

2024-2025 学年八年级数学下学期期末模拟卷 02

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 本试卷共 26 题, 选择 6 题, 填空 12 题, 解答 8 题
2. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
4. 回答客观题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
5. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 直线 $y=kx+b$ 经过一、二、四象限, 则 k 和 b 应满足的条件是 ()
A. $k>0, b>0$ B. $k>0, b<0$ C. $k<0, b>0$ D. $k<0, b<0$
2. 下列事件中是必然事件的是 ()
A. 方程 $x^2+a=0$ 在实数范围内有解
B. 在十进制中 $1+1>2$
C. 两个非零实数的积为负
D. 平面直角坐标系中, 直线 $y=3x-1$ 不经过第二象限
3. 下列命题中是真命题的是 ()
A. 对角线相等的矩形是正方形 B. 对角线互相垂直的四边形是菱形
C. 对角线互相垂直的平行四边形是矩形 D. 对角线互相平分且相等的四边形是矩形
4. 用换元法解方程 $\frac{3x}{x-1} + \frac{2x-2}{x} + 3 = 0$ 时, 若设 $\frac{x}{x-1} = y$, 则原方程可以化为 ()
A. $3y^2+2y+3=0$ B. $3y^2+3y+2=0$ C. $2y^2+3y+3=0$ D. $2y^2+2y+3=0$
5. 下列说法正确的是 ()
A. $x^2 + \frac{1}{y} = \sqrt{3}$ 是二元二次方程 B. $x^2 = 0$ 是二项方程
C. $\frac{x}{3} - \frac{1}{x} = 1$ 是分式方程 D. $\frac{x^2-1}{x} = \sqrt{2}$ 是无理方程

6. 已知点 $A(a, y_1)$, 点 $B(a+1, y_2)$ 都在直线 $y = -\frac{4}{3}x - 7$ 上, 则 y_1, y_2 的大小关系 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 = y_2$ C. $y_1 < y_2$ D. 无法确定

第二部分 (非选择题 共 82 分)

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 方程 $x^5 + 32 = 0$ 的根是_____.

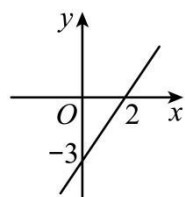
8. 桌上有 6 个同样型号的杯子, 其中 1 杯白糖水、2 杯盐水、3 杯矿泉水. 从这 6 杯中随机抽取 1 杯, 在下列事件中, 发生的可能性最大的是_____. (填序号)

①取到盐水; ②取到白糖水; ③取到矿泉水; ④没有取到盐水; ⑤没有取到白糖水; ⑥没有取到矿泉水

9. 已知方程 $\frac{x}{3x^2-1} + \frac{3x^2-1}{x} = 4$, 如果设 $\frac{3x^2-1}{x} = y$, 那么原方程可以变形为关于 y 的整式方程是_____.

10. 如果关于 x 的无理方程 $\sqrt{x+1} = 1+m$ 没有实数解, 那么 m 的取值范围是_____.

11. 一次函数 $y = kx + b$ 的图象如图所示, 那么不等式 $kx + b \geq 0$ 的解集是_____.

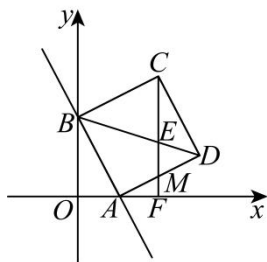


12. 若直线 $y = (m^2 - 4)x + 3$ 与 $y = (m + 2)x - 5$ 平行, 则 $m =$ _____.

13. 一个正多边形的内角和是其外角和的 2 倍, 则这个正多边形的边数是_____.

14. 已知平行四边形 $ABCD$ 的周长是 22cm, AC 和 BD 交于点 O , $\triangle OAB$ 比 $\triangle OBC$ 的周长小 3, 则 AB 的长为_____ cm.

15. 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = -\frac{4}{3}x + 8$ 与 x 轴和 y 轴分别交于点 A 和点 B , 以 AB 为边在直线右侧作正方形 $ABCD$, 连接 BD , 过点 C 作 $CF \perp x$ 轴, 垂足为点 F , 交 BD 于点 E , 连接 AE , 则三角形 AFE 的周长为_____.

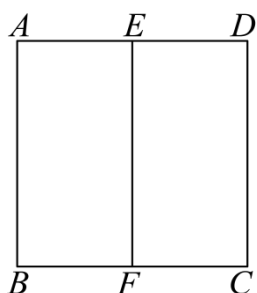


16. 定义: 在平面直角坐标系 xOy 中, 距离为 1 的两条直线叫做“互为伴随线”. 如果直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = x$

互为伴随线，那么直线 $y = kx + b$ 的函数解析式为_____.

17. 直角三角形的斜边 AB 在 x 轴的正半轴上，点 A 与原点重合，点 B 的坐标是 $(6, 0)$ 且 $\angle BAC = 45^\circ$ ，若将 $\triangle ABC$ 绕着点 O 旋转 90° ，点 B 和 C 点分别落在点 E 和点 F 处，那么直线 EF 的解析式是_____.

18. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别为边 AD 、 BC 的中点，点 P 在边 CD 上，如果将 $\triangle BPC$ 沿直线 BP 翻折后，点 C 恰好落在线段 EF 上的点 Q 处，线段 EQ 的长为 1，那么正方形 $ABCD$ 的边长为_____.



三.解答题（本大题共 8 小题，58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. 解方程（组）

(1)解方程: $\sqrt{-2x+3} = x$

(2)解方程组:
$$\begin{cases} x^2 + 5xy + 6y^2 = 0 & \text{①} \\ x + y = 2 & \text{②} \end{cases}$$

(3)解方程: $x^2 - 2x - \frac{6}{x^2 - 2x} = 1$

20. 新定义 $[a, b]$ 为一次函数 $y = ax + b$ ($a \neq 0$, a 、 b 为实数) 的“关联数”.

(1)若“关联数” $[3, 2-b]$ 的一次函数为正比例函数，求 b 的值.

(2)已知直角坐标系中点 $A(1, 3)$ ，点 $B(2, 7)$ ，求图像过 A 、 B 两点的一次函数的关联数.

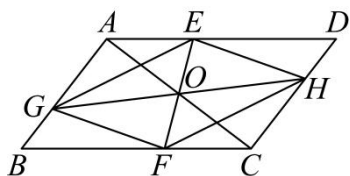
21. 有四张完全相同的卡片 A 、 B 、 C 、 D ，分别面有不同的几何图形: A (等边三角形); B (圆); C (矩

形); D (等腰梯形), 将这四张卡片放在不透明的盒子中洗匀.

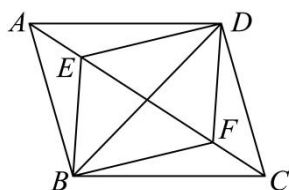
(1)从盒子中抽出一张卡片, 取出的卡片所画的图形是轴对称图形的概率是_____;

(2)小莉从盒子中同时抽取了两张卡片, 取出的两张卡片所画的图形都是中心对称图形的概率是多少? (请用树形图说明, 卡片可用 A 、 B 、 C 、 D 表示)

22. 已知 $\square ABCD$, 点 O 为对角线 AC 的中点, 过点 O 分别作直线 EF , GH , 直线 EF 交边 AD 、 BC 于点 E 、 F , 直线 GH 交边 AB 、 CD 于点 G 、 H . 求证: 四边形 $EHFG$ 为平行四边形.



23. 如图已知点 E 是平行四边形 $ABCD$ 对角线 AC 上的一点, 连结 DE , 过点 B 作 $BF \parallel DE$ 交 AC 于点 F .

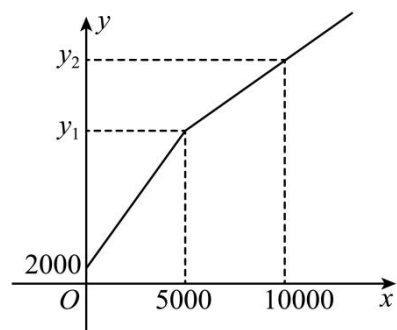


(1)求证: $AE = CF$;

(2)若 $AB = BC = 8$, $DE = 6$, 当 $\angle ABF = 90^\circ$, 求 AE 的长.

24. 某公司开发了一款人工智能客户支持系统. 该系统总的运行成本与服务的客户数量之间存在函数关

系. 已知: 系统维护有固定成本 (即系统没有客户咨询, 仍需要支付的成本); 另外每服务一个客户, 需要一定的运行成本; 且当服务人数超过 5000 人时, 超过部分每服务一个客户的运行成本降低 2 元, 假设系统总的运行成本为 y 元, 客户的数量为 x 人, 请结合函数图像, 回答下列问题:



(1) 系统维护的固定成本是_____元.

(2) 若当客户人数为 5000 人时, 总的运行成本为 y_1 元, 若当客户人数为 10000 人时, 总的运行成本为 y_2 元,

且 $y_1 = \frac{8}{13} y_2$.

① 当客户人数不超过 5000 人时, 求每服务一个客户需要的运行成本.

② 如果总的运行成本不少于 35000 元, 求该公司至少服务客户多少人?

25. 如图, 直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$ 图象与 y 轴、 x 轴分别交于 A 、 B 两点, 点 C 、 D 分别是射线 OA 、射线 BA 上

一动点(点 C 与点 A 不重合), 且 $CD = DA$.

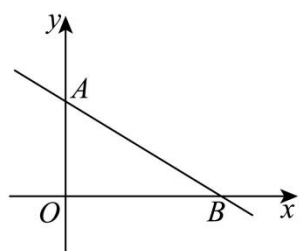


图1

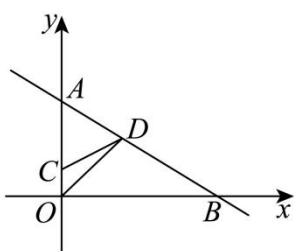


图2

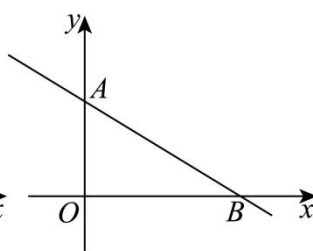


图3

(1)求点 A 、 B 坐标和 $\angle BAO$ 度数;

(2)点 C 、 D 在线段 OA 、 AB 上时(不与端点重合), 设 OC 的长度为 m , 用含 m 的代数式表示 $\triangle OCD$ 的面积;

(3)若 E 为坐标平面内的一点, 当以 O 、 B 、 D 、 E 为顶点的四边形为菱形时, 直接写出 C 的坐标.

26. 【探索发现】如图 1, 等腰直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CB = CA$, 直线 DE 经过点 C , 过点 A 作

$AD \perp DE$ 于点 D . 过 B 作 $BE \perp DE$ 于点 E , 则 $\triangle BEC \cong \triangle CDA$.

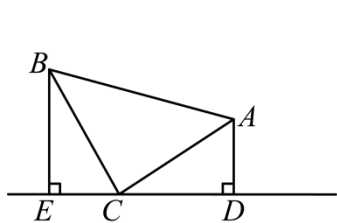


图1

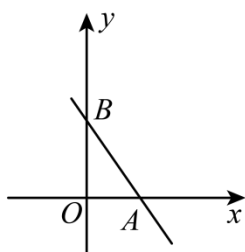


图2

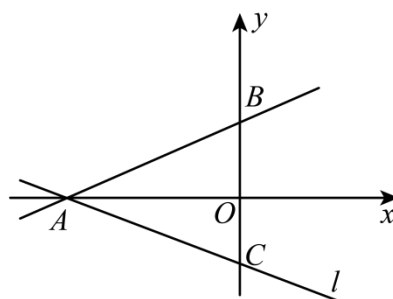


图3

【迁移应用】如图 2, 直线 $y = kx + 2$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点.

(1) 当直线 $y = 6$ 上存在一点 F , 且点 F 在第一象限, 使得 $\triangle ABF$ 为等腰直角三角形, 请直接写出点 F 的坐标及相应的 k 的值;

(2) 点 H 为第一象限内的一点, 且 $AH \perp AB$, $AH = AB$, 连接 OH , 求 $\triangle OAH$ 的面积 (用含有 k 的代数式来表示);

(3) 如图 3, 当 $k = \frac{1}{2}$ 时, 直线 l 经过点 A , 与 y 轴负半轴交于点 C , 且 $\angle BAC = 45^\circ$, 求直线 l 的表达式.