

2024-2025 学年八年级数学下学期第三次月考卷

参考答案

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，满分 12 分．在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的）

1	2	3	4	5	6
D	C	B	B	D	D

第二部分（非选择题 共 88 分）

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

7. -1

8. $m > \frac{1}{6}$

9. $x = -\frac{1}{2}$

10. $y^2 - 5y + 1 = 0$

11. 135

12. 4

13. 4

14. 8

15. 7

16. $\overline{BC}$

17. $\frac{24}{5}$

18. $\left(-\frac{48}{7}, \frac{18}{7}\right)$ 或 $\left(-\frac{36}{7}, \frac{24}{7}\right)$

三、解答题（本大题共 7 小题，满分 52 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. （本题 6 分）：【详解】解：方程的两边同乘 $(1+x)(1-x)$ ，得，

$$(1+x) - 2(1-x^2) = 3x - x^2,$$

$$\text{即 } 3x^2 - 2x - 1 = 0,$$

$$\therefore (3x+1)(x-1) = 0,$$

$$\therefore x-1=0 \text{ 或 } 3x+1=0,$$

解得: $x = 1$ 或 $x = -\frac{1}{3}$

检验: 当 $x = 1$ 时, $(1+x)(1-x) = 0$,

$\therefore x = 1$ 是原方程的增根, 舍去.

当 $x = -\frac{1}{3}$ 时, $(1+x)(1-x) = \frac{8}{9} \neq 0$,

$\therefore$ 原方程的解为: $x = -\frac{1}{3}$6 分

20. (本题 6 分) 【详解】解: $\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \textcircled{1} \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = 25 \textcircled{2} \end{cases}$, 由 $\textcircled{2}$ 得: $x - 3y = 5$ 或 $x - 3y = -5$,

$\therefore x = 3y + 5$ 或 $x = 3y - 5$,

当 $x = 3y + 5$ 时, 代入 $\textcircled{1}$ 中,

得 $(3y + 5)^2 + (3y + 5)y - 2y^2 = 0$,

解得: $y = -\frac{5}{2}$ 或 $y = -1$;

此时对应 x 值为 $x = -\frac{5}{2}$ 或 $x = 2$;

当 $x = 3y - 5$ 时, 代入 $\textcircled{1}$ 中,

得 $(3y - 5)^2 + (3y - 5)y - 2y^2 = 0$,

解得: $y = \frac{5}{2}$ 或 $y = 1$;

此时对应 x 值为 $x = \frac{5}{2}$ 或 $x = -2$;

$\therefore$ 方程组的解为: $\begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$6 分

21. (本题 6 分) 【详解】(1) 证明: $\because$ 点 F 、 G 是边 AC 的三等分点,

$\therefore AF = FG = GC$,

即点 F 为 AG 的中点,

又 $\because$ 点 D 是边 AB 的中点,

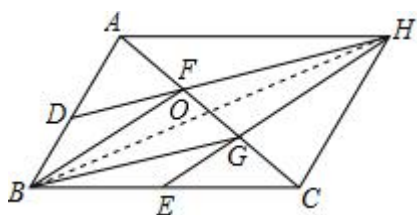
$\therefore DF$ 为 $\triangle ABG$ 的中位线,

$\therefore DH \parallel BG$,

同理: $EH \parallel BF$,

$\therefore$ 四边形 $FBGH$ 是平行四边形;3 分

(2) 如图, 连接 BH , 交 AC 于点 O ,
 $\because$ 四边形 $FBGH$ 是平行四边形,
 $\therefore BO = HO, FO = GO$.
 又 $\because AF = FG = GC$,
 $\therefore AF + FO = GC + GO$. 即: $AO = CO$.
 $\therefore$ 四边形 $ABCH$ 是平行四边形.
 $\therefore AH \parallel BC$.
 $\therefore \angle HAC = \angle BCA$.
 $\because AC$ 平分 $\angle BAH$,
 $\therefore \angle HAC = \angle BAC$.
 $\therefore \angle BAC = \angle BCA$.
 $\therefore AB = BC$.
 又 $\because$ 四边形 $ABCH$ 是平行四边形,
 $\therefore$ 四边形 $ABCH$ 是菱形.3 分



22. (本题 6 分) 【详解】(1) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC},$$

$$\therefore \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} = \vec{b},$$

故答案为: $\vec{b}$;2 分

$$(2) \text{ 解: } \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB} = \vec{a},$$

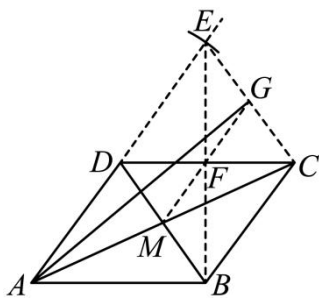
故答案为: $\vec{a}$ 2 分

(3) 解: 如图所示, $\overrightarrow{AG}$ 即为所求;

如图所示, 作平行四边形 $BDEC$, 连接 BE 交 DC 于 F , 连接 MF 并延长, 交 CE 于 G , 连接 AG ,

由作图方法可知 $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{DM}$,

$$\therefore \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AG}. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$



23. (本题 8 分) 【详解】 (1) 解: $\because$ 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB = 26$, $DC = 18$, 中位线 FE 交 BD 于 G , 交 AC 于 H ,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}(AB + CD) = 22, \quad EF \parallel CD \parallel AB,$$

$\because E, F$ 分别为 AD, BC 的中点,

$$\therefore FH = GE = \frac{1}{2}CD = 9,$$

$$\therefore HG = EF - FH - GE = 4; \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 解: 如图所示, 过点 C 作 $CM \parallel BD$ 交 AB 延长线于 M ,

$\because AB \parallel DC$, 即 $CD \parallel BM$,

$\therefore$ 四边形 $CDBM$ 是平行四边形,

$$\therefore CD = BM = 18, \quad CM = BD, \quad S_{\triangle BCD} = S_{\triangle BCM},$$

$$\text{又} \because S_{BCD} = S_{ACD},$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle BCM},$$

$$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle ACM},$$

$\because$ 梯形 $ABCD$ 是等腰梯形,

$$\therefore AC = BD,$$

$$\therefore AC = CM,$$

$$\because AC \perp BD,$$

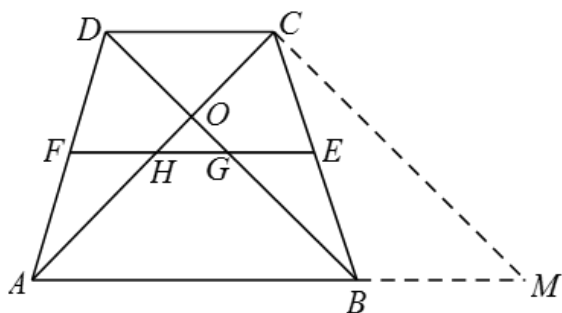
$$\therefore AC \perp CM,$$

$\therefore \triangle ACM$ 是等腰直角三角形,

$$\because AM = AB + BM = 44,$$

$$\therefore AC = CM = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = 22\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2} AC \cdot CM = 484. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$



24. (本题 10 分) 【详解】(1) 解: 在 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 中, 令 $x = 0$, 则 $y = 3$, 令 $y = -\frac{3}{4}x + 3 = 0$, 则 $x = 4$,

$\therefore A(4,0), B(0,3)$;2 分

(2) 解: 设点 O 到直线 AB 的距离为 h,

$\because A(4,0), B(0,3)$,

$\therefore OA = 4, OB = 3$,

$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 5$,

$\because S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}AB \cdot h$,

$\therefore h = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{12}{5}$;3 分

(3) 解: 设点 P 的坐标为 $(m,0)$,

当 BQ 为对角线时, 则 $BQ \perp PA$, 即 $BQ \perp x$ 轴,

$\therefore$ 点 Q 在 y 轴上, 且 BQ 被 x 轴垂直平分,

$\therefore Q(0,-3)$;

当 BP 为对角线时, 则 $BQ = AB = 5, BQ \parallel PA$, 即 $BQ \parallel x$ 轴,

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(-5,3)$ 或 $(5,3)$;

当 BA 为对角线时, 则 $PA = PB$,

$\therefore |m-4|^2 = m^2 + 3^2$,

解得 $m = \frac{7}{8}$,

$\therefore BQ = PA = 4 - \frac{7}{8} = \frac{25}{8}$,

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(\frac{25}{8}, 3)$;

综上所述, 点 Q 的坐标为 $(0, -3)$ 或 $(-5, 3)$ 或 $(5, 3)$ 或 $(\frac{25}{8}, 3)$5 分

25. (本题 10 分) 【详解】(1) 证明: 由折叠的性质可得 $OA = OP = \frac{1}{2}AP$,

$$\therefore GO = \frac{1}{2}AP,$$

$$\therefore OG = OA = OP,$$

$$\therefore \angle OGP = \angle OPG, \angle OGA = \angle OAG,$$

$$\therefore \angle OGP + \angle OPG + \angle OGA + \angle OAG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle OGP + \angle OGA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGP = 90^\circ; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 解: 如图所示, 过点 A 作 $AK \perp BC$ 于 K,

$\therefore ABC$ 是边长为 2 厘米的等边三角形,

$$\therefore BK = \frac{1}{2}BC = 1, AB = 2,$$

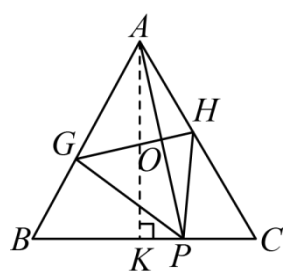
$$\therefore AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore BP = x,$$

$$\therefore PK = |BP - BK| = |x - 1|,$$

$$\therefore AP = \sqrt{AK^2 + PK^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{x^2 - 2x + 4},$$

$$\therefore y = \sqrt{x^2 - 2x + 4} \quad (0 < x < 2); \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$



(3) 解: ①由折叠的性质可得 $OA = OP$, $AP \perp DE$,

$\therefore DE$ 垂直平分 AP ,

$$\therefore DA = DP, AE = PE,$$

$$\therefore PE \parallel AD,$$

$$\therefore \angle ODA = \angle OEP, \angle OAD = \angle OPE,$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle POE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AD = PE,$$

$$\therefore AD = PE = DP = AE,$$

$\therefore$ 四边形 $ADPE$ 是菱形;

②如图所示, 设 AB 、 DP 交于 M , AC 、 PE 交于 N , 则四边形 $AMPN$ 的面积即为四边形 $ADPE$ 与 ABC 重叠部分的面积,

$$\therefore \angle DAB = \angle PAC,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\text{又} \because AD = PD,$$

$\therefore \triangle ADP$ 是等边三角形,

$$\therefore AP = AD = PE = AE,$$

$\therefore \triangle APE$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle APN = \angle ADM = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADM \cong \triangle APN (\text{ASA}),$$

$$\therefore S_{\triangle ADM} = S_{\triangle APN},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AMPN} = S_{\triangle APM} + S_{\triangle APN} = S_{\triangle APM} + S_{\triangle ADM} = S_{\triangle ADP}.$$

$$\text{由 (2) 得 } AP^2 = x^2 - 2x + 4,$$

$\therefore$ 四边形 $ADPE$ 是菱形,

$$\therefore AP \perp OD,$$

$$\therefore OA = \frac{1}{2} AP,$$

$$\therefore OD = \sqrt{AD^2 - OA^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} AP,$$

$$\therefore S_{\triangle ADP} = \frac{1}{2} AP \cdot OD = \frac{1}{2} AP \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} AP = \frac{\sqrt{3}}{4} AP^2,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AMPN} = S_{\triangle ADP} = \frac{\sqrt{3}}{4} AP^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (x^2 - 2x + 4).$$

$\therefore$ 四边形 $ADPE$ 与 ABC 重叠部分面积是 $\frac{13}{16}\sqrt{3}$,

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{4} (x^2 - 2x + 4) = \frac{13}{16}\sqrt{3},$$

$$\therefore x^2 - 2x + 4 = \frac{13}{4},$$

$$\therefore 4x^2 - 8x + 3 = 0,$$

解得 $x = \frac{1}{2}$ 或 $x = \frac{3}{2}$

$\therefore BP$ 的值为 $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$4 分

