 x 为“美满数”, a, b 为 x 的一个美满分解,

并规定: $F(x) = \frac{a}{b}$. 如果一个两位正整数 (十位数字大于个位数字, 交换其个位上的数与十位上的数得到的新数与原数是 4752 的一个美满分解, 则 $F(4752)$ 的值为_____.

7. 已知关于 x 的多项式 $mx - m - 1 (m > 0)$, 当 $1 < x \leq 3$ 时, 该多项式有 2 个整数值, 则 m 的取值范围是_____.

8. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 l 与正方形 $AOBC$ 交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 D , 已知点 $A(1, 3)$,

A. $y = \frac{1}{x}$ B. $y = 2x^2$ C. $y = 3x + 1$ D. $y = \frac{x}{2}$

14. 一次空气污染指数抽查中，收集到一周的数据如下：70，70，63，82，91，91，75. 该组数据的中位数是（ ）

A. 63 B. 82 C. 91 D. 75

15. 下列各组数据中能作为直角三角形的三边长的是（ ）

A. $\sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$ B. 1, $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ C. 4, 5, 6 D. 1, 1, $\sqrt{3}$

16. 下列一次函数中， y 的值随 x 值的增大而减小的是（ ）

A. $y = 4x - 8$ B. $y = -x + 3$ C. $y = 2x + 5$ D. $y = 7x - 6$

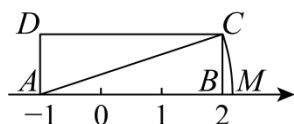
17. 一次演讲比赛中，评委将从演讲内容、演讲能力、演讲效果三个方面为选手打分. 各项成绩均按百分制计，然后再按演讲内容占50%、演讲能力占40%、演讲效果占10% 计算选手的综合成绩（百分制）。某选手上述三项成绩分别为90分，92分，94分. 这名选手的综合成绩为（ ）

A. 91.2分 B. 92分 C. 93.1分 D. 94分

18. 下列说法正确的是（ ）

- A. 菱形的四个内角都是直角 B. 矩形的对角线互相垂直
C. 正方形的每一条对角线平分一组对角 D. 平行四边形是轴对称图形

19. 如图，长方形中， $AB = 3$ ， $AD = 1$ ， AB 在数轴上，若以点A 为圆心， AC 的长为半径作弧交数轴于点M，则点M 表示的数为（ ）



A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{10} - 1$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{5} - 1$

20. 我国古代《四元玉鉴》中记载“二果问价”问题，其内容如下：九百九十九文钱，甜果苦果买一千，甜果九个十一文，苦果七个四文钱，试问甜苦果几个，又问各该几个钱？若设买甜果 x 个，买苦果 y 个，则下列关于 x, y 的二元一次方程组中符合题意的是（ ）

A. $\begin{cases} x + y = 1000 \\ 99x + 28y = 999 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y = 1000 \\ \frac{9}{11}x + \frac{7}{4}y = 999 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x + y = 1000 \\ \frac{11}{9}x + \frac{4}{7}y = 999 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y = 999 \\ \frac{9}{11}x + \frac{7}{4}y = 1000 \end{cases}$

三、解答题 (47 分)

21. 某数学兴趣小组的同学在学习了《图形的相似》之后，对三角形的相似问题进行深入探究.

【感知问题】

如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，点 P 在边 AB 上（点 P 不与 A, B 重合）， $\angle A = \angle B = \angle DPC = 90^\circ$. 易证： $\triangle DAP \sim \triangle PBC$.（不需要证明）

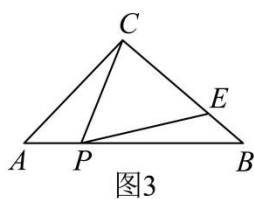
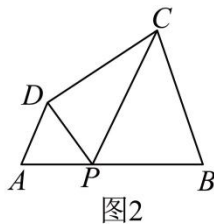
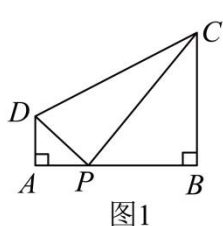
【探究问题】

如图 2，在四边形 $ABCD$ 中，点 P 在边 AB 上（点 P 不与点 A, B 重合）， $\angle A = \angle B = \angle DPC$. 求证： $\triangle DAP \sim \triangle PBC$.

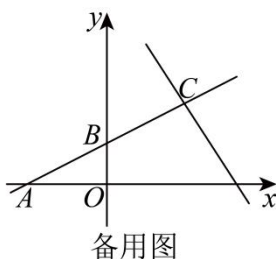
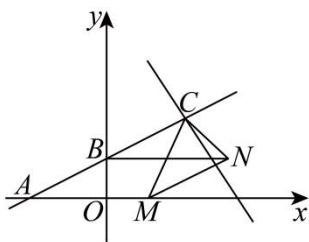
【知识应用】

如图 3，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC = 6$ ， $AB = 7$. 点 P 在边 AB 上（点 P 不与点 A, B 重合），连接 CP ，作 $\angle CPE = \angle A$ ， PE 与边 BC 交于点 E .

- (1) 当 $CE = 2EB$ 时，求 AP 的长；
- (2) 当 $\triangle CPE$ 是等腰三角形时，求 AP 的长.



22. 如图，直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 与 x 轴， y 轴及直线 $y = -\frac{3}{2}x + 5$ 分别交于点 $A(-2, 0)$ ， B ， C .



- (1) 求点 B 和点 C 的坐标；
 - (2) M 为 x 轴上点 A 右侧一动点，以 AB ， AM 为邻边作 $\square ABNM$ ，连接 CM ， CN .
 - ①求 $CM + CN$ 的最小值；
 - ②在点 M 移动过程中， $\angle CMN$ 能否等于 45° ？若能，请求出此时点 M 的坐标；若不能，请说明理由.
23. 在矩形 $ABCD$ 中，点 E 在边 BC 上，将线段 AE 绕点 E 顺时针旋转 90° ，点 A 的对应点 F 恰好落在 CD 上.

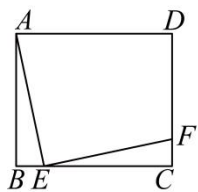


图1

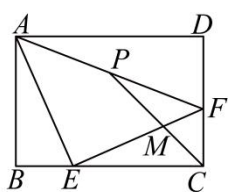


图2

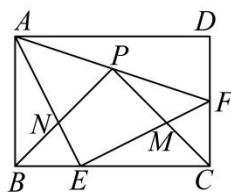


图3

(1) 如图 1, 求证: $CE = CD$;

(2) 连接 AF , 作 $\angle BCD$ 的平分线交 AF 于点 P , 交 EF 于点 M .

①如图 2, 判断点 P 是否为线段 AF 的中点, 并说明理由;

②如图 3, 连接 PB 交 AE 于点 N , 若 $DF = CF = 1$, 求 PN 的长.