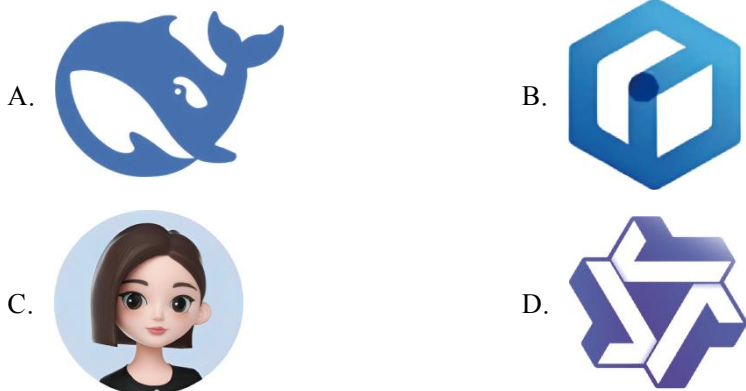


沪教版七年级数学上学期期末复习试卷 02

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分)

1. 国产人工智能模型 DeepSeek、豆包等横空出世, 迅速吸引了大众的眼球. 以下四款人工智能的图标中, 其图案是轴对称图形的是 ()



2. 若 $a \neq b$, 则下列分式化简正确的是 ()

A. $\frac{a+2}{b+2} = \frac{a}{b}$ B. $\frac{a-2}{b-2} = \frac{a}{b}$ C. $\frac{2a}{2b} = \frac{a}{b}$ D. $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b}$

3. 若 $M = 2x^2 + x$, $N = x^2 - 3x - 2$, 则 M 与 N 的大小关系为 ()

A. $M > N$ B. $M = N$ C. $M < N$ D. 无法确定

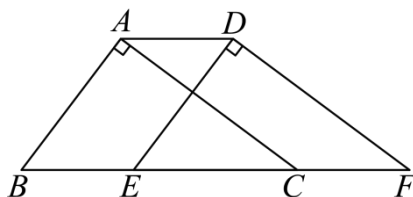
4. 若 m, n 是正整数, 且满足 $\underbrace{3^m + 3^m + \dots + 3^m}_{27 \text{ 个 } 3^m \text{ 相加}} = \underbrace{3^n \times 3^n \times \dots \times 3^n}_{27 \text{ 个 } 3^n \text{ 相乘}}$, 则 m 与 n 的关系正确的是 ()

A. $m + 3 = 27n$ B. $3m = 27n$ C. $m + 3 = n^{27}$ D. $3m = 27 + n$

5. 下列等式从左到右的变形, 属于因式分解的是 ()

A. $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$ B. $x^2 - 4 = (x-4)^2$
C. $(x-2)(x-3) = x^2 - 5x + 6$ D. $x^2 - 5x + 6 = x(x-5) + 6$

6. 如图, 在三角形 ABC 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$. 将三角形 ABC 沿直线 BC 向右平移 2 个单位长度得到三角形 DEF , 连接 AD . 给出下列结论: ① $AC \parallel DF$, $AC = DF$; ② $ED \perp AC$; ③ 四边形 $ABFD$ 的周长是 16; ④ $AD:EC = 2:3$. 其中正确结论的个数是 ()



A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

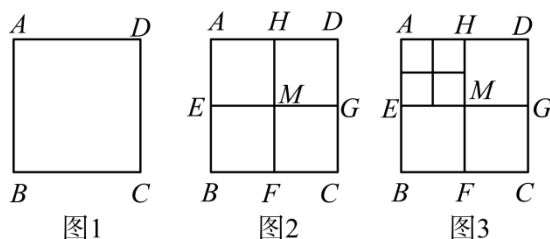
二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

7. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{x-3}{2x+1}$ 有意义.

8. 分解因式: $ax^2 + 2a^2x + a^3 =$ _____.

9. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2x}{x-1} - 3 = \frac{m}{1-x}$ 的解为正数, 则 m 的取值范围是 _____.

10. 将正方形 $ABCD$ (如图 1) 作如下划分, 第 1 次划分: 分别连接正方形 $ABCD$ 对边的中点得线段 HF 和 EG , 它们交于点 M , 此时图 2 中共有 5 个正方形; 第 2 次划分: 将图 2 左上角正方形 $AEMH$ 再划分, 得图 3, 则图 3 中共有 9 个正方形.



(1) 若把左上角的正方形依次划分下去, 则第 5 次划分后, 图中共有 _____ 个正方形;

(2) 继续划分下去, 第 n 次划分后图中共有 _____ 个正方形.

11. 已知多项式 $-2x^3y^2 + 6xy^3 - 7 - 5xy$, 按照 y 的降幂排列为 _____.

12. $(m-4)xy^{m+1}$ 是关于 x, y 的六次单项式, 则 m 的值是 _____.

13. 计算 $\left(-\frac{1}{2}\right)^{2023} \times (-2)^{2024} =$ _____.

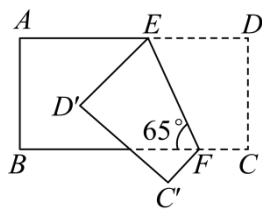
14. 多项式 $2x^3 - 18x$ 分解因式的结果是 _____.

15. 化简 $\left(a - \frac{b^2}{a}\right) \div \frac{a-b}{a}$ 的结果是 _____.

16. A, B 为常数, 如果 $\frac{A}{x-1} - \frac{B}{2-x} = \frac{2x-6}{(x-1)(x-2)}$, 则 $A =$ _____, $B =$ _____.

17. 已知 $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^2 \div \left(\frac{x}{y^3}\right)^2 = 3$, 则 x^8y^4 的值为 _____.

18. 如图, 把长方形 $ABCD$ 沿 EF 折叠后, 点 D, C 分别落在 D', C' 的位置, 若 $\angle BFE = 65^\circ$, 则 $\angle C'FB$ 的度数为 _____.



三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 52 分)

19. 计算:

$$(1) 2^{-2} - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (\pi - 2)^0 - (-1)^{2203};$$

$$(2) (x+y)^2 - (x-y)(x+y) - 2xy.$$

20. 先化简再求值: $\frac{x+2}{x^2-1} \div \left(x-1-\frac{3}{x+1}\right)$, 已知 $x^2-3x-4=0$.

21. 因式分解: $4(x^2+y^2)^2 - 16x^2y^2$.

22. 解分式方程: $\frac{x+1}{4(x-1)} = \frac{2}{3x-3} - 1$.

23. 先化简, 再求值: $\left(1 - \frac{2}{a+1}\right) \div \frac{a^2-2a+1}{a+1}$, 其中 $a = -\frac{1}{2}$

当 $a = -\frac{1}{2}$ 时, 原式 $= -\frac{2}{3}$

24. 为了美化环境, 建设生态南岸, 某社区需要对 8400 平方米的区域进行绿化改造, 计划由甲、乙两个绿化工程队合作完成, 已知甲队每天能完成的绿化改造面积比乙队多 100 平方米, 甲队单独完成全部任务所需时间是乙队的 $\frac{2}{3}$.

(1) 甲、乙两队每天分别能完成多少平方米的绿化改造面积?

(2) 已知甲队每天施工费用为 2400 元, 乙队每天施工费用为 1800 元, 若先由甲队施工若干天后, 再由甲、乙两个施工队合作完成, 恰好 20 天完成绿化改造, 求完成这项绿化改造任务总共需要施工费用多少元?

25. 阅读: 如果两个分式 A 与 B 的和为常数 k , 且 k 为正整数, 则称 A 与 B 互为“关联分式”, 常数 k 称为“关联值”. 如分式 $A = \frac{x}{x-1}$, $B = \frac{-1}{x-1}$, $A+B = \frac{x-1}{x-1} = 1$, 则 A 与 B 互为“关联分式”, “关联值” $k=1$.

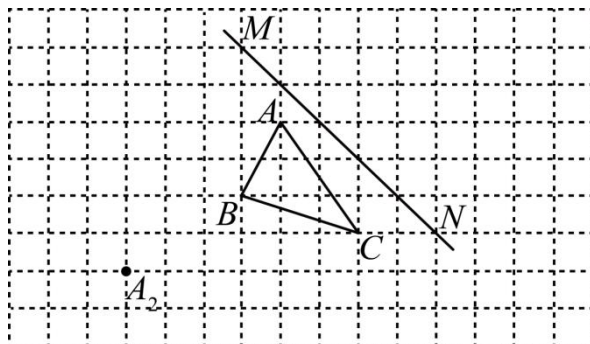
(1) 若分式 $A = \frac{x-4}{x-3}$, $B = \frac{x-2}{x-3}$, 判断 A 与 B 是否互为“关联分式”, 若不是, 请说明理由; 若是, 请求出“关联值” k ;

(2) 已知分式 $C = \frac{2x-1}{x-3}$, $D = \frac{M}{x^2-9}$, C 与 D 互为“关联分式”, 且“关联值” $k=2$.

① $M =$ _____ (用含 x 的式子表示);

②若 x 为正整数，且分式 D 的值为正整数，则 x 的值等于_____；

26. 如图：



(1)画出 ABC 向右平移 5 格，再向下平移 3 格后的图形 $A_1B_1C_1$ ；

(2)如果点 A_2 与点 A 关于某点成中心对称，请标出这个对称中心 O ，并画出 ABC 关于点 O 成中心对称的图形 $A_2B_2C_2$ ；

(3)画出 ABC 关于直线 MN 成轴对称的图形 $A_3B_3C_3$ 。

27. 数学中，常对同一个量（图形的面积、点的个数等）用两种不同的方法计算，从而建立相等关系。我们把这种思想叫“算两次”。“算两次”也称作富比尼原理，是一种重要的数学思想。由它可以推导出很多重要的公式。某校数学兴趣小组，在学习整式的乘除后，进行了如下的探究：

【问题背景】通常，用两种不同的方法计算同一个图形的面积，可以得到一个恒等式。例如：如图 1 是一个长为 $2a$ ，宽为 $2b$ 的长方形，沿图中虚线用剪刀均分成四个小长方形，然后按图 2 的形状拼成一个正方形。请解答下列问题：

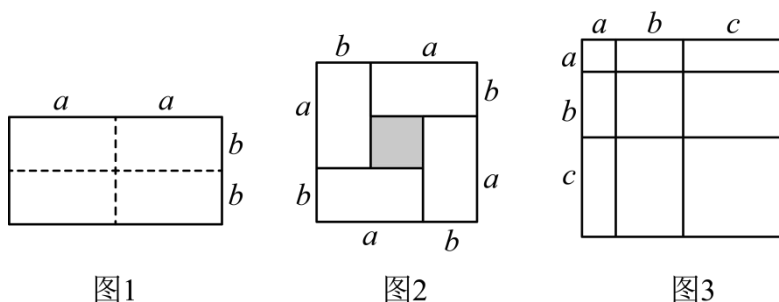


图1

图2

图3

(1) 用“算两次”的方法计算图 2 中阴影部分的面积：第一次列式为_____，第二次列式为_____。因为两次所列算式表示的是同一个图形的面积。所以可以得出等式_____；

(2) 根据 (1) 中的等量关系解决如下问题：若 $a+b=\frac{5}{2}$ ， $ab=\frac{3}{2}$ ，求 $(a-b)^2$ 的值；

【知识迁移】

(3) 根据图 3，写出一个代数恒等式：_____；

【思维创新】

(4) 利用 (3) 中得出的恒等式, 解决下面的问题:

若 $a+b+c=8$, $ab+bc+ac=22$, 则 $a^2+b^2+c^2$ 的值是_____

28. 把代数式通过配凑等手段, 得到局部完全平方式, 再进行有关运算和解题, 这种解题方法叫做配方法.

如: ①用配方法分解因式: a^2+6a+8

$$\text{原式} = a^2 + 6a + 8 + 1 - 1 = a^2 + 6a + 9 - 1$$

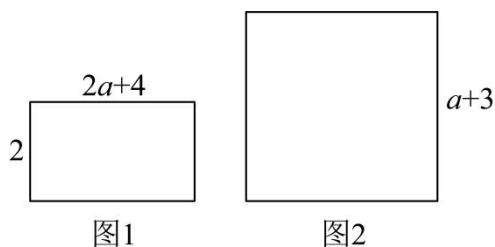
$$= (a+3)^2 - 1^2 = [(a+3)+1][(a+3)-1] = (a+4)(a+2).$$

② $M = a^2 - 2a - 1$, 利用配方法求 M 的最小值.

$$\text{解: } a^2 - 2a - 1 = a^2 - 2a + 1 - 2 = (a-1)^2 - 2.$$

$$\because (a-1)^2 \geq 0, \therefore \text{当 } a=1 \text{ 时, } M \text{ 有最小值 } -2;$$

请根据以上材料解决下列问题:



(1) 若 $M = 2x^2 - 8x + 1$, 求 M 的最小值;

(2) 如图 1 矩形面积为 S_1 , 如图 2 正方形面积为 S_2 ($a > 0$), 根据图中数据比较 S_1 , S_2 大小.