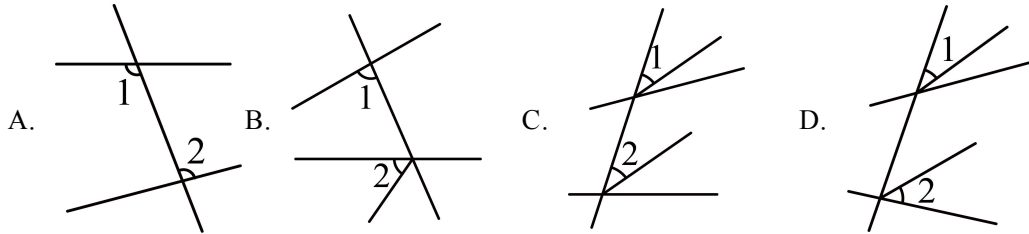


2025-2026 学年七年级数学下册期中模拟测试卷

一、单选题

1. 下列各图中， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角的是 ()



【答案】C

【分析】本题考查了同位角的概念，熟练掌握同位角的概念是解题的关键；

根据同位角的概念分析是否为同位角即可．

【详解】解：已知同位角的定义：两条直线被第三条直线所截时，在截线同侧，且在被截两直线同一方向的位置上形成的两个角；

A、两角不在截线同侧，不是同位角，不符合题意；

B、图中标两角不是两条直线被第三条直线所截得到的，不符合题意；

C、符合同位角定义，符合题意；

D、图中标两角不是两条直线被第三条直线所截得到的，不符合题意；

故选：C．

2. 若 $a < b$ ，则下列不等式变形正确的是 ()

- A. $a+1 < b-1$ B. $-a < -b$ C. $-1+a < -1+b$ D. $-\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$

【答案】C

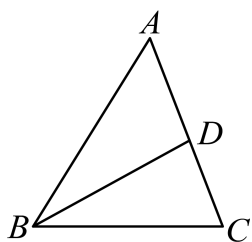
【分析】不等式的两边同时加上（减去）同一个数，不等式的方向不变；不等式的两边同时乘以（除以）同一个正数，不等式的方向不变；不等式的两边同时乘以（除以）同一个负数，不等式的方向改变．

【详解】解： $\because a < b$ ，

$$\therefore a+1 < b+1, -a > -b, -1+a < -1+b, -\frac{a}{2} > -\frac{b}{2};$$

故只有选项 C 变形正确，符合题意．

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 50^\circ, \angle C = 70^\circ$ ， BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，则 $\angle CBD$ 的度数为 ()



A. 30°

B. 50°

C. 60°

D. 75°

【答案】A

【分析】根据三角形内角和定理得到 $\angle ABC = 60^\circ$ ，根据角平分线的定义可知 $\angle CBD$ 的度数.

【详解】解： $\because \angle A = 50^\circ, \angle C = 70^\circ,$

$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ,$

$\because BD$ 是 ABC 的角平分线,

$\therefore \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ.$

4. 如果关于 x 的不等式 $2x - a \leq 1$ 的解集为 $x \leq 3$ ，那么实数 a 的值为 ()

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

【答案】A

【分析】本题考查一元一次不等式的解法，先解不等式得到含 a 的解集，再结合已知的解集列等式求解 a 即可.

【详解】解： $\because 2x - a \leq 1,$

移项得： $2x \leq a + 1,$

两边同除以 2 得： $x \leq \frac{a+1}{2},$

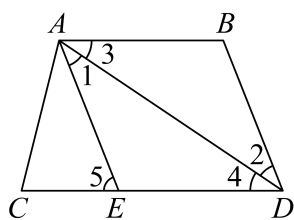
又 $\because$ 不等式的解集为 $x \leq 3,$

$\therefore \frac{a+1}{2} = 3,$

等式两边同乘 2 得： $a + 1 = 6,$

解得： $a = 5$

5. 如图，下列判断错误的是 ()



A. $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore AE \parallel BD$

B. $\because \angle 3 = \angle 4, \therefore AB \parallel CD$

C. $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore AB \parallel DE$

D. $\because \angle 5 = \angle BDC, \therefore AE \parallel BD$

【答案】C

【分析】 本题考查了平行线的判定方法，熟练掌握平行线的判定方法是解答本题的关键。平行线的判定方法：①同位角相等，两直线平行；②内错角相等，两直线平行；③同旁内角互补，两直线平行；④平行于同一直线的两条直线互相平行；⑤同一平面内，垂直于同一直线的两条直线互相平行。

根据平行线的判定方法逐一判断即可。

【详解】 解：A. $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore AE \parallel BD$ ，原选项判断正确，不符合题意；

B. $\because \angle 3 = \angle 4, \therefore AB \parallel CD$ ，原选项判断正确，不符合题意；

C. $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore AE \parallel BD$ ，原选项判断错误，符合题意；

D. $\because \angle 5 = \angle BDC, \therefore AE \parallel BD$ ，原选项判断正确，不符合题意；

故选：C.

6. 下列说法：①过一点有且只有一条直线与已知直线平行；②平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直；③三角形的三条中线、三条角平分线及三条高线都分别交于一点；④平面内，两条直线的位置关系有三种：平行、垂直和相交；⑤从直线外一点到这条直线的垂线段，叫做点到这条直线的距离。正确的有（ ）个

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】A

【分析】 本题主要考查平行公理、垂线的性质、三角形中各类线的交点性质、直线位置关系及点到直线的距离的定义，需逐一分析各说法的正确性，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键。

【详解】 解：①过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，若点在直线上，则无法作平行线，原说法缺少“直线外一点”的条件，故错误，不符合题意；

②平面内，过一点（无论点在直线上或外）有且只有一条直线与已知直线垂直，故正确，符合题意；

③三角形的三条中线交于重心，三条角平分线交于内心，三条高线所在直线交于垂心，故原说法错误，不符合题意；

④平面内两直线的位置关系只有平行和相交两种，垂直是相交的特殊情况，故错误，不符合题意；

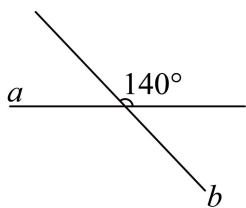
⑤点到直线的距离是垂线段的长度，而非垂线段本身，故错误，不符合题意；

综上，正确的有②，共1个，

故选：A.

二、填空题

7. 如图，直线 a 和 b 的夹角是____°.



【答案】 40

【详解】解：直线 a 和 b 的夹角为 $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$.

8. 命题：“如果两个角是对顶角，那么它们相等.”的逆命题是_____.

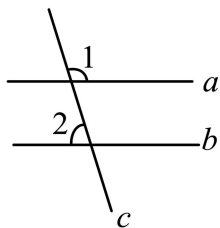
【答案】 如果两个角相等，那么它们是对顶角

【分析】该题考查了逆命题，逆命题是通过交换原命题的条件和结论得到的.

【详解】解：原命题“如果两个角是对顶角，那么它们相等”的条件是“两个角是对顶角”，结论是“它们相等”.
交换条件和结论，得到逆命题“如果两个角相等，那么它们是对顶角”.

故答案为：如果两个角相等，那么它们是对顶角.

9. 如图，直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 110^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ _____°.



【答案】 70

【分析】本题主要考查了平行线的性质，平角的定义，根据两直线平行，同位角相等得到 $\angle 3 = \angle 1 = 110^\circ$ ，再由平角的定义即可得到答案.

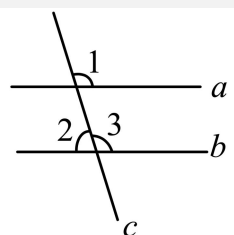
【详解】解： $\because a \parallel b$ ， $\angle 1 = 110^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 110^\circ$ ，

$\because \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle 2 = 70^\circ$ ，

故答案为：70.



10. 若 $(m-3)x^{|m-2|} + 2025 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式，则 m 的值为_____.

【答案】1

【分析】根据一元一次不等式的定义，未知数的指数必须为1且系数不为0，列出条件求解.

此题考查了一元一次不等式的定义，熟练掌握一元一次不等式的定义是解本题的关键.

【详解】解：由题意，不等式是关于 x 的一元一次不等式，

则 $|m-2|=1$ 且 $m-3 \neq 0$,

解 $|m-2|=1$ ，得 $m-2=1$ 或 $m-2=-1$,

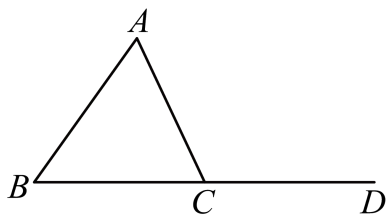
即 $m=3$ 或 $m=1$,

当 $m=3$ 时， $m-3=0$ ，不符合系数不为0的条件，

当 $m=1$ 时， $m-3=-2 \neq 0$ ，符合条件，

故答案为：1.

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 BC 的延长线上， $\angle B = 55^\circ$ ， $\angle ACD = 115^\circ$ ，则 $\angle A =$ _____.



【答案】 60° /60度

【分析】本题考查了三角形的外角性质，根据 $\angle A = \angle ACD - \angle B$ ，即可求解.

【详解】解： $\because \angle B = 55^\circ$ ， $\angle ACD = 115^\circ$

$\therefore \angle A = \angle ACD - \angle B = 115^\circ - 55^\circ = 60^\circ$

故答案为： 60° .

12. 不等式 $\frac{x-1}{2} + 5 \geq -x$ 的负整数解有_____个.

【答案】3

【分析】此题考查了一元一次不等式的整数解，一元一次不等式的整数解为不等式解集中的整数个数，即利用去分母、去括号、移项合并，将未知数的系数化为1，求出 x 的范围，即不等式的解集，在解集中可找出一元一次不等式的整数解.

按照解一元一次不等式的步骤求出不等式的解集，再找出解集范围内的负整数，统计个数即可得到结果.

【详解】解： $\frac{x-1}{2} + 5 \geq -x$

去分母得： $x-1+10 \geq -2x$.

移项得： $x+2x \geq 1-10$.

合并同类项得： $3x \geq -9$.

系数化为1得： $x \geq -3$.

$\therefore$ 原不等式的负整数解为 $-3, -2, -1$, 共3个.

故答案为： 3 .

13. 一个三角形三个内角度数之比是2:3:4, 它是一个____. (填锐角三角形, 直角三角形或钝角三角形)

【答案】 锐角三角形

【分析】 根据三角形内角和定理, 计算出最大内角的度数, 再根据三角形按角的分类判断三角形的形状即可.

【详解】 解: 设三角形三个内角的度数分别为 $2x, 3x, 4x$,

根据三角形内角和定理可得: $2x+3x+4x=180^\circ$,

合并同类项得 $9x=180^\circ$,

解得 $x=20^\circ$,

因此最大内角的度数为 $4x=4 \times 20^\circ=80^\circ$,

因为 $80^\circ < 90^\circ$, 最大内角为锐角, 所以该三角形是锐角三角形,

14. 若不等式组 $\begin{cases} x < 2-a \\ x > 3 \end{cases}$ 无解, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a \geq -1$

【分析】 根据不等式组无解的判定规则, 列出关于 a 的一元一次不等式, 求解即可得到 a 的取值范围.

【详解】 解: $\because$ 不等式组 $\begin{cases} x < 2-a \\ x > 3 \end{cases}$ 无解,

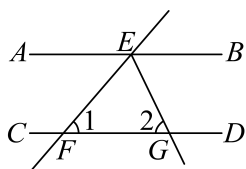
$\therefore 2-a \leq 3$,

移项得 $-a \leq 3-2$,

合并同类项得 $-a \leq 1$,

解得 $a \geq -1$.

15. 如图, $AB \parallel CD$, 直线 EF 交 AB 于点 E , 交 CD 于 F , EG 平分 $\angle BEF$, 交 CD 于点 G , $\angle 1=50^\circ$, 则 $\angle 2=$ _____ $^\circ$.



【答案】 65

【分析】 本题主要考查了平行线的性质，角平分线的定义，先由平行线的性质得到 $\angle BEF = 180^\circ - \angle 1 = 130^\circ$ ， $\angle 2 = \angle BEG$ ，再由角平分线的定义可得 $\angle 2 = \angle BEG = \frac{1}{2} \angle BEF = 65^\circ$ 。

【详解】 解： $\because AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，
 $\therefore \angle BEF = 180^\circ - \angle 1 = 130^\circ$ ， $\angle 2 = \angle BEG$ ，
 $\because EG$ 平分 $\angle BEF$ ，
 $\therefore \angle 2 = \angle BEG = \frac{1}{2} \angle BEF = 65^\circ$ ，

故答案为： 65。

16. 学校举行数学知识竞赛，共有 20 道题，规定每答对一题记 10 分，答错或放弃记 -4 分。七年级一班代表队的得分目标为不低于 102 分，则这个队至少要答对_____道题才能达到目标要求。

【答案】 13

【分析】 根据题意找出不等关系，答对题目所得分数与答错或放弃题目所得分数之和不低于 102 分，据此列一元一次不等式，求解后取符合题意的最小整数解即可。

【详解】 解： 设这个队答对 x 道题才能达到目标要求，
 由题意得： $10x - 4(20 - x) \geq 102$ ，
 去括号得： $10x - 80 + 4x \geq 102$ ，
 合并同类项得： $14x \geq 182$ ，
 系数化为 1 得： $x \geq 13$ ，
 即这个队至少要答对 13 道题才能达到目标要求。

17. 定义：如果一个三角形一边长为 m ，另一条边长为 $2m$ ，那么我们把这个三角形叫做“特征三角形”，其中长为 m 的边叫作“特征边”。已知在特征三角形 ABC 中， $AC = 4$ ， $BC = 6$ ，边 AB 是特征边，那么边 AB 的长为_____。

【答案】 3

【分析】 本题考查了新定义，掌握三角形三边关系：任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边是解题的关键。

先根据三角形三边关系求出 $2 < AB < 10$ ，再根据“特征边”的定义分类讨论求解即可。

【详解】解：由题意得， $BC - AC < AB < AC + BC$ ，

$$\therefore 2 < AB < 10,$$

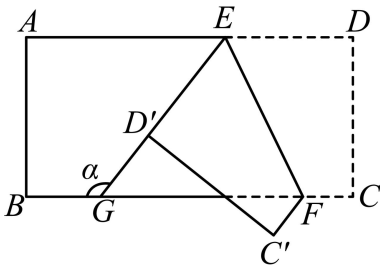
若 $2m = AC = 4$ ，则 $m = 2$ （舍）；

若 $2m = BC = 6$ ，则 $m = 3$ ，

$\therefore$ 边 AB 的长为 3，

故答案为：3.

18. 如图，将长方形纸片 $ABCD$ 沿 EF 折叠后，点 D 、 C 分别落在点 D' 、 C' 的位置， ED' 的延长线交 BC 于点 G ，若 $\angle BGE = \alpha$ ，则 $\angle EFC' =$ _____.（用 α 的代数式表示）



【答案】 $180^\circ - \frac{\alpha}{2}$

【分析】 本题考查了平行线的性质，折叠的性质，解题的关键是熟练掌握，两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等. 先根据平行线的性质得出 $\angle AEG = \angle EGF = 180^\circ - \alpha$ ，根据折叠得出 $\angle DEF = \angle D'EF = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AEG) = \frac{1}{2}\alpha$ ，根据平行线的性质得出

$$\angle EFC = 180^\circ - \angle DEF = 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha = \angle EFC'.$$

【详解】解： $\because \angle BGE = \alpha$ ，

$$\therefore \angle EGF = 180^\circ - \alpha,$$

$\because$ 长方形 $ABCD$ 中， $DE \parallel GC$ ，

$$\therefore \angle AEG = \angle EGF = 180^\circ - \alpha,$$

$\because$ 将长方形纸片 $ABCD$ 沿 EF 折叠后，点 D 、 C 分别落在点 D' 、 C' 的位置，

$$\therefore \angle DEF = \angle D'EF = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AEG) = \frac{1}{2}\alpha,$$

$\because DE \parallel GC$ ，

$$\therefore \angle EFC = 180^\circ - \angle DEF = 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha = \angle EFC'.$$

故答案为： $180^\circ - \frac{1}{2}\alpha$.

三、解答题

19. 解不等式: $\frac{x+7}{2} \leq 3(x-1)+4$.

【答案】 $x \geq 1$

【分析】 本题考查了一元一次不等式的解法，熟练掌握解一元一次不等式的步骤是解答本题的关键．按照去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1的步骤求出不等式的解集即可．

【详解】 解: $\because \frac{x+7}{2} \leq 3(x-1)+4$

$$\therefore x+7 \leq 6(x-1)+8$$

$$\therefore x+7 \leq 6x-6+8$$

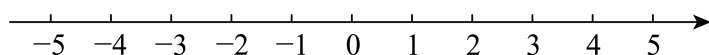
$$\therefore x-6x \leq -6+8-7$$

$$\therefore -5x \leq -5$$

$$\therefore x \geq 1$$

则原不等式的解集为 $x \geq 1$

20. 解不等式组: $\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \end{cases}$ 把它的解集在数轴上表示出来.



【答案】 $-2 < x \leq 3$ ，数轴见解析

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式组．先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分即可求解，然后把不等式的解集表示在数轴上即可．

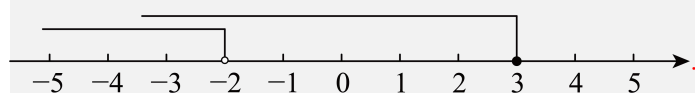
【详解】 解: $\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \text{ ①} \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \text{ ②} \end{cases}$,

由①得 $x < -2$,

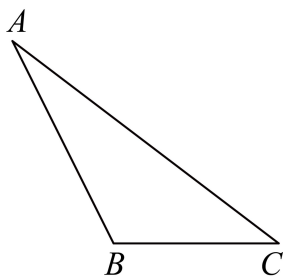
由②得 $x \leq 3$,

故原不等式组的解集是: $x < -2$,

把解集在数轴上表示出来为:



21. 如图，已知 ABC ，根据下列要求画出图形并回答问题:



- (1)作边 AB 上的高 CD ；
- (2)过点 B 画 AC 的垂线 BE ，垂足为 E ；
- (3)过点 E 画 CD 的平行线 EF ，交 AB 于点 F ；
- (4)点 E 到直线 AB 的距离是线段_____的长度.

【答案】(1)见解析

(2)见解析

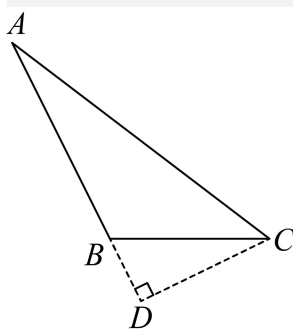
(3)见解析

(4) EF

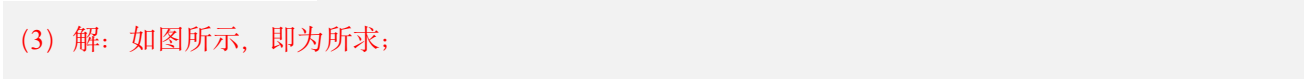
【分析】本题主要考查了画平行线，画垂线，画三角形的高，点到直线的距离等等，熟知相关知识是解题的关键.

- (1) 过点 C 作 $CD \perp AB$ 交 AB 延长线于 D ，则 CD 即为所求；
- (2) 根据垂线的画法画图即可；
- (3) 根据平行线的画法画图即可；
- (4) 可证明 $EF \perp AB$ ，再根据点到直线的距离的定义求解即可.

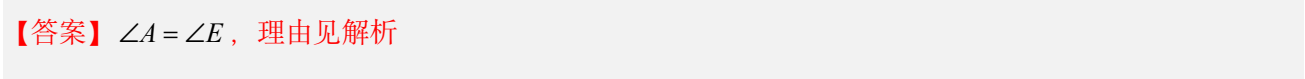
【详解】(1) 解：如图所示，过点 C 作 $CD \perp AB$ 交 AB 延长线于 D ，则 CD 即为所求；



- (2) 解：如图所示，即为所求；


$$\therefore EF \perp AB,$$

22. 已知: 如图, $AD \parallel BE$, $\angle 1 = \angle C$, 那么 $\angle A = \angle E$ 吗? 请说明理由.



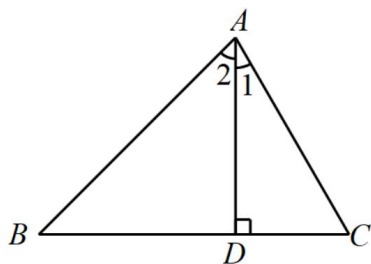
【详解】 解: $\angle A = \angle E$, 理由如下,

$$\therefore \angle A = \angle EBC,$$
$$\therefore DE \parallel BC,$$

第 11 页 共 19 页

$$\therefore \angle A = \angle E.$$

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, 垂足为点 D , $\angle C = 2\angle 1$, $\angle 2 = \frac{3}{2}\angle 1$, 求 $\angle B$ 的度数.



【答案】 45°

【分析】 根据垂直的定义和三角形内角和定理计算即可.

【详解】 $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C + \angle 1 = 90^\circ,$$

$$\because \angle C = 2\angle 1,$$

$$\therefore \angle C = 60^\circ, \quad \angle 1 = 30^\circ,$$

$$\because \angle 2 = \frac{3}{2}\angle 1,$$

$$\therefore \angle 2 = \frac{3}{2}\angle 1 = 45^\circ,$$

$$\because \angle 2 + \angle B + \angle ADB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle 2 - \angle ADB = 45^\circ.$$

【点睛】 本题考查的是三角形内角和定理, 掌握三角形的内角和等于 180° 是解题的关键.

24. 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} x - y = m - 1 & \text{①} \\ x + y = -3m + 7 & \text{②} \end{cases}$, 若方程组的解满足 $x - 2y < 9$, 求 m 的最大整数值.

解:

【答案】 4

【分析】 本题考查解二元一次方程组, 求一元一次不等式的整数解, 先求出二元一次方程组的解, 将解代入不等式中, 求出不等式的解集, 进而求出 m 的最大整数值即可.

【详解】 解: $\begin{cases} x - y = m - 1 & \text{①} \\ x + y = -3m + 7 & \text{②} \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x = -m + 3 \\ y = -2m + 4 \end{cases}$,

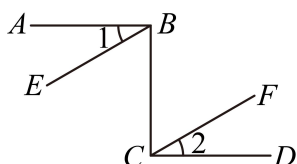
$$\therefore x - 2y < 9,$$

$$\therefore -m + 3 - 2(-2m + 4) < 9,$$

$$\text{解得: } m < \frac{14}{3},$$

$\therefore m$ 的最大整数值为 4.

25. 如图, 已知 $AB \perp BC$, $BC \perp CD$, $\angle 1 = \angle 2$, 求证: $BE \parallel CF$. 请完成下列证明过程:



证明: $\because AB \perp BC$, $BC \perp CD$ (已知)

$$\therefore \angle ABC = \angle BCD = \underline{\quad}^\circ \quad (\quad)$$

又 $\because \angle 1 = \angle 2$ (已知)

$$\therefore \angle ABC - \angle 1 = \underline{\quad} - \underline{\quad} \quad (\text{等式的性质})$$

即 $\angle EBC = \underline{\quad}$

$\therefore \underline{\quad} \parallel \underline{\quad}$ (内错角相等, 两直线平行)

【答案】 90, 垂直的定义, $\angle BCD$, $\angle 2$, $\angle BCF$, BE , CF

【分析】 此题考查了平行线的性质和判定, 解题的关键是平行线的性质与判定定理.

首先得到 $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$, 然后由 $\angle 1 = \angle 2$ 得到 $\angle EBC = \angle BCF$, 即可得到 $BE \parallel CF$.

【详解】 证明: $\because AB \perp BC$, $BC \perp CD$ (已知)

$$\therefore \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ \quad (\text{垂直的定义})$$

又 $\because \angle 1 = \angle 2$ (已知)

$$\therefore \angle ABC - \angle 1 = \angle BCD - \angle 2 \quad (\text{等式的性质})$$

即 $\angle EBC = \angle BCF$

$\therefore BE \parallel CF$ (内错角相等, 两直线平行)

26. 同学们, 你们喜欢玩跷跷板吗? 下面这个问题就和跷跷板有关, 请你来挑战一下吧!

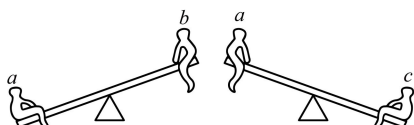


图1

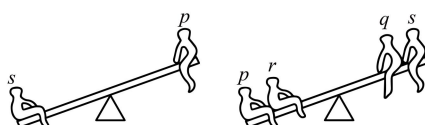


图2

(1) 三个小朋友在公园玩跷跷板, 他们的体重分别为 a , b , c , 示意图如图 1, 试比较 b 和 c 的大小关系, 并说明依据.

(2) 四个小朋友在公园玩跷跷板, 他们的体重分别为 p , q , r , s , 示意图如图 2, 试分析这四个小朋友体重

的大小关系，并用“>”连接起来.

【答案】(1) $b < c$ ，理由见解析

(2) $r > s > p > q$

【分析】本题主要考查了不等式的应用，不等式的性质，正确找到等量关系和不等关系是解题的关键.

(1) 根据 $a > b$ ， $a < c$ 得到 $b < a < c$ ；

(2) 先得到 $s > p$ ① $p + r > q + s$ ② $q + r = p + s$ ③，再对着三个式子进行变形，结合不等式的性质求解.

【详解】(1) 解： $\because a > b$ ， $a < c$ ，

$\therefore b < a < c$ ，

$\therefore b < c$.

(2) 解： $\because s > p$ ① $p + r > q + s$ ② $q + r = p + s$ ③

由①，②可知 $r > q$ ，

由② - ③，得 $p - q > q - p$ ，

$\therefore 2p > 2q$ ，

$\therefore p > q$ ，

由③得 $p + s = q + r$ ④，

② - ④，得 $r - s > s - r$ ，

$\therefore 2r > 2s$ ，

$\therefore r > s$ ，

$\therefore r > s > p > q$.

27. 用反证法证明：已知 a ， b ， c 是平面内 3 条不同的直线，如果 $a \perp b$ ， $b \perp c$ ，那么 $a \parallel c$.

【答案】见解析

【分析】此题考查反证法，反证法是一种论证方式，它首先假设某命题不成立（即在原命题的题设下，结论不成立），然后推理出明显矛盾的结果，从而下结论说假设不成立，原命题得证，反证法的步骤：1、假设命题反面成立；2、从假设出发，经过推理得出和反面命题矛盾，或者与定义、公理、定理矛盾；3、得出假设命题不成立是错误的，即所求证命题成立. 根据反证法的步骤解答.

【详解】解：假设 a 与 c 不平行，那么它们相交于一点 P .

$\because a \perp b$ ， $b \perp c$ ，

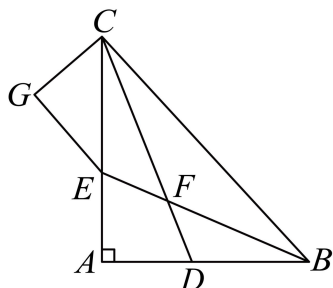
$\therefore$ 过点 P 的两条直线 a ， c 都与直线 b 垂直.

这与基本事实“过一点有且只有一条直线与这条直线垂直”矛盾.

∴ 假设不成立.

∴ $a \parallel c$.

28. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, CD, BE 是角平分线, 它们相交于点 F , $EG \parallel BC$, $CG \perp EG$, 垂足为 G .



(1) 求 $\angle BFD$ 的度数;

(2) 求证: $\angle ADC = \angle GCD$.

【答案】(1) 45° ;

(2) 见解析.

【分析】本题考查角平分线定义, 平行线的性质, 关键是由三角形外角的性质推出

$\angle BFD = \angle FBC + \angle FCB = 45^\circ$.

(1) 根据直角三角形的性质求出 $\angle ABC + \angle ACB = 90^\circ$, 由角平分线定义得到

$\angle FBC + \angle FCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 45^\circ$, 由三角形外角的性质得到 $\angle BFD = \angle FBC + \angle FCB = 45^\circ$;

(2) 由平行线的性质, 垂直的定义推出 $\angle BCG = 90^\circ$, 根据直角三角形的性质及角的和差即可推出 $\angle ADC = \angle DCG$.

【详解】(1) 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$,

∴ $\angle ABC + \angle ACB = 90^\circ$,

∵ BE 平分 $\angle ABC$, CD 平分 $\angle ACB$,

∴ $\angle FBC = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle BCF = \frac{1}{2}\angle ACB$,

∴ $\angle FBC + \angle FCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$,

∴ $\angle BFD = \angle FBC + \angle FCB = 45^\circ$;

(2) 证明: ∵ $EG \parallel BC$, $CG \perp EG$,

∴ $CG \perp BC$,

∴ $\angle BCG = 90^\circ$,

$\therefore CD$ 平分 $\angle ACB$,
 $\therefore \angle ACD = \angle BCD$,
 $\therefore \angle ADC + \angle ACD = \angle DCG + \angle BCD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ADC = \angle DCG$.

29. 在一副三角尺中 $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BPA = 45^\circ$, $\angle CPD = 60^\circ$

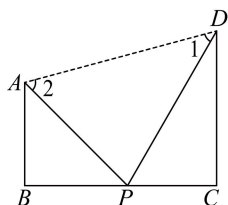
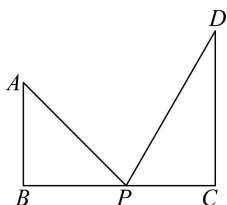
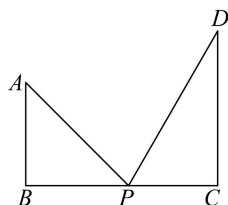


图1



备用图1



备用图2

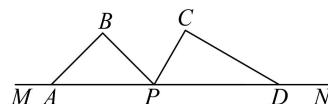


图2

(1) 将一副三角尺按如图 1 所示方式摆放 (两条直角边在同一条直线上)

① 联结 AD , 测得 $\angle 1 = 45^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是多少?

② 将三角尺 PCD 绕点 P 以每秒 3° 的速度逆时针旋转, 当三角尺 PCD 的边 PD 与射线 PB 重合时停止运动, 经历多久使得其中一块三角尺的直角边与另一块三角尺的斜边平行?

(2) 若将这副三角尺按照如图 2 所示方式摆放 (两条斜边在同一条直线 MN 上). 三角尺 PCD 绕点 P 以每秒 2° 的速度逆时针旋转, 同时三角尺 PAB 以每秒 3° 的速度顺时针旋转, 当三角尺 PAB 的边 PB 与射线 PN 重合时两块三角尺都停止运动, 运动 _____ 秒, 使得其中一块三角尺的直角边与另一块三角尺的斜边平行? (只写答案)

【答案】 (1) ① 60° ; ② 10 秒或 15 秒

(2) 6 或 9 或 42 或 45

【分析】 (1) ① 先由平角的意义求出 $\angle APD$, 再对 $\triangle APD$ 由三角形内角和定理即可求解;

② 分两种情况讨论: 当 $PD' \parallel AB$ 和 $D'C \parallel AP$, 作出图形, 根据旋转的性质以及平行线的性质进行角度和差计算求出旋转角 $\angle DPD'$ 即可;

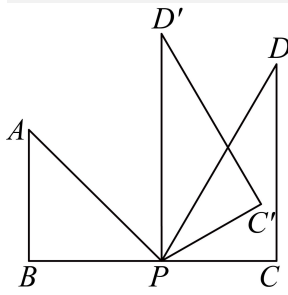
(2) 设旋转时间为 t 秒, 由题意得, $\angle MPA = 3t$, $\angle NPD = 2t$, 然后分四种情况讨论, 当 $PA \parallel CD$ 时, 得到 $\angle MPA + \angle APC + \angle DPC + \angle NPD = 180^\circ$; 当 $AB \parallel PD$ 时, 得到 $\angle MPA + \angle APB + \angle DPB + \angle NPD = 180^\circ$; 当 $CD \parallel AP$ 时, 得到 $\angle MPA + \angle NPD - \angle APD = 180^\circ$; 当 $AB \parallel PD$ 时, 得到 $\angle MPA + \angle NPD - \angle APD = 180^\circ$, 分别建立起关于时间 t 的方程求解即可.

【详解】 (1) 解: ① $\because \angle BPA = 45^\circ$, $\angle CPD = 60^\circ$,

$\therefore \angle APD = 180^\circ - \angle BPA - \angle CPD = 75^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 1 - \angle APD = 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ$;

② 当 $PD' \parallel AB$ 时,

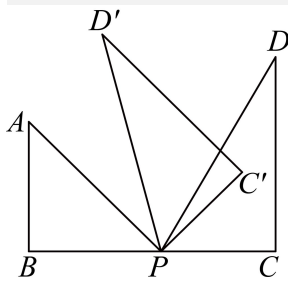


则 $\angle D'PC = \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle D'PD = \angle D'PC - \angle DPC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

$\therefore t = 30 \div 3 = 10$ (秒) ;

当 $D'C \parallel AP$ 时,



$\because \angle C = 90^\circ$, $\angle CPD = 60^\circ$

$\therefore \angle D = 180^\circ - \angle C - \angle CPD = 30^\circ$,

$\because$ 旋转,

$\therefore \angle D' = D = 30^\circ$

$\because D'C \parallel AP$

$\therefore \angle APD' = \angle D' = 30^\circ$,

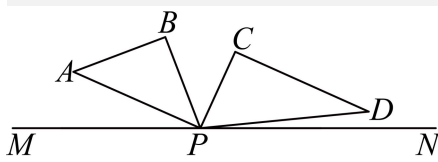
$\therefore \angle DPD' = \angle APD - \angle APD' = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$

$\therefore t = 45 \div 3 = 15$ (秒) ,

综上所述: 当 10 秒或 15 秒时, 其中一块三角尺的直角边与另一块三角尺的斜边平行;

(2) 解: 设旋转时间为 t 秒, 由题意得, $\angle MPA = 3t$, $\angle NPD = 2t$,

当 $PA \parallel CD$ 时,



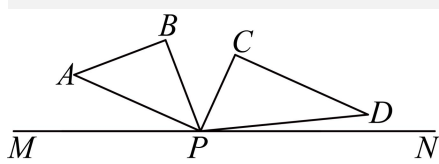
则 $\angle APC = \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle MPA + \angle APC + \angle DPC + \angle NPD = 180^\circ$,

$$\therefore 3t + 90^\circ + 60^\circ + 2t = 180^\circ$$

解得: $t = 6$;

当 $AB \parallel PD$ 时,



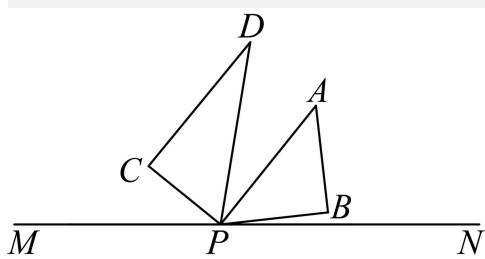
$$\therefore \angle BPD = \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MPA + \angle APB + \angle DPB + \angle NPD = 180^\circ$$

$$\therefore 3t + 45^\circ + 90^\circ + 2t = 180^\circ,$$

解得: $t = 9$;

当 $CD \parallel AP$ 时,



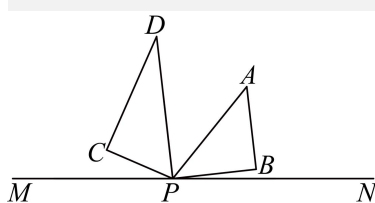
则 $\angle APD = \angle D = 30^\circ$,

$$\therefore \angle MPA + \angle NPD - \angle APD = 180^\circ,$$

$$\therefore 3t + 2t - 30^\circ = 180^\circ,$$

解得: $t = 42$;

当 $AB \parallel PD$ 时,



则 $\angle APD = \angle A$,

$$\therefore \angle B = 90^\circ, \quad \angle BPA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle B - \angle BPA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle APD = 45^\circ$$

$$\therefore \angle MPA + \angle NPD - \angle APD = 180^\circ,$$

$$\therefore 3t + 2t - 45^\circ = 180^\circ,$$

解得： $t = 45$ ，

综上所述：运动时间为 6 或 9 或 42 或 45 秒，使得其中一块三角尺的直角边与另一块三角尺的斜边平行．

【点睛】 本题考查了旋转的性质，平行线的性质，三角形的内角和定理，角的和差计算，以及一元一次方程的应用，难度较大，注意分类讨论思想的应用，