

2025-2026 学年八年级数学下学期 5 月学情自测卷

参考答案

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的）

1	2	3	4	5	6
D	D	D	A	B	A

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. x 8. $k \neq -2$ 9. $2\sqrt{13}$ 10. $\frac{5}{3}$ 11. $x \geq 4$ 12. 8
13. $(4,0)$ 或 $(-2,0)$ 14. $\frac{13}{3}$ 15. $3\sqrt{5}$ 16. 4 17. 5 或 20 18. -3 或 $\frac{17}{3}$

三.解答题（本大题共 8 小题，58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. (4 分)

【详解】解： $\because A(-2,1)$ 、 $B(2,3)$ 、 $C(0,-1)$,

$$\therefore AB = \sqrt{(-2-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}, \quad AC = \sqrt{(-2-0)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, \quad \dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$BC = \sqrt{(2-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}, \quad \dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$\therefore AB = BC, \quad AB^2 + AC^2 \neq BC^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形. $\dots\dots (4 \text{ 分})$

20. (6 分)

【详解】(1) 解： $\because$ 一次函数 $y = -x + 7$ 的图象经过点 P ，且点 P 的横坐标为 3，

$$\therefore y = -3 + 7 = 4,$$

$\therefore$ 点 $P(3,4)$; $\dots\dots (2 \text{ 分})$

(2) 解： $\because$ 点 $P(3,4)$, $PB \perp x$ 轴,

$$\therefore PB = 4, OB = 3.$$

$$\because AB = 2PB,$$

$$\therefore AB = 8,$$

$$\therefore AO = AB - OB = 5,$$

$\therefore$ 点 $A(-5,0)$.

$\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 经过点 $P(3,4)$, $A(-5,0)$,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = 4 \\ -5k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的表达式为 $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$. …… (6 分)

21. (6 分)

【详解】(1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore BC \parallel AD$, 且 $BC = AD$,

$\because F$ 是 BC 的中点, 点 E 在 AD 的延长线上,

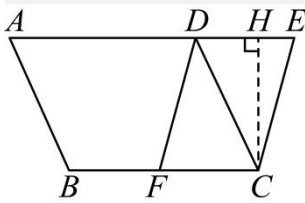
$\therefore CF \parallel DE$, $CF = \frac{1}{2}BC$,

$\therefore DE = \frac{1}{2}AD$,

$\therefore CF = DE$,

$\therefore$ 四边形 $CEDF$ 是平行四边形. …… (2 分)

(2) 解: 作 $CH \perp DE$ 于点 H , 则 $\angle CHD = \angle CHE = 90^\circ$,



$\because CD \parallel AB$,

$\therefore \angle CDH = \angle A = 60^\circ$,

$\therefore \angle DCH = 90^\circ - \angle CDH = 30^\circ$,

$\therefore CD = 2DH$,

$\therefore CH = \sqrt{CD^2 - DH^2} = \sqrt{(2DH)^2 - DH^2} = \sqrt{3}DH$,

$\because AD = 8$,

$\therefore DE = \frac{1}{2}AD = 4$,

$\because CH^2 + EH^2 = CE^2$, 且 $EH = 4 - DH$, $CE = 2\sqrt{7}$,

$\therefore (\sqrt{3}DH)^2 + (4 - DH)^2 = (2\sqrt{7})^2$,

解得 $DH = 3$ 或 $DH = -1$ (不符合题意, 舍去),

$$\therefore CH = \sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\square ABCD} = AD \cdot CH = 8 \times 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3},$$

$\therefore \square ABCD$ 的面积是 $24\sqrt{3}$. $\cdots\cdots$ (6 分)

22. (8 分)

【详解】(1) 从图象中 A 、 B 、 E 点的纵坐标可以看出, 两地相距 960 千米; $\cdots\cdots$ (1 分)

(2) 由图可知: 慢车 12 小时行驶了 960 千米,

$\therefore$ 慢车的速度是: $960 \div 12 = 80$ 千米/小时; $\cdots\cdots$ (2 分)

(3) 设快车从甲地到乙地的速度为 v 千米/小时, 从图象可知,

快车到达乙地的时间为 $\frac{960}{v}$ 小时,

$\therefore$ 点 A 的横坐标为 $\frac{960}{v}$,

$\therefore$ 快车在乙地停留 2 小时,

$\therefore$ 点 B 的横坐标为 $\frac{960}{v} + 2$,

$\therefore$ 返回时速度比原来速度慢 40 千米/小时,

$\therefore$ 返回时速度为 $(v - 40)$ 千米/小时,

由图可知: 点 C 的纵坐标为 480, 此时快车在返途中, 也行驶了 480 千米,

快车由乙地返回到 480 千米时的所用时间为: $12 - \left(\frac{960}{v} + 2\right) = \left(10 - \frac{960}{v}\right)$ 小时,

根据返回速度列方程: $v - 40 = \frac{480}{10 - \frac{960}{v}},$

整理得: $v^2 - 184v + 3840 = 0,$

$$(v - 160)(v - 24) = 0,$$

$\therefore v = 160$ 或 $v = 24$ (舍去),

当 $v = 160$ 时, 返回速度为 $160 - 40 = 120$ 千米/小时, 点 B 横坐标为 $\frac{960}{160} + 2 = 8$, 返回时间为 $12 - 8 = 4$ 小时,

$120 \times 4 = 480$ 千米, 符合题意;

$\therefore$ 快车从甲地到乙地的速度为 160 千米/小时; $\cdots\cdots$ (5 分)

(4) 由 (3) 可得, 快车从甲地到达乙地时, $x = 960 \div 160 = 6$ 小时,

∴ 当 $0 \leq x \leq 6$ 时,

快车路程 $y_2 = 160x$, 慢车路程 $y_1 = 80x$,

$$\therefore 160x - 80x = 400,$$

解得: $x = 5$;

当快车停留时, 即 $6 < x \leq 8$ 时,

快车路程 $y_2 = 960$, 慢车路程 $y_1 = 80x$,

$$\therefore 960 - 80x = 400,$$

解得: $x = 7$;

当快车返回时, 由题可得, 返回总时间为 $\frac{960}{120} + 8 = 16$ 小时,

∴ 当 $8 < x \leq 16$ 时, 设 BD 直线解析式为 $y_2 = kx + b$,

∵ 点 $(8, 960)$, $C(12, 480)$ 在函数图象上,

$$\therefore \begin{cases} 960 = 8k + b \\ 480 = 12k + b \end{cases},$$

解得: $k = -120$, $b = 1920$,

$$\therefore y_2 = -120x + 1920,$$

$$\therefore |-120x + 1920 - 80x| = 400,$$

$$\therefore |1920 - 200x| = 400,$$

$$\therefore 1920 - 200x = 400 \text{ 或 } 1920 - 200x = -400,$$

$$\therefore x = 7.6 \text{ 或 } x = 11.6,$$

∵ $x = 7.6 < 8$ (舍去),

$$\therefore x = 11.6;$$

∴ 满足条件的 x 的值为 5 或 7 或 11.6. …… (8 分)

23. (8 分)

【详解】(1) 解: 随意拉动木框的边, 它的形状却会发生改变, 这说明四边形具有不稳定性; …… (2 分)

(2) 解: ∵ $AE = BF = BD = CE = JF = 38 \text{ cm}$, $CI = 19 \text{ cm}$, 点 G 、 H 、 I 分别是这些铝合金杆的中点,

$$\therefore AG = BG = BH = EH = EG = 19 \text{ cm},$$

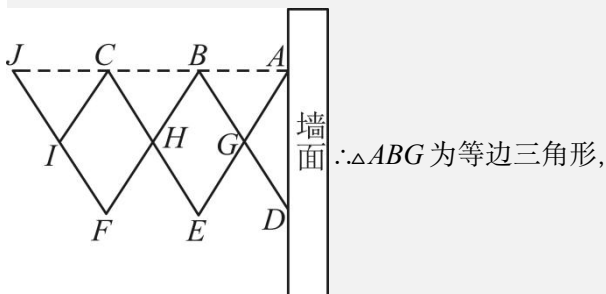
∴ 四边形 $BGEH$ 为菱形,

$\therefore BH \parallel AG$,

$\therefore \angle B = 60^\circ$,

$\therefore \angle AGB = \angle B = 60^\circ$,

连接 AB , JC, BC ,



$\therefore AB = BG = 19\text{cm}$,

同理可得 $BC = JC = 19\text{cm}$,

$\therefore$ 点 A, B, C, J 在一直线上,

$\therefore$ 晾衣架最远处点 J 离开墙面距离约为 $19 \times 3 = 57\text{cm}$; $\cdots \cdots$ (6 分)

(3) 解: 若要制作一款含 4 根晒被杆的伸缩晾衣架,

铝合金杆总的材料需要增加一个四边形的周长,

即共需要铝合金杆 $19 \times 4 = 76(\text{cm})$. $\cdots \cdots$ (8 分)

24. **新考向** (8 分)

【详解】(1) 证明: $\because P$ 是 BD 的中点, M 是 DC 的中点,

$$\therefore PM = \frac{1}{2}BC,$$

$\because P$ 是 BD 的中点, N 是 AB 的中点,

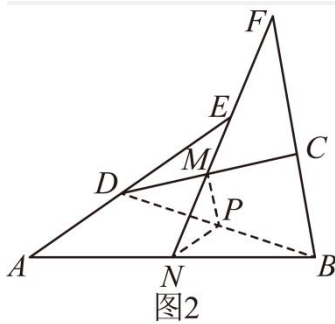
$$\therefore PN = \frac{1}{2}AD,$$

$\because AD = BC$,

$$\therefore PM = PN,$$

$\therefore \angle PMN = \angle PNM$; $\cdots \cdots$ (2 分)

(2) 证明: 如图, 由 (1) 得 $\angle PMN = \angle PNM$,



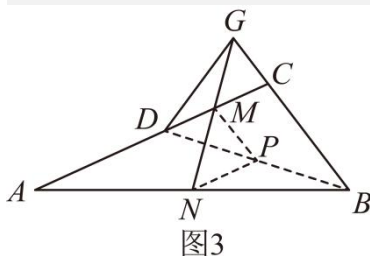
$\because N$ 是 AB 的中点, M 是 DC 的中点, P 为 BD 的中点,

$\therefore PN \parallel AD, PM \parallel BC,$

$\therefore \angle AEN = \angle PNM, \angle PMN = \angle F,$

$\therefore \angle AEN = \angle F; \dots\dots (5 \text{ 分})$

(3) 证明: 如图, 连接 BD , 取 BD 中点 P , 连接 PM, PN , 由 (1) 知 $\angle PMN = \angle PNM$,



由 (2) 可知, $PM \parallel BG, PN \parallel AM,$

$\therefore \angle PMN = \angle CGM, \angle PNM = \angle AMN,$

$\therefore \angle CGM = \angle AMN,$

$\because \angle GMC = 45^\circ, \angle AMN = \angle GMC,$

$\therefore \angle PMN = \angle PNM = \angle CGM = \angle AMN = 45^\circ,$

$\therefore \angle MPN = 180^\circ - 45^\circ \times 2 = 90^\circ,$

$\therefore \triangle PMN$ 为等腰直角三角形,

$\therefore AD = BC = 3,$

由 (1) 知 $PM = PN = \frac{1}{2} AD = \frac{3}{2},$

$\therefore MN = \sqrt{PM^2 + PN^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}. \dots\dots (8 \text{ 分})$

25. (9 分)

【详解】(1) 解: 设直线 AC 的函数表达式为 $y = kx + b,$

将点 $A(2, 2)$ 、点 $C(6, 0)$, 代入得,

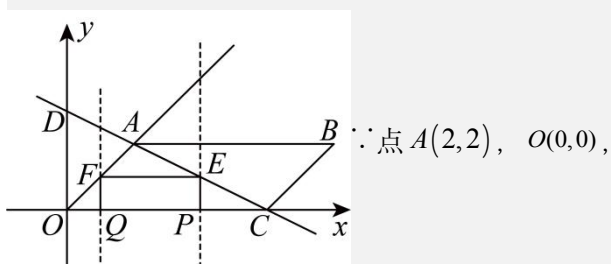
$$\begin{cases} 2 = 2k + b \\ 0 = 6k + b \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 AC 的函数表达式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$. $\cdots\cdots$ (2 分)

(2) 解: 四边形 $EPQF$ 是矩形, 理由如下:

当点 P 在 Q 右侧时, 如图所示,



$\therefore$ 直线 OA 的解析式为 $y = x$,

$\therefore$ 点 P 从点 C 出发, 以 2 个单位/秒的速度沿 x 轴向左运动, 同时点 Q 从点 O 出发, 以 1 个单位/秒的速度沿 x 轴向右运动, 设运动时间为 t ,

$$\therefore CP = 2t, OQ = t, OP = OC - CP = 6 - 2t,$$

$$\therefore Q(t, 0), P(6 - 2t, 0),$$

$\therefore$ 点 E 在直线 $AC: y = -\frac{1}{2}x + 3$ 上, 点 F 在直线 $OA: y = x$ 上, 且 $FQ \perp x$ 轴, $EP \perp x$ 轴,

$$\therefore FQ = y_F = t, EP = y_E = -\frac{1}{2}(6 - 2t) + 3 = t,$$

$$\therefore FQ = EP,$$

又 $\because FQ \perp x$ 轴, $EP \perp x$ 轴,

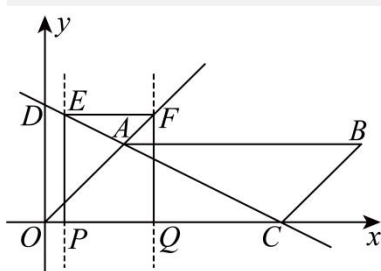
$$\therefore FQ \parallel EP, \angle FQP = 90^\circ$$

$\therefore$ 四边形 $EPQF$ 是平行四边形,

又 $\angle FQP = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $EPQF$ 是矩形.

当点 P 在 Q 左侧时, 如图所示,

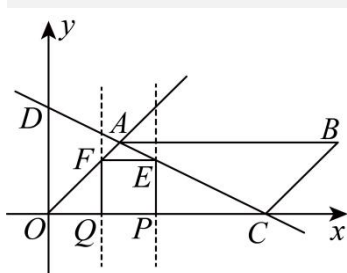


设经过时间 t ，则 $OQ = t$ ， $CP = 2t$ ， $OP = OC - CP = 6 - 2t$ ，

$\therefore Q(t, 0)$ ， $P(6 - 2t, 0)$ ，

同理可证四边形 $EPQF$ 是矩形。…… (5 分)

(3) 解：当点 P 在 Q 右侧时，四边形 $EPQF$ 是正方形，如图所示，



第 (2) 问已证四边形 $EPQF$ 是矩形，

$\therefore$ 当 $PQ = FQ$ 时，四边形 $EPQF$ 是正方形，

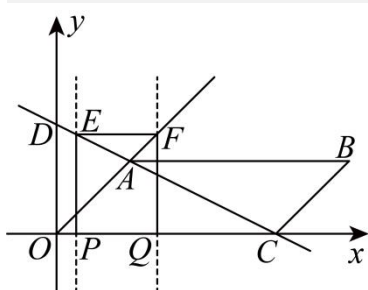
$\because$ 经过时间 t ， $CP = 2t$ ， $OQ = FQ = t$ ， $PQ = OC - OQ - CP = 6 - 3t$ ，

$\therefore t = 6 - 3t$ ，

解得 $t = \frac{3}{2}$ ，

$\therefore$ 经过 $t = \frac{3}{2}$ ，四边形 $EPQF$ 是正方形。

当点 P 在 Q 左侧时且在原点 O 右侧时，四边形 $EPQF$ 是正方形，如图所示，



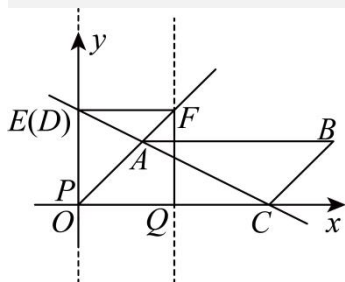
经过时间 t ，则 $OQ = FQ = t$ ， $CP = 2t$ ， $OP = OC - CP = 6 - 2t$ ， $PQ = OQ - OP = t - (6 - 2t) = 3t - 6$ ，

第 (2) 问已证四边形 $EPQF$ 是矩形，

$\therefore$ 当 $PQ = FQ$ 时，四边形 $EPQF$ 是正方形，

$\therefore 3t - 6 = t$

此时 $OP=0$ ，即 $P(0,0)$ ，此时 P 与原点重合，如图所示，



$\therefore$ 当经过时间 $t=3$ 时, 四边形 $EPQF$ 是正方形.

综上所述，当点 P 运动 $t = \frac{3}{2}$ 或 $t = 3$ 时，四边形 $EPQF$ 是正方形. …… (9 分)

【详解】(1) 解: $PB = PQ$,

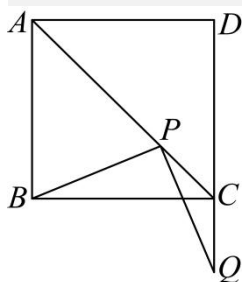
$$\therefore \angle BCA = \angle DCA = 45^\circ, \quad \angle BCD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $PECF$ 为矩形.

$$\therefore \angle EPF = 90^\circ,$$
$$\therefore PQ \perp BP,$$
$$\therefore \angle BPQ = 90^\circ = \angle EPF,$$
$$\therefore \angle BPQ - \angle EPQ = \angle EPF - \angle EPQ,$$
$$\therefore \angle BPE = \angle QPF,$$
$$\therefore \Delta BPE \cong_{\Delta} QPF(\text{ASA}),$$
$$\therefore PB = PQ; \dots\dots (3 \text{ 分})$$
$$\therefore \angle BAC = \angle BCA = \angle ACD = 45^\circ, \quad AB = BC = 1,$$
$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2},$$

$\because$ 点 Q 在边 DC 的延长线上,

$\therefore \angle PCQ = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ 为钝角,



$\because \triangle PCQ$ 是等腰三角形,

$\therefore CP = CQ$,

$\therefore \angle Q = \angle CPQ$,

$\because \angle Q + \angle CPQ = \angle ACD = 45^\circ$,

$\therefore \angle Q = \angle CPQ = 22.5^\circ$,

$\because PQ \perp BP$,

$\therefore \angle APB = 180^\circ - \angle BPQ - \angle CPQ = 67.5^\circ$,

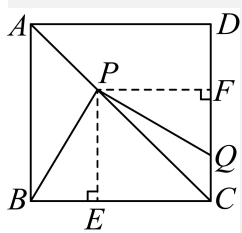
$\therefore \angle ABP = 180^\circ - \angle APB - \angle BAP = 67.5^\circ$,

$\therefore \angle ABP = \angle APB$,

$\therefore AP = AB = 1$,

$\therefore PC = AC - AP = \sqrt{2} - 1$; (7 分)

(3) 解: 如图, 当点 Q 在线段 CD 上时, 作 $PE \perp BC$ 于 E , $PF \perp CD$ 于 F ,



由 (1) 可得 $\angle BCA = \angle DCA = 45^\circ$, 四边形 $PECF$ 为矩形, $\triangle BPE \cong \triangle QPF$,

$\therefore \triangle PEC$ 为等腰直角三角形, $S_{\triangle BPE} = S_{\triangle QPF}$,

$\therefore PE = CE$,

$\therefore$ 四边形 $PECF$ 为正方形,

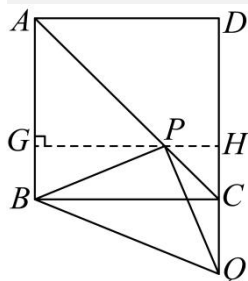
$\therefore S_{\text{四边形}BPQC} = S_{\triangle BPE} + S_{\text{四边形}PECQ} = S_{\triangle QPF} + S_{\text{四边形}PECQ} = S_{\text{正方形}PECF}$,

$\therefore$ 以 P 、 B 、 C 、 Q 为顶点的四边形的面积为 $\frac{1}{3}$,

$$\therefore S_{\text{正方形}PECF} = \frac{1}{3}, \text{ 即 } PE^2 = CE^2 = \frac{1}{3},$$

$$\therefore PC = \sqrt{PE^2 + CE^2} = \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3};$$

当点 Q 在 DC 的延长线上时, 作 $PG \perp AB$ 于 G , 延长 GP 交 CD 于 H ,



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$$\therefore \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ, \quad \angle BCA = \angle DCA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BCD = \angle HGB = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $GBCH$ 为矩形,

$$\therefore \angle GHC = 90^\circ, \quad BG = CH, \quad BC = GH = 1,$$

$\therefore$ CHP 为等腰直角三角形,

$$\therefore HC = PH = BG,$$

$$\therefore PQ \perp BP,$$

$$\therefore \angle GBP + \angle BPG = \angle BPG + \angle GQH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GBP = \angle QPH,$$

$$\therefore \triangle BPG \cong \triangle PQH \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BP = PQ, \quad GP = QH, \quad BG = PH$$

设 $BG = PH = CH = a$, 则 $QH = GP = 1 - a$,

$\therefore$ 以 P 、 B 、 C 、 Q 为顶点的四边形的面积为 $\frac{1}{3}$,

$$\therefore S_{\text{四边形}BPCQ} = S_{\text{梯形}BGHQ} - S_{\triangle BPG} - S_{\triangle PCH} = \frac{1}{2}(a + 1 - a) \times 1 - \frac{1}{2}a \times (1 - a) - \frac{1}{2}a \times a = \frac{1}{3},$$

$$\text{解得 } a = \frac{1}{3},$$

$$\therefore PH = CH = \frac{1}{3},$$

$$\therefore PC = \sqrt{PH^2 + CH^2} = \frac{\sqrt{2}}{3},$$

综上所述, PC 的长为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (9 分)