

期末押题重难点检测卷（培优卷）

（满分 100 分，考试时间 120 分钟，共 25 题）

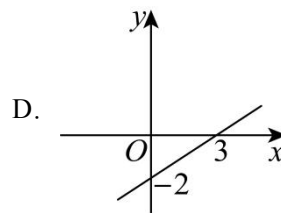
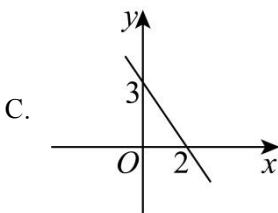
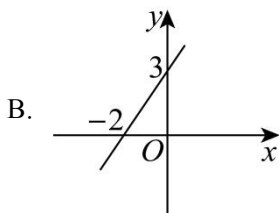
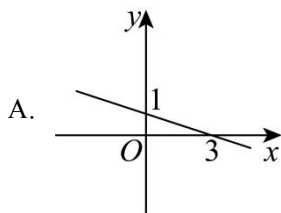
注意事项：

1. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上；
2. 回答第 I 卷时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 写在本试卷上无效；
3. 回答第 II 卷时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效；
4. 测试范围：八下全部内容；
5. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

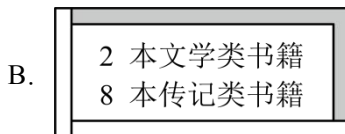
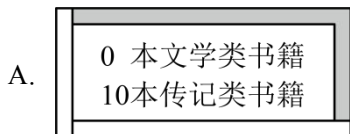
第 I 卷（选择题）

一、选择题（6 小题，每小题 2 分，共 12 分）

1. (24-25 八年级下·上海嘉定·阶段练习) 对于非零实数 a, b ，规定 $a \oplus b = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ ，若 $(2x-1) \oplus 2 = 1$ ，则 x 的值为（ ）
A. 3 B. 2 C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{2}{3}$
2. (24-25 八年级下·上海宝山·期中) 已知不等式 $kx+b \geq 0$ 的解集是 $x \leq 3$ ，则一次函数 $y=kx+b$ 的图像可能是（ ）



3. (24-25 八年级下·上海奉贤·阶段练习) 有四个图书架，每个图书架上整齐摆放着 10 本书，这些书除类别外其余都相同. 若分别从每个图书架上随意抽取一本，抽到的书是文学类书籍这一事件为必然事件，应选的图书架是（ ）



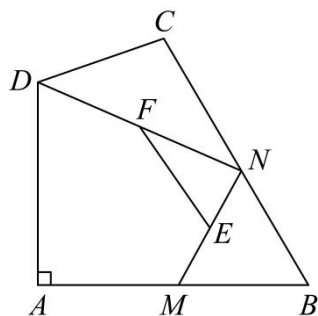
C.

9 本文学类书籍
1 本传记类书籍

D.

10 本文学类书籍
0 本传记类书籍

4. (24-25 八年级下·上海静安·期中) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 8$, $AD = 6$, 点 M , N 分别在边 AB , BC 上, E , F 分别为 MN , DN 的中点, 连接 EF , 则 EF 长度的最大值为 ()



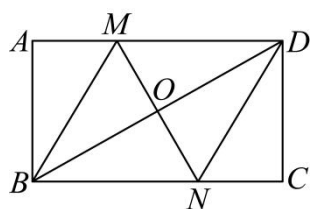
A. 6

B. 8

C. 10

D. 5

5. (24-25 八年级下·上海长宁·阶段练习) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 BD 的垂直平分线 MN 与 AD 相交于点 M , 与 BC 相交于点 N , 与 BD 相交于点 O , 连接 BM , DN . 若 $AB = 4$, $AD = 8$, 则四边形 $MDNB$ 的面积为 ()



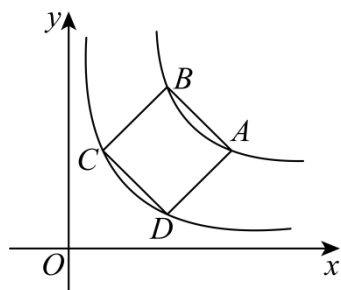
A. 12

B. 16

C. 20

D. 24

6. (24-25 八年级下·上海青浦·阶段练习) 如图, 正方形 $ABCD$ 的顶点分别在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 3, x > 0)$ 和 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图象上. 若点 D 的横坐标为 3, 则 k 的值是 ()



A. 6

B. 12

C. 15

D. 18

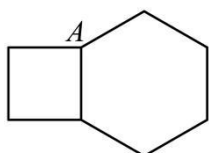
第 II 卷 (非选择题)

二、填空题 (12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. (24-25 八年级下·上海杨浦·期中) 方程 $\sqrt{x-2}=2$ 的根是_____.

8. (24-25 八年级下·上海浦东新·期中) 方程组 $\begin{cases} (x-1)(y+m)=0 \\ y=x^2 \end{cases}$ 的解只有一组, 则 m 的取值范围是_____.

9. (2025·上海杨浦·模拟预测) 如图, 要用三块正多边形的木板铺地, 使拼在一起并相交于点 A 的各边完全吻合, 其中已经拼好的两块木板的边数分别是 4 和 6, 则第三块木板的边数应是_____.

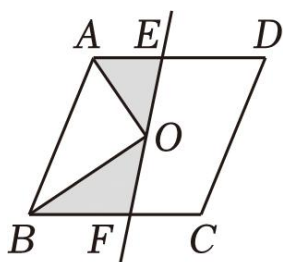


10. (上海市世外集团 2024-2025 学年下学期九年级数学 5 月份月考卷) 将正比例函数 $y=kx$ 的图象向上平移 2 个单位, 平移后的函数图象经过点 $P(1,1)$, 那么平移后所得函数的函数值 y 随自变量 x 的增大而_____.(填“增大”或“减小”)

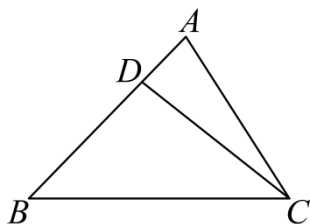
11. (2025·上海金山·模拟预测) 一个不透明的口袋中装有 5 个小球 (这些小球除所标数字外, 其他完全相同), 小球上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5. 现从中随机摸取一个, 不放回, 再摸取一个, 先后摸到的小球上的数字分别作为一个两位数的十位数字和个位数字, 则组成的两位数恰好是 3 的倍数的概率为_____.

	1	2	3	4	5
1		12	13	14	15
2	21		23	24	25
3	31	32		34	35
4	41	42	43		45
5	51	52	53	54	

12. (24-25 八年级下·上海松江·期中) 如图, 点 O 是菱形 $ABCD$ 的对称中心, 连接 OA 、 OB , $OA=4$, $OB=6$, EF 为过点 O 的一条直线, 点 E 、 F 分别在 AD 、 BC 上, 则图中阴影部分的面积为_____.

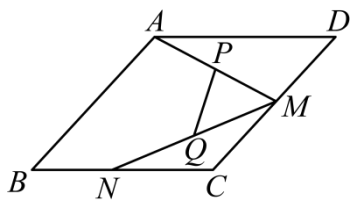


13. (2025·上海静安·模拟预测) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, $AB=4AD$, 设 $AB=a$, $AC=b$, 那么向量 $\overrightarrow{DC}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为_____.



14. (24-25 八年级下·上海闵行·期中) 定义: 对于给定的两个函数, 当 $x \geq 0$ 时, 它们对应函数值相等; 当 $x < 0$ 时, 它们对应的函数值互为相反数, 我们称这样的两个函数互为相关函数. 例如: 正比例函数 $y = -x$, 它的相关函数为 $y = \begin{cases} -x & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$. 已知正比例函数 $y = 2x$, 若点 $N(n, 3)$ 在这个函数的相关函数的图象上, 则 n 的值为_____.

15. (2025·上海宝山·一模) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, M , N 分别是边 CD , BC 上的动点, 连接 AM , MN , P , Q 分别为 AM , MN 的中点, 连接 PQ . 若 $\angle B = 45^\circ$, $AB = 4$, 则 PQ 的最小值为_____.



16. (23-24 八年级下·上海虹口·期末) 科技创新加速中国高铁技术的发展. 某建筑集团承担一座高架桥的铺设任务, 在合同期内高效完成了任务, 这是记者与该集团工程师的一段对话:



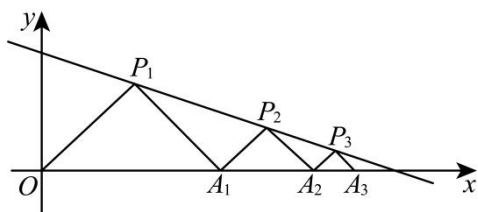
你们是用10天完成了4500米长的高架桥铺设任务吗?



是的, 我们铺设500米后, 采用新的铺设技术, 这样每天铺设的长度是原来的2倍. 最后按期完成了任务.

若设该建筑集团原来每天铺设高架桥的长度为 x 米, 则可列方程为_____.

17. (2025·上海长宁·一模) 如图, 在平面直角坐标系 Oxy 中, $\triangle POA_1$, $\triangle P_2A_1A_2$, $\triangle P_3A_2A_3$, ...都是等腰直角三角形, 其直角顶点 $P_1(3, 3)$, P_2 , P_3 , ...均在直线 $y = -\frac{1}{3}x + 4$ 上. 设 $\triangle POA_1$, $\triangle P_2A_1A_2$, $\triangle P_3A_2A_3$, ...的面积分别为 S_1 , S_2 , S_3 , ..., 依据图形所反映的规律, $S_{2025} =$ _____.



18. (24-25 八年级下·上海宝山·课后作业) 阅读下列文字, 并回答问题.

一次函数 $y = k_1x + b$ 与 $y = k_2x$ 在同一平面直角坐标系中的图像如图①, 观察两个图像可得, 关于 x 的方程

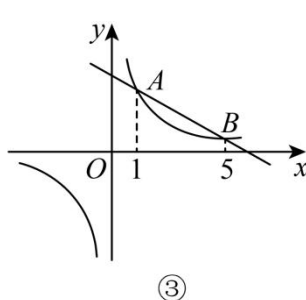
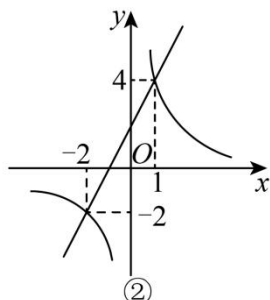
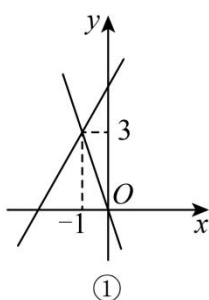
$k_2x = k_1x + b$ 的解是 $x = -1$, 关于 x 的不等式 $k_2x > k_1x + b$ 的解集是 $x < -1$. 同样, 一次函数 $y = kx + b$ 与反比

例函数 $y = \frac{m}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图像如图②, 则关于 x 的方程 $kx + b = \frac{m}{x}$ 的解是 $x_1 = -2, x_2 = 1$, 关于

x 的不等式 $kx + b > \frac{m}{x}$ 的解集是 $-2 < x < 0$ 或 $x > 1$.

如图③, 一次函数 $y = k_1x + b$ 与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图像相交于 A, B 两点, 它们的横坐标分别为 1 和 5, 则

不等式 $k_1x < \frac{k_2}{x} - b$ 的解集是_____.



三、解答题 (7 小题, 共 64 分)

19. (24-25 八年级下·上海闵行·阶段练习) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 5xy - 6y^2 = 0, \\ xy - 2x - y + 2 = 0. \end{cases}$$

20. (2025 八年级下·上海嘉定·模拟预测) 某校服厂承接了 2.7 万套校服的生产任务, 计划安排甲、乙两个组的共 50 名工人, 合作生产 20 天完成. 已知甲、乙两个组工人的工作效率为甲组每人每天生产 25 套, 乙组每人每天生产 30 套.

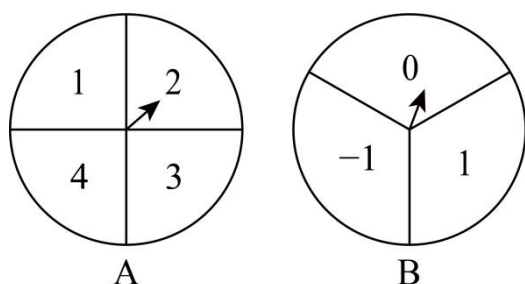
(1) 甲、乙两个组各有多少名工人参与生产?

(2) 为了提前完成生产任务, 该服装厂设计了两种方案:

方案一，甲组租用先进生产设备，工人的工作效率可提高 20%，乙组维持不变；

方案二，乙组再临时招聘若干名工人（工作效率与原工人相同），甲组维持不变设计的这两种方案，完成该生产任务的时间相同，求乙组需临时招聘的工人数.

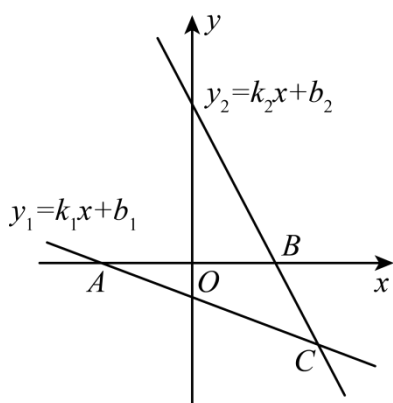
21. (2025·上海奉贤·模拟预测) 小华一家打算周末外出游玩，小华想去参观兵马俑，弟弟想去爬华山，由于时间紧张，只能选择其中一个景点旅游，于是爸爸设计了如下转盘游戏来决定由谁选择景点，规则如下：把转盘 A、B 分别分成 4 等份、3 等份，并在每一份内标上数字，如图所示，小华转动转盘 A，弟弟转动转盘 B，当转盘停止后，指针各指向一个数字（如果指针恰好指在分割线上，那么重转一次，直到指针指向一个数字为止），计算这两个数字的乘积，若两数的乘积为正数，则由小华选择景点，若两数的乘积为负数，则由弟弟选择景点，其他情况视为平局.



(1) 弟弟转动转盘 B，当转盘停止后，指针所指的数字是 0 的概率为_____；

(2) 你认为这个游戏对双方公平吗？请用列表或画树状图的方法说明理由.

22. (24-25 八年级下·上海松江·期中) 一次函数 $y_1 = k_1x + b_1$ 和一次函数 $y_2 = k_2x + b_2$ 在同一坐标系中的图像如图所示，已知 A、B 两点的坐标分别为 $(-2, 0)$ ， $(2, 0)$ ，观察图像回答下列问题：

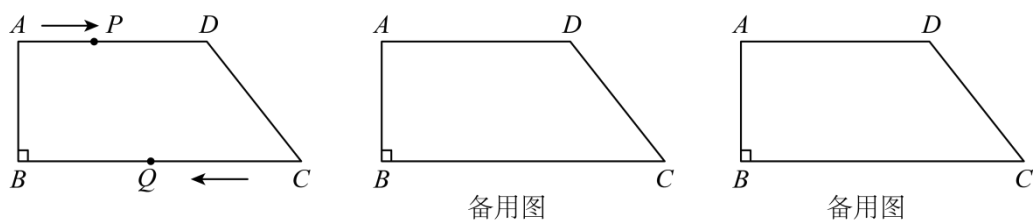


(1) 关于 x 的一元一次方程 $k_1x + b_1 = 0$ 的解是_____；

(2)若 C 点的坐标为 $(3, -2)$, 则关于 x 的不等式 $k_1x + b_1 > k_2x + b_2$ 的解集是_____;

(3)关于 x 的不等式组 $\begin{cases} k_1x + b_1 > 0 \\ k_2x + b_2 > 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

23. (24-25 八年级下·上海崇明·期中)如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 8\text{cm}$, $AD = 12\text{cm}$, $BC = 18\text{cm}$, 点 P 从点 A 出发,以 1cm/s 的速度向点 D 运动;点 Q 从点 C 同时出发,以 2cm/s 的速度向点 B 运动.规定其中一个动点到达端点时,另一个动点也随之停止运动.设点 P, Q 运动的时间为 $t\text{s}$.



(1)从运动开始,当 t 取何值时, $PQ \parallel CD$?

(2)从运动开始,当 t 取何值时, $PQ = CD$?

(3)在整个运动过程中是否存在 t 值,使得四边形 $PQCD$ 是菱形?若存在,请求出 t 值;若不存在,请说明理由.

24. (2025·上海闵行·一模)课本再现

三角形中位线定理三角形的中位线平行于三角形的第三边,并且等于第三边的一半.

定理证明:

(1)为了证明该定理,小明同学画出了图形(图1),并写出了“已知”和“求证”,请你完成证明过程.

已知: D, E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB, AC 的中点.

求证: $DE \parallel BC$, 且 $DE = \frac{1}{2}BC$.

知识应用

(2)①如图2,在 $\triangle ABC$ 中, D, E, F 分别是 AB, BC, CA 的中点.以这些点(A, B, C, D, E, F)为顶点,在图中能画出_____个平行四边形.

②如图3,在四边形 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别是四边形 $ABCD$ 各边的中点.求证:四边形 $EFGH$ 是

平行四边形.

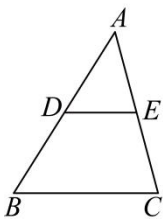


图1

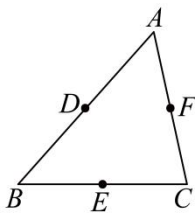


图2

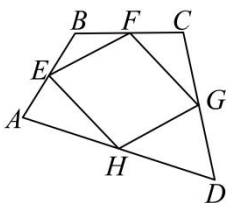


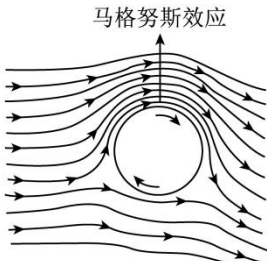
图3

25. (2025·上海虹口·模拟预测) 综合与实践

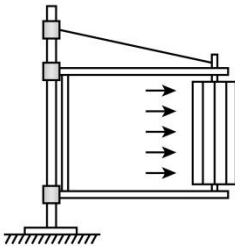
【问题情境】小明在海边看到一艘装有四根大圆筒的轮船（如 1 图所示），通过查阅资料了解到这是马格努斯转子船，当圆筒高速旋转时，可以助推货轮前进，其原理是旋转的物体在流体（如空气或水）中运动时，会受到一个垂直于运动方向的力，这种物理现象被称为马格努斯效应（如 2 图所示）。生活中的足球“香蕉球”、乒乓球弧圈球，都是马格努斯效应的常见例子。



1图 马格努斯转子船



2图 马格努斯效应示意图



3图 马格努斯效应实验装置

【设计方案】小明与同学组成科技小组，设计实验验证马格努斯效应。实验装置如 3 图所示，圆柱体模拟转子船的圆筒（圆柱体半径和高度都可以调节）。已知装置产生的推力满足公式 $F = k \cdot \omega \cdot v$ ，其中 k 为比例系数（与圆柱体侧面积 A 有关，实验条件下关系近似为 $k = 0.5A$ ）， ω 为电机控制圆柱体旋转的角速度（单位： rad/s ）， v 为电风扇模拟的风速（单位： m/s ），产生的推力 F 可用测力计测量（单位： N ）。现有实验数据如下：

实验组	风速 v (m/s)	旋转角速度 ω (rad/s)	推力 F (N)
1	5	4	24

【问题解决】

- (1)保持风速不变，若要推力达到 $48N$ ，求此时旋转角速度；
- (2)保持风速不变，已知圆柱体的最高旋转角速度 ω 为 $10rad/s$ 。

①现有装置能否产生 $100N$ 的推力？请说明理由；

②已知初始时圆柱体半径 $r = 0.5m$ ，，请设计一个改变圆柱体半径的方案（高度不变），使得装置在最高旋转角速度下能产生 $100N$ 推力。（结果保留 2 位小数，计算过程中 π 取 3）