

2025 届八年级下学期开学摸底考试卷（上海专用）

数学·参考答案

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1	2	3	4	5	6
A	B	C	C	D	C

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分）

7. ± 2

8. -3

9. $3\sqrt{x}+4\sqrt{y}$ （答案不唯一）

10. 到角的两边的距离相等的点在角平分线上

11. $>$

12. 8 或 0

13. $\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$

14. $2\left(x - \frac{2+\sqrt{6}}{2}y\right)\left(x - \frac{2-\sqrt{6}}{2}y\right)$

15. $y = -2x + 5$

16. 100

17. 16

18. 75° 或 165°

三、解答题（第 19-21 题每小题 3 分，第 22-25 每小题 4 分，第 26-27 题 5 分，第 28 题 6 分，第 29 题 8 分，第 30 题 9 分，共 58 分）

19. 解: $\sqrt{2} \times \sqrt{6} + \frac{2}{\sqrt{3}-1} - (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$
 $= 2\sqrt{3} + \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} (3-2\sqrt{6}+2)$
 $= 2\sqrt{3} + \sqrt{3} + 1 - 5 + 2\sqrt{6}$
 $= 3\sqrt{3} + 2\sqrt{6} - 4. \quad (3 \text{ 分})$

20. 解: (1) $\because y^2 - 4y + 1 = 0;$

$\therefore y^2 - 4y = -1,$

则 $y^2 - 4y + 4 = -1 + 4$,

$$\therefore (y-2)^2 = 3,$$

$$\therefore y-2 = \sqrt{3} \text{ 或 } y-2 = -\sqrt{3},$$

$$\therefore y_1 = 2 + \sqrt{3}, \quad y_2 = 2 - \sqrt{3}$$

$$(2) \because 3x(x-1) - 2 = 2x$$

$$\therefore \text{整理得 } 3x^2 - 5x - 2 = 0,$$

$$\text{则 } \Delta = 25 - 4 \times 3 \times (-2) = 49,$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6},$$

$$\therefore x_1 = 2, \quad x_2 = -\frac{1}{3}. \quad (3 \text{ 分})$$

21. 证明: $\because$ 在 ABC 中, $AB = AC$, $\angle B = 30^\circ$,

$$\therefore \angle C = \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 120^\circ,$$

$$\because AD \perp AC,$$

$$\therefore \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore CD = 2AD, \quad \angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle BAD,$$

$$\therefore BD = AD,$$

$$\therefore CD = 2BD. \quad (3 \text{ 分})$$

22. (1) 根据题意, 得 $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times m \geq 0$,

$$\therefore 4 - 4m \geq 0,$$

$$\therefore m \leq 1; \quad (1 \text{ 分})$$

(2) $\because a$ 是方程的一个实数根,

$$\therefore a^2 - 2a + m = 0,$$

$$\text{则 } a^2 - 2a = -m,$$

$$\therefore (a^2 - 2a + 5)(m+1) = 8,$$

$$\therefore (-m+5)(m+1) = 8,$$

$$\therefore m^2 - 4m + 3 = 0,$$

$$\text{解得 } m = 1 \text{ 或 } m = 3 \text{ (舍)}$$

$$\therefore m = 1. \quad (4 \text{ 分})$$

23. 解: (1) 由题意可得,

第二季度的营业额为： $120 \times (1 + 25\%) = 120 \times \frac{5}{4} = 150$ (万元)， (1 分)

答：该店第二季度的营业额为 150 万元；

(2) 设该店第三、第四季度营业额的增长率为 x ,

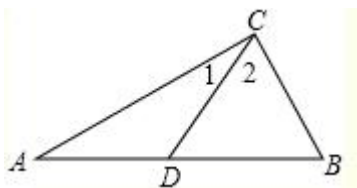
$$150(1+x)^2 = 216,$$

解得 $x_1 = 0.2$, $x_2 = -2.2$ (舍去),

答：该店第三、第四季度营业额的增长率是 20%. (4 分)

【点睛】 本题主要考查了一元二次方程的应用，明确题意，准确得到等量关系是解题的关键.

24.



已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， CD 是 AB 边上的中线，且 $CD = \frac{1}{2} AB$.

求证： $\triangle ABC$ 是直角三角形.

证明： $\because CD$ 是 AB 边上的中线，

$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2} AB,$$

$$\text{又 } CD = \frac{1}{2} AB,$$

$$\therefore AD = BD = CD,$$

$$\therefore \angle A = \angle 1, \angle 2 = \angle B,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle A + \angle B,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle A + \angle B = 180^\circ,$$

$$\text{即 } 2(\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle ACB = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形. (4 分)

25. (1) 解： $\because 2y+1$ 与 $3x-3$ 成正比例，

$$\therefore \text{设 } 2y+1 = k(3x-3) (k \neq 0),$$

当 $x=6$ 时， $y=17$ ，

$$\text{所以 } 34+1 = k(18-3),$$

$$\text{解得， } k = \frac{7}{3},$$

$$\therefore 2y+1 = \frac{7}{3}(3x-3)$$

$$\therefore y = \frac{7}{2}x - 4,$$

故 y 与 x 之间的函数关系式: $y = \frac{7}{2}x - 4$; (2 分)

(2) 解: 由 (1) 知: $y = \frac{7}{2}x - 4$,

所以将图象向上平移 5 个单位后得到直线 l_1 ,

$$\therefore \text{直线 } l_1 \text{ 对应的函数解析式为 } y = \frac{7}{2}x - 4 + 5, \text{ 即 } y = \frac{7}{2}x + 1,$$

当 $x = 4$ 时, $y = \frac{7}{2} \times 4 + 1 = 15 \neq 3$, 故点 $P(4, 3)$ 不在直线 l_1 上. (4 分)

26. 解: (1) $\because A(2, m)$,

$$\therefore OB = 2, AB = m,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OB \cdot AB = \frac{1}{2} \times 2 \times m = \frac{1}{2},$$

$$\therefore m = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (2, \frac{1}{2}), \text{ 把 } A(2, \frac{1}{2}) \text{ 代入 } y = \frac{k}{x},$$

$$\text{得 } \frac{1}{2} = \frac{k}{2},$$

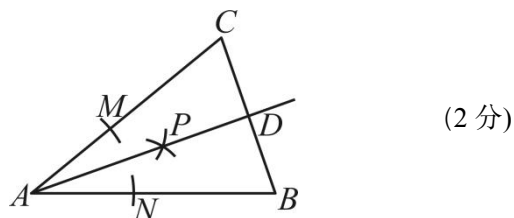
$$\therefore k = 1; \quad (2 \text{ 分})$$

(2) $\because$ 当 $x = 1$ 时, $y = 1$; 当 $x = 3$ 时, $y = \frac{1}{3}$,

又 $\because$ 反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 在 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$$\therefore \text{当 } 1 \leq x \leq 3 \text{ 时, } y \text{ 的取值范围为 } \frac{1}{3} \leq y \leq 1. \quad (5 \text{ 分})$$

27. (1) 解: 如下图, 点 D 即为所求;



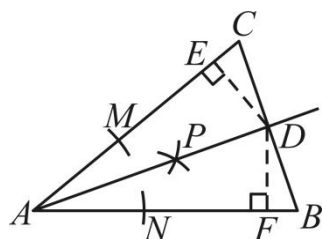
(2) 由 (1) 可知, AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线,

过点 D 作 $DE \perp AC, DF \perp AB$, 垂足为 E, F , 如图,

$$\therefore DE = DF,$$

$\because$ 点 D 是 BC 的中点,

$$\therefore DC = DB,$$

$$\begin{cases} DC = DB \\ DE = DF \end{cases},$$
$$\therefore \angle B = \angle C.$$


(5 分)

The diagram shows a large triangle \$ABC\$ with base \$AB\$. Point \$H\$ lies on \$AB\$, and \$CH\$ is perpendicular to \$AB\$. Point \$D\$ is the midpoint of \$AB\$, and \$CD\$ is a median. Point \$E\$ is the midpoint of \$BC\$, and \$AE\$ is another median. The medians \$AE\$ and \$CD\$ intersect at point \$M\$. A line segment \$DE\$ is drawn, which is parallel to \$AC\$. This line intersects the altitude \$CH\$ at point \$F\$. A dashed line segment connects \$M\$ and \$D\$. Right angle symbols are shown at \$H\$ and \$D\$.

$$\therefore \angle EDA = 90^\circ$$
$$\therefore MD = \frac{1}{2}AE. \text{ 同理可证: } CM = \frac{1}{2}AE,$$
$$\therefore AE \perp CD. \quad (2 \text{ 分})$$
$$\therefore MD = MA = \frac{1}{2}AE.$$
$$\therefore \angle MHA = 90^\circ.$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle MHA \text{ 中, } MH^2 + HA^2 = AM^2$$

$$\therefore MH^2 + HD^2 = AM^2. \quad (6 \text{ 分})$$

29. (1) 解: 当 $AM=CM$, 即 $\angle CAM=\angle C=30^\circ$ 时, $\triangle AMC$ 是等腰三角形;

$$\therefore \angle BAC=90^\circ,$$

$$\therefore \alpha=90^\circ-30^\circ=60^\circ;$$

当 $AC=CM$, 即 $\angle CAM=\angle CMA$ 时, $\triangle AMC$ 是等腰三角形,

$$\therefore \angle C=30^\circ,$$

$$\therefore \angle CAM=\angle AMC=75^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC=90^\circ,$$

$$\therefore \alpha=15^\circ,$$

综上所述, 当旋转角 $\alpha=60^\circ$ 或 15° 时, $\triangle AMC$ 是等腰三角形,

故答案为: 60° 或 15° ; (2 分)

(2) 证明: 由题意可知, $AB=AF$, $\angle B=\angle F$, $\angle E=\angle C$, $AE=AC$,

$\therefore$ 将 $\text{Rt}\triangle AEF$ 绕 A 点按逆时针方向旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$),

$$\therefore \angle BAM=\angle FAN,$$

在 $\triangle ABM$ 与 $\triangle AFN$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle F \\ AB = AF \\ \angle BAM = \angle FAN \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle AFN (\text{ASA}),$$

$$\therefore AM=AN,$$

$$\therefore AE=AC,$$

$$\therefore EM=CN,$$

在 $\triangle MPE$ 与 $\triangle NPC$ 中,

$$\begin{cases} \angle MEP = \angle NCP \\ \angle MPE = \angle NPC \\ EM = CN \end{cases},$$

$$\therefore \triangle MPE \cong \triangle NPC (\text{AAS}),$$

$$\therefore PE=PC,$$

$\therefore$ 点 P 在 CE 的垂直平分线上,

$$\therefore AE=AC,$$

$\therefore$ 点 A 在 CE 的垂直平分线上,

$\therefore AP$ 所在的直线是线段 CE 的垂直平分线; (5 分)

(3) 解: $\triangle CPN$ 能成为直角三角形.

如图 1 所示: 当 $\angle CNP=90^\circ$ 时,

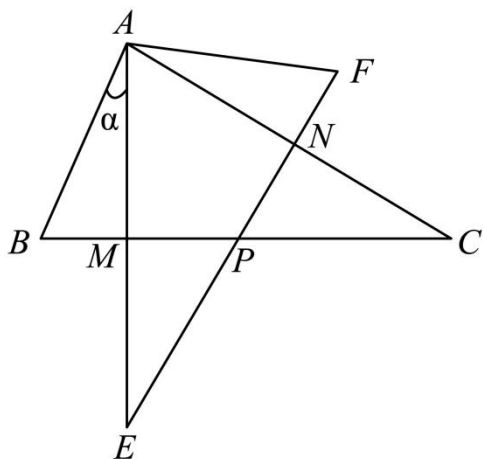


图1

$$\because \angle CNP=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ANF=90^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle AFN=60^\circ,$$

$$\therefore \angle FAN=180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ.$$

$$\therefore \alpha = 30^\circ.$$

如图 2 所示: 当 $\angle CPN=90^\circ$ 时,

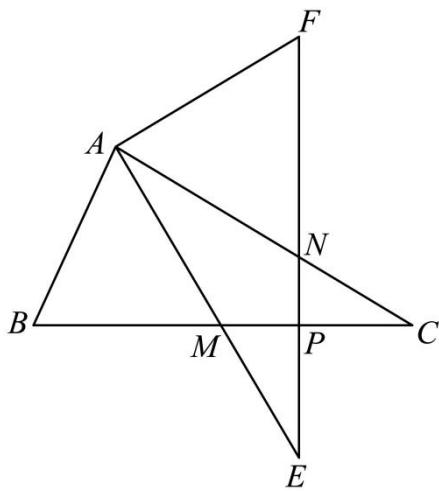


图2

$$\because \angle C=30^\circ, \angle CPN=90^\circ,$$

$$\therefore \angle CNP=60^\circ,$$

$$\therefore \angle ANF=60^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle F=60^\circ,$$

$$\therefore \angle FAN=60^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 60^\circ.$$

综上所述, $\alpha = 30^\circ$ 或 60° . (8 分)

30. (1) 解: 令 $y=0$, 则 $-\frac{3}{4}x+6=0$, 解得 $x=8$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(8,0)$,

当 $x=0$ 时, $y=6$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(0,6)$,

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

过点 E 作 $EH \perp AB$ 于点 H ,

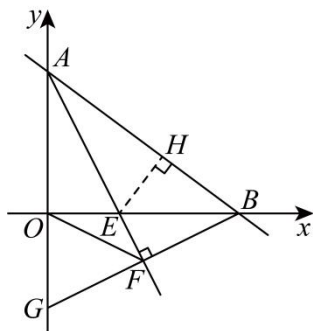
$\because AE$ 平分 $\angle BAO$,

$$\therefore EH = OE,$$

$$\text{又} \because S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} OA \cdot OE + \frac{1}{2} AB \cdot EH = \frac{1}{2} OA \cdot OE + \frac{1}{2} AB \cdot OE,$$

$$\therefore OE = \frac{OA \cdot OB}{OA + AB} = \frac{6 \times 8}{6 + 10} = 3,$$

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(3,0)$; (3 分)



(2) 设直线 AE 的解析式为 $y=kx+b$, 把 $(0,6)$ 和 $(3,0)$ 代入得:

$$\begin{cases} b=6 \\ 3k+b=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=-2 \\ b=6 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AE 的解析式为 $y=-2x+6$; (5 分)

(3) 设点 F 的坐标为 $(x, -2x+6)$,

$\because BF \perp AE$,

$$\therefore EF^2 + BF^2 = BE^2, \text{ 即 } (x-0)^2 + (-2x+6-6)^2 + (x-8)^2 + (-2x+6)^2 = 100,$$

解得: $x=0$ (舍去) 或 $x=4$,

$\therefore$ 点 F 的坐标为 $(4,-2)$,

$$\therefore OF = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}, \quad BF = \sqrt{(8-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$\therefore OF = BF$,

$\therefore \triangle OFB$ 是等腰三角形;

(4) 解: 由勾股定理可得 $AE = \sqrt{OA^2 + OE^2} = \sqrt{6^2 + x^2}$,

$\because OE = x$,

$$\therefore BE = OB - OE = 8 - x,$$

$$\text{又} \because S_{\triangle AEB} = \frac{1}{2}BE \cdot OA = \frac{1}{2}AE \cdot BF,$$

$$\therefore (8-x) \cdot 6 = \sqrt{6^2 + x^2} \cdot y,$$

$$\text{即 } y = \frac{-6x + 48}{\sqrt{6^2 + x^2}},$$

$\because$ 点 E 是线段 OB 上的一个动点,

$$\therefore 0 < x < 8. \quad (9 \text{ 分})$$