

2024-2025 学年八年级数学下学期期中模拟卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的）

1	2	3	4	5	6
B	B	D	B	C	C

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. -2 8. $b \leq 0$ 9. 1260 10. $x = 1$
11. $x < 4$ 12. $\frac{5}{2}$ 13. $\frac{3}{2}$ 14. -2
15. 30 16. $2\sqrt{13} + 10$ 17. $\frac{\sqrt{3}}{4} - 4$ 或 $4 - \frac{\sqrt{3}}{4}$ 18. 75° 或 165°

三、解答题（本大题共 8 小题，58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. （5 分）【详解】解：去分母，得 $4 - (x + 2) = (x + 2)(x - 2)$ ，……（2 分）

整理，得 $2 - x = (x + 2)(x - 2)$ ，

则 $(x - 2)(x + 3) = 0$ ，

$\therefore x - 2 = 0$ 或 $x + 3 = 0$ ，

解得 $x = 2$ 或 $x = -3$ ，……（1 分）

检验：当 $x = 2$ 时， $(x + 2)(x - 2) = 0$ ，则 $x = 2$ 是分式方程的增根；

当 $x = -3$ 时， $(x + 2)(x - 2) \neq 0$ ，则 $x = -3$ 是分式方程的解，

综上，该分式方程的解为 $x = -3$ 。……（2 分）

20. （5 分）【详解】解：设 $\frac{1}{x-2} = u$ ， $\frac{1}{y} = v$ ，则原方程组可化为 $\begin{cases} 2u + 3v = -4 \\ 6u - v = 8 \end{cases}$ ，……（2 分）

解得 $\begin{cases} u = 1 \\ v = -2 \end{cases}$ ，

于是，得 $\begin{cases} \frac{1}{x-2}=1 \\ \frac{1}{y}=-2 \end{cases}$ ，

得 $\begin{cases} x=3 \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$ ，…… (1 分)

检验：把 $x=3$ ， $y=-\frac{1}{2}$ 代入原方程组中所含各分式的分母，各分母的值不为零，

$\therefore$ 原方程组的解是 $\begin{cases} x=3 \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$. …… (2 分)

21. (8 分) 【详解】 (1) 解：设所求函数解析式为 $y=kx+b$ ，

由图像知，直线过 (30,100)、(50,60) 两点，

把这两点坐标分别代入 $y=kx+b$ 中，得： $\begin{cases} 30k+b=100 \\ 50k+b=60 \end{cases}$ ，…… (2 分)

解得： $\begin{cases} k=-2 \\ b=160 \end{cases}$ ，

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y=-2x+160$. …… (2 分)

(2) 解：设甲种类型消毒剂购买了 x 升，则乙种类型消毒剂购买了 $(-2x+160)$ 升，

根据题意，得： $\frac{2000}{x} = \frac{2400}{-2x+160} + 20$ ，…… (2 分)

整理得： $x^2 - 240x + 8000 = 0$ ，

解得： $x_1 = 40$ ， $x_2 = 200$ ，

经检验， $x=40$ ， $x=200$ 都是原方程的解，但当 $x=200$ 时， $-2x+160=-240<0$ ，与题意不符，

$\therefore x=40$ ，

$\therefore -2x+160=-2 \times 40+160=80$ ；

答：甲种类型消毒剂购买了 40 升，乙种类型消毒剂购买了 80 升. …… (2 分)

22. (8分) 【详解】 (1) 证明: $\because OE = OB$,

$$\therefore \angle OBE = \angle OEB,$$

$$\because \angle ADB = \angle OEB,$$

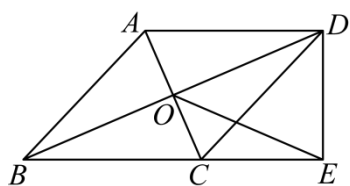
$$\therefore \angle ADB = \angle OBC, \dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\because AD = BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形; $\dots\dots (2 \text{ 分})$

(2) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,



$$\therefore BO = OD,$$

$$\because OE = OB,$$

$$\therefore OE = OD,$$

$$\therefore \angle OBE = \angle OEB, \angle OED = \angle ODE, \dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\because \angle OBE + \angle OEB + \angle OED + \angle ODE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BEO + \angle DEO = \angle BED = 90^\circ,$$

$$\therefore DE \perp BE. \dots\dots (2 \text{ 分})$$

23. (6分) 【详解】 解: 设甲公司单独完成清淤任务需要 x 天, 乙公司单独完成清淤任务需要 y 天, $\dots\dots$

(1分)

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{4}{x} + \frac{x+2}{y} = 1 \end{cases}, \dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -4 \end{cases} \text{ (舍去)}, \begin{cases} x_2 = 16 \\ y_2 = 24 \end{cases},$$

$$\text{经检验, } \begin{cases} x = 16 \\ y = 24 \end{cases} \text{ 为原方程组的解. } \dots\dots (2 \text{ 分})$$

答: 甲公司单独完成清淤任务需要 16 天, 乙公司单独完成清淤任务需要 24 天. $\dots\dots (1 \text{ 分})$

24. (8分) 【详解】 (1) 解: $\because A(1,n)$ 在反比例数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上,

$$\therefore n = \frac{2}{1} = 2,$$

$$\therefore n = 2,$$

$$\therefore A(1,2) \dots\dots (2 \text{ 分})$$

将 $A(1,2)$ 代入 $y = \frac{1}{3}x + m$ 得, $2 = \frac{1}{3} + m$

解得: $m = \frac{5}{3} \dots\dots (2 \text{ 分})$

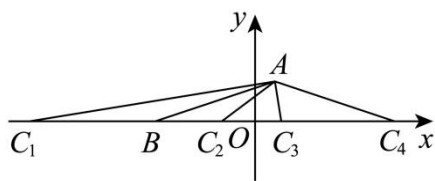
$$(2) \text{ 解: 由 (1) 可得 } y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

当 $y=0$ 时, $x=-5$,

$\therefore$ 一次函数的图像与 x 轴交于点 B ,

$$\therefore B(-5,0),$$

$$\therefore AB = \sqrt{(1+5)^2 + 2^2} = 2\sqrt{10},$$



如图所示, 设 $C(x,0)$,

当 $BC = BA$ 时, 点 C 的坐标为 $(-5 + 2\sqrt{10}, 0)$ 或 $(-5 - 2\sqrt{10}, 0)$

当 $CB = CA$ 时,

$$\therefore CB = CA,$$

$$\therefore CB^2 = CA^2,$$

$$\therefore (x+5)^2 = (1-x)^2 + 2^2,$$

解得: $x = -\frac{5}{3}; \dots\dots (2 \text{ 分})$

当 $AB = AC$ 时,

$$\therefore A(1,2), \quad x_A - x_B = 6$$

$$\therefore C(7,0)$$

综上所述满足条件的点 C 坐标为 $(-5+2\sqrt{10},0)$ 或 $(-5-2\sqrt{10},0)$ 或 $(-\frac{5}{3},0)$ 或 $C(7,0)$ (2 分)

25. (9 分) 【详解】 (1) 解: 对于 $y = -\frac{2}{3}x + 2$, 令 $x = 0$, 则 $y = 2$,

$$\therefore B(0,2);$$

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则 } -\frac{2}{3}x + 2 = 0,$$

$$\text{解得: } x = 3,$$

$$\therefore A(3,0); \dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 解: } \because A(3,0), B(0,2),$$

$$\therefore OA = 3, OB = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}OB \cdot OA = 3.$$

$\because$ 过点 B 的直线 BM 交 x 轴正半轴于点 M , 且直线 BM 把 $\triangle AOB$ 分成面积之比为 1:2 的两部分,

$$\therefore S_{\triangle OBM} = \frac{1}{3}S_{\triangle OAB} = 1 \text{ 或 } S_{\triangle OBM} = \frac{2}{3}S_{\triangle OAB} = 2. \dots\dots (1 \text{ 分})$$

设 $M(t,0)$, 直线 BM 的解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$$\therefore OM = t.$$

$$\text{当 } S_{\triangle OBM} = 1 \text{ 时, 即 } \frac{1}{2}OM \cdot OB = \frac{1}{2}t \times 2 = 1,$$

$$\text{解得: } t = 1.$$

$$\therefore OM = 1, \text{ 即 } M(1,0).$$

将 $B(0,2)$, $M(1,0)$ 代入 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$$\text{得: } \begin{cases} 2 = b \\ 0 = k + b \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -2 \\ b = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{此时直线 } BM \text{ 的解析式为 } y = -2x + 2; \dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{当 } S_{\triangle OBM} = 2 \text{ 时, 即 } \frac{1}{2}OM \cdot OB = \frac{1}{2}t \times 2 = 2,$$

$$\text{解得: } t = 2.$$

$$\therefore OM = 2, \text{ 即 } M(2,0).$$

将 $B(0,2)$, $M(2,0)$ 代入 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$$\text{得: } \begin{cases} 2 = b \\ 0 = 2k + b \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -1 \\ b = 2 \end{cases},$$

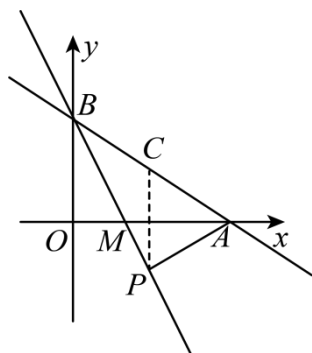
$\therefore$ 此时直线 BM 的解析式为 $y = -x + 2$ (1 分)

综上可知直线 BM 的表达式为 $y = -2x + 2$ 或 $y = -x + 2$; (1 分)

(3) 解: $\because OM < MA$,

$\therefore$ 由 (2) 可知 $M(1, 0)$, 即此时直线 BM 的解析式为 $y = -2x + 2$ (1 分)

如图, 过点 P 作 x 轴垂线, 交直线 AB 于点 C .



设 $P(a, -2a + 2)$, 则 $C\left(a, -\frac{2}{3}a + 2\right)$,

$$\therefore PC = |y_P - y_C| = \left| -2a + 2 - \left(-\frac{2}{3}a + 2\right) \right| = \left| \frac{4}{3}a \right|,$$

$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} CP \cdot (x_A - x_B) = \frac{1}{2} \times \left| \frac{4}{3}a \right| \times (3 - 0) = |2a|.$$

由 (2) 可知 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle AOB} = 3$,

$$\therefore |2a| = 3,$$

解得: $a = \pm \frac{3}{2}$ (1 分)

当 $a = \frac{3}{2}$ 时, $y_P = -2 \times \frac{3}{2} + 2 = -1$, 即 $P\left(\frac{3}{2}, -1\right)$;

当 $a = -\frac{3}{2}$ 时, $y_P = -2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 2 = 5$, 即 $P\left(-\frac{3}{2}, 5\right)$.

综上可知点 P 的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$ 或 $\left(-\frac{3}{2}, 5\right)$ (1 分)

26. (9分) 【详解】 (1) 解: $\because$ 直线 $y = x - 8$ 分别与 y 轴交于 B 点,

令 $x = 0$, 则 $y = -8$,

$$\therefore B(0, -8),$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} b = -8 \\ -2k + b = 0 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -4 \\ b = -8 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = -4x - 8$; (2分)

(2) 解: 如图, 过点 D 作 $DE \perp y$ 轴于点 E ,

$\because$ 直线 $y = x - 8$ 分别与 x 轴交于 A 点,

令 $y = 0$, 则 $x - 8 = 0$, 解得: $x = 8$,

$$\therefore A(8, 0),$$

$$\therefore OA = 8,$$

$$\because B(0, -8), C(-2, 0),$$

$$\therefore OB = OA = 8, OC = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} OC \cdot OB = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8, \text{ (1分)}$$

$$\because \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = 45^\circ, AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 8\sqrt{2},$$

$$\because S_{\triangle ABD} = 3S_{\triangle BOC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = 24,$$

$$\because BD \perp BA,$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} BD \cdot AB = 24,$$

$$\therefore BD = 3\sqrt{2}, \text{ (1分)}$$

$$\because \angle ABD = 90^\circ, \angle ABO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DBE = 45^\circ,$$

$$\because DE \perp y \text{ 轴},$$

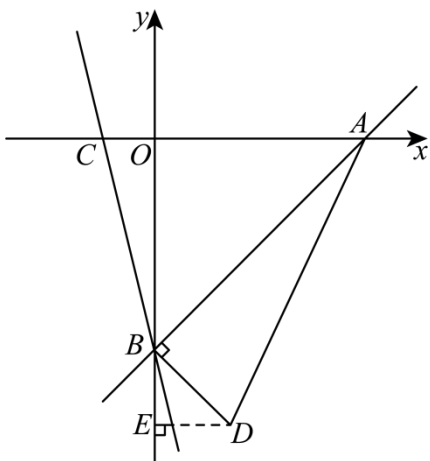
$\therefore \triangle BED$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore BE = DE, BD = \sqrt{BE^2 + DE^2} = \sqrt{2} BE = \sqrt{2} DE = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore BE = DE = 3,$$

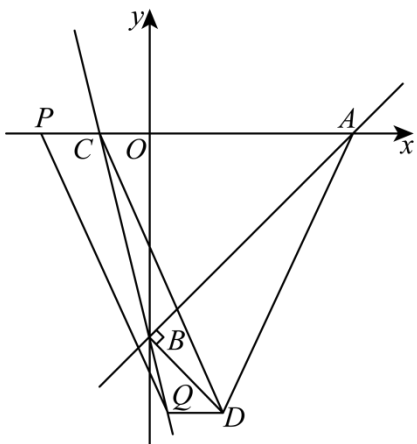
$$\therefore OE = OB + BE = 8 + 3 = 11,$$

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(3, -11)$; (1 分)



(3) 解: 以点 $C(-2, 0)$ 、 $D(3, -11)$ 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形,

①如图, 四边形 $CDQP$ 为平行四边形时,



$$\therefore DQ \parallel CP \parallel x \text{ 轴}, \quad DQ = CP,$$

$\therefore$ 点 Q 的纵坐标为 -11 ,

$\because$ 点 Q 在直线 BC 上,

$$\text{令 } y = -11, \text{ 则 } -4x - 8 = -11, \text{ 解得: } x = \frac{3}{4},$$

$$\therefore Q\left(\frac{3}{4}, -11\right)$$

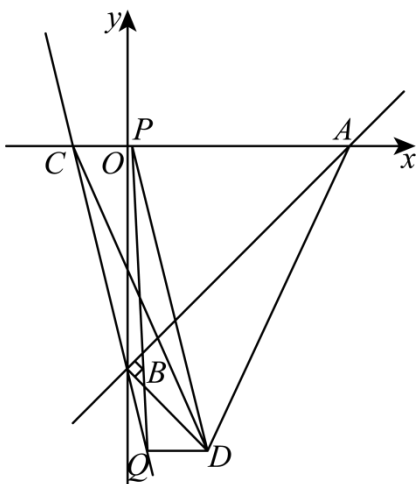
$$\therefore DQ = 3 - \frac{3}{4} = \frac{9}{4},$$

$$\therefore CP = \frac{9}{4},$$

$$\therefore OP = OC + CP = 2 + \frac{9}{4} = \frac{17}{4},$$

$$\therefore P\left(-\frac{17}{4}, 0\right); \dots\dots (1 \text{ 分})$$

②如图，四边形 $CQDP$ 为平行四边形时，



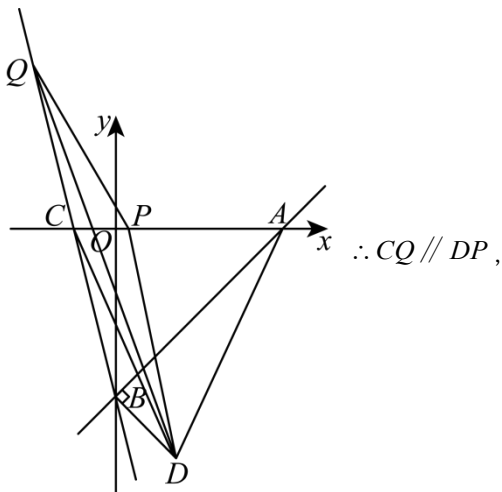
同①理可得， $Q\left(\frac{3}{4}, -11\right)$, $CP = DQ = \frac{9}{4}$,

$$\because OC = 2,$$

$$\therefore OP = \frac{9}{4} - 2 = \frac{1}{4},$$

$$\therefore P\left(\frac{1}{4}, 0\right); \dots\dots (1 \text{ 分})$$

③如图，四边形 $CDPQ$ 为平行四边形时，



$$\therefore \text{设直线 } DP \text{ 的解析式为 } y = -4x + t,$$

$$\text{则 } -4 \times 3 + t = -11, \text{ 解得: } t = 1,$$

$$\therefore \text{直线 } DP \text{ 的解析式为 } y = -4x + 1,$$

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则 } -4x + 1 = 0,$$

解得: $x = \frac{1}{4}$,

$$\therefore P\left(\frac{1}{4}, 0\right)$$

设点 $Q(m, n)$,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{-2 + \frac{1}{4}}{2} = \frac{3+m}{2} \\ 0 = \frac{n-11}{2} \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} m = -\frac{19}{4} \\ n = 11 \end{cases},$$

$$\therefore Q\left(-\frac{19}{4}, 11\right) \dots\dots (1 \text{ 分})$$

综上所述, 以点 C 、 D 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形, 点 P 和点 Q 的坐标为 $P\left(-\frac{17}{4}, 0\right)$, $Q\left(\frac{3}{4}, -11\right)$

或 $P\left(\frac{1}{4}, 0\right)$, $Q\left(\frac{3}{4}, -11\right)$ 或 $P\left(\frac{1}{4}, 0\right)$, $Q\left(-\frac{19}{4}, 11\right)$. $\dots\dots (1 \text{ 分})$