

2025-2026 学年八年级下学期期末模拟卷

数学·参考答案

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分)

题号	1	2	3	4	5	6
答案	B	A	C	B	C	A

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 54 8. 1 9. -1 10. 70 11. $-1 < m \leq 2$ 12. $k < 3$
13. 1:2 14. $2 - \sqrt{3}$ 15. $\sqrt{61}$ 16. $2 + 2\sqrt{10}$ 17. $y = 3x + 1$
或 $y = -3x + 1$ 18. 6

三、解答题(本大题共 10 题，满分 64 分)

19. (本题 6 分) 证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB = DC, \quad AB \parallel DC, \quad \angle ABC = \angle ADC,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ACD, \quad \text{即 } \angle BAE = \angle DCF,$$

$$\because \angle ABE = \frac{1}{3} \angle ABC, \quad \angle CDF = \frac{1}{3} \angle ADC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CDF,$$

$$\text{在 } \triangle ABE \text{ 和 } \triangle CDF \text{ 中, } \begin{cases} \angle BAE = \angle DCF, \\ AB = CD, \\ \angle ABE = \angle CDF, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (\text{ASA}), \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore BE = DF, \quad \angle AEB = \angle CFD,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle DFE,$$

$$\therefore BE \parallel DF,$$

$$\therefore \text{四边形 } BEDF \text{ 是平行四边形. } \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

20. (本题 6 分) (1) 证：在矩形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle FAE = \angle BEA,$$

∵ $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠，点 B 的对应点为 M ，

$$\therefore \angle BEA = \angle AEF,$$

$$\therefore \angle FAE = \angle AEF,$$

$$\therefore FA = FE. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 解: 设 $BE = x$,

$\because \triangle ABE, \triangle CDF$ 沿 AE, CF 折叠, 点 B, D 的对应点分别为 M, N , 且 $BE = DF$,

$$\therefore BE = EM = DF = FN = x, AB = AM = CD = CN = 2, \angle CNF = \angle D = 90^\circ,$$

$$\because BC = 4,$$

$$\therefore AD = 4,$$

$$\therefore FA = EC = 4 - x$$

$$\therefore FE = 4 - x$$

$$\therefore NE = 4 - 2x$$

在 $\text{Rt}\triangle ECN$ 中, $EC^2 = NC^2 + NE^2$,

$$\therefore (4 - x)^2 = 2^2 + (4 - 2x)^2,$$

$$\text{解得: } x_1 = 2 \text{ 或 } x_2 = \frac{2}{3},$$

$$\therefore BE \text{ 的长为 } 2 \text{ 或 } \frac{2}{3}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

21. (本题 6 分) (1) 证明: 四边形 $OCDE$ 是菱形, 理由如下:

$$\because CD \parallel OE,$$

$$\therefore \angle OEC = \angle DCE, \angle EOD = \angle CDO,$$

$$\because CE \text{ 垂直平分 } OD,$$

$$\therefore OF = DF, OD \perp CE,$$

$$\therefore \triangle EOF \cong \triangle CDF,$$

$$\therefore CD = OE,$$

$$\therefore \text{四边形 } OCDE \text{ 是平行四边形},$$

$$\because OD \perp CE,$$

$$\therefore \text{四边形 } OCDE \text{ 是菱形}; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AC = BD, OC = \frac{1}{2} AC, OD = \frac{1}{2} BD,$$

$$\therefore OC = OD,$$

∵ 四边形 $OCDE$ 是菱形,

∴ $OC = CD$, $CF = EF$, $OD \perp CE$,

∴ $OC = CD = OD = 4$, $\angle OCF = \angle DCF$,

∴ $\triangle COD$ 是等边三角形,

∴ $\angle OCD = 60^\circ$, $\angle OCF = \frac{1}{2} \angle OCD = 30^\circ$,

在 $\text{Rt} \triangle OFC$ 中, $\angle OFC = 90^\circ$, $\angle OCF = 30^\circ$,

∴ $OF = \frac{1}{2} OC = 2$,

在 $\text{Rt} \triangle OFC$ 中, $OF^2 + CF^2 = OC^2$,

∴ $CF = \sqrt{OC^2 - OF^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$,

∴ $EC = 2CF = 4\sqrt{3}$6 分

22. (本题 8 分) (1) 解: ∵ 点 $B(m, 4)$ 在直线 $l_2: y = 2x$ 上,

∴ $4 = 2m$,

∴ $m = 2$,

∴ 点 $B(2, 4)$,

设直线 l_1 的表达式为 $y = kx + b$,

将 $A(-6, 0)$, $B(2, 4)$ 代入得:
$$\begin{cases} 0 = -6k + b \\ 4 = 2k + b \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases},$$

∴ 直线 l_1 的表达式为 $y = \frac{1}{2}x + 3$;3 分

(2) 解: 将 $x = 0$ 代入 $y = \frac{1}{2}x + 3$, 得: $y = 3$,

∴ $M(0, 3)$,

∴ $OM = 3$,

∴ $\triangle BOM$ 的面积 $= \frac{1}{2} OM |x_B| = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$;5 分

(3) 解: ∵ l_3 的解析式为 $y = nx + 8$, 当 $x = 0$ 时, $y = 8$,

∴ l_3 恒过点 $(0, 8)$.

$\because l_1, l_2, l_3$ 不能围成三角形, l_1 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 3$, l_2 的解析式为 $y = 2x$,

$\therefore$ 当 l_3 与 l_1 平行时, l_1, l_2, l_3 不能围成三角形, $n = \frac{1}{2}$;

当 l_3 与 l_2 平行时, l_1, l_2, l_3 不能围成三角形, $n = 2$;

当 l_3 经过点 B 时, l_1, l_2, l_3 不能围成三角形, $4 = 2n + 8$, 解得 $n = -2$,

$\therefore$ 当 $n = \frac{1}{2}, 2$ 或 -2 时, l_1, l_2, l_3 不能围成三角形.8 分

23. (本题 10 分) (1) 已知: 四边形 $ABCD$ 的两条对角线互相垂直, 即 $AC \perp BD$, 且 $AB = BC = CD$;

求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形

证明: $\because AC \perp BD$,

$\therefore \angle BOA = \angle BOC = 90^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle BOA$ 和 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中

$$\begin{cases} OB = OB \\ AB = CB \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle AOB \cong \text{Rt}\triangle COB (HL)$,

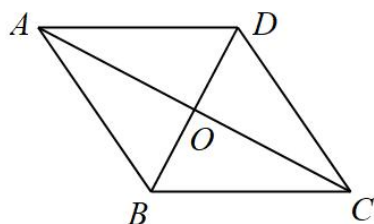
同理可得: $\text{Rt}\triangle COD \cong \text{Rt}\triangle COB (HL)$,

$\therefore OA = OC, OB = OD$,

又 $\because AC \perp BD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore$ 有三条边相等的垂美四边形是菱形;3 分



(2) 解: 如图 1 所示:

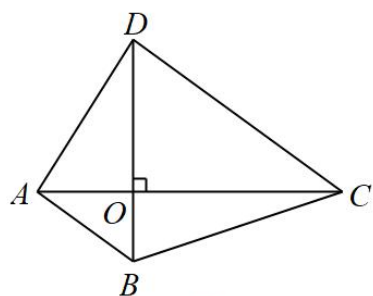


图1

∴ 四边形 $ABCD$ 的面积 = $\triangle ABC$ 的面积 + $\triangle ADC$ 的面积

$$= \frac{1}{2} AC \cdot BO + \frac{1}{2} AC \cdot DO = \frac{1}{2} AC \cdot BD;$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} AC \cdot BD; \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(3) 由已知, 可得 $\angle BCA = \angle EDB$

$$\because \angle CBO + \angle EDB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CBO + \angle BCA = 90^\circ$$

$$\therefore AC \perp BD$$

∴ $ABCD$ 是垂美四边形

由 (2) 可得 $ABCD$ 是垂美四边形的面积 $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD$

$$\therefore S = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} z^2$$

$$\because S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\text{梯形}ABED} - S_{\triangle CED} = (x+y) \times y \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times x \times (y-x)$$

$$S_{\text{四边形}ABCD} = \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{2} xy + \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} xy$$

$$S_{\text{四边形}ABCD} = \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{2} x^2$$

$$\therefore \frac{1}{2} z^2 = \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{2} x^2 \text{ 即 } z^2 = y^2 + x^2$$

所以勾股定理得证. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

24. (本题 10 分) (1) 解: 纸杯底部到纸杯沿底边高为 $h(\text{cm})$ 是常量,

故答案为: 常量; $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

(2) 解: 由题意可得, $H = ax + h$,

故答案为: $H = ax + h$; $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(3) 解: ①把 $(3, 9.5)$ 、 $(6, 14)$ 代入 $H = ax + h$ 得,

$$\begin{cases} 9.5 = 3a + h \\ 14 = 6a + h \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = 1.5 \\ h = 5 \end{cases},$$

即 $a = 1.5$, $h = 5$;5 分

$$\text{②} \because a = 1.5, h = 5,$$

$$\therefore H = 1.5x + 5, \text{6 分}$$

$$\text{当 } x = 15 \text{ 时, } H = 1.5 \times 15 + 5 = 27.5 \text{cm};$$

$$\text{当 } x = 20 \text{ 时, } H = 1.5 \times 20 + 5 = 35 \text{cm};$$

$$\text{当 } x = 25 \text{ 时, } H = 1.5 \times 25 + 5 = 42.5 \text{cm},$$

$$\therefore 27.5 \text{cm} < 35 \text{cm} < 40 \text{cm}, 42.5 \text{cm} > 40 \text{cm}, \text{9 分}$$

$$\therefore \text{该储藏柜能放得下 15 个装和 20 个装的纸杯.10 分}$$

25. (本题 12 分) (1) 证明: 由题意得: $P(0, a)$, $Q(m, m-a)$,

$$\text{设直线 } PQ \text{ 的解析式为 } y = nx + b, \text{ 则} \begin{cases} b = a \\ nm + b = m - a \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = a \\ n = \frac{m-2a}{m} \end{cases}, \text{ 则直线 } PQ \text{ 的解析式为 } y = \frac{m-2a}{m}x + a, \text{3 分}$$

$$\text{当 } x = \frac{m}{2} \text{ 时, } y = \frac{m-2a}{m} \cdot \frac{m}{2} + a = \frac{m}{2},$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 的坐标为 } \left(\frac{m}{2}, \frac{m}{2} \right), \text{ 即线段 } PQ \text{ 经过一定点 } M; \text{4 分}$$

$$(2) \text{①证明: 由 (1) 知: } M \left(\frac{m}{2}, \frac{m}{2} \right),$$

$\therefore$ 点 M' 与点 M 关于原点 O 对称.

$$\therefore M' \left(-\frac{m}{2}, -\frac{m}{2} \right),$$

$$\therefore \text{双曲线 } y_1 = \frac{k}{x} (k \text{ 为常数, } k \neq 0) \text{ 经过点 } M,$$

$$\therefore k = \frac{m}{2} \times \frac{m}{2} = \frac{m^2}{4},$$

$\therefore$ 双曲线 y_1 与 AB 交于点 D ,

$$\therefore D \left(m, \frac{m}{4} \right),$$

设直线 MD 的解析式为 $y = k_1x + b_1$, 则 $\begin{cases} -\frac{m}{2}k_1 + b_1 = -\frac{m}{2} \\ mk_1 + b_1 = \frac{m}{4} \end{cases}$.

解得: $\begin{cases} k_1 = \frac{1}{2} \\ b_1 = -\frac{m}{4} \end{cases}$, 则直线 MD 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x - \frac{m}{4}$,

令 $y = 0$, 得 $\frac{1}{2}x - \frac{m}{4} = 0$,

解得: $x = \frac{m}{2}$,

$\therefore E\left(\frac{m}{2}, 0\right)$,

$\therefore E\left(\frac{m}{2}, 0\right)$,

$\therefore ME \perp x$ 轴,

$\therefore AB \perp x$ 轴,

$\therefore ME \parallel BA$;6 分

②解: 四边形 $MEDQ$ 是平行四边形,

$\therefore MQ \parallel ED$, 即 $PQ \parallel MD$,

$\therefore \frac{m-2a}{m} = \frac{1}{2}$,

$\therefore m = 4a$,

即 $a = \frac{1}{4}m$;7 分

(3) 解: 由 (2) ②知, $ME \perp x$ 轴, $E\left(\frac{m}{2}, 0\right)$, $a = \frac{1}{4}m$,

$\therefore y_2 = -\frac{a}{x} = -\frac{m}{4x}$,

$\therefore G\left(\frac{m}{2}, -\frac{1}{2}\right)$,8 分

$\therefore$ 将直线 DE 沿 y 轴向下平移经过点 G 得到直线 $y_3 = sx + t$,

$\therefore y_3 = \frac{1}{2}x + t$, 把 G 的坐标代入得: $\frac{1}{4}m + t = -\frac{1}{2}$,

解得: $t = -\frac{1}{4}m - \frac{1}{2}$,

$\therefore y_3 = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}m - \frac{1}{2}$.

联立得: $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}m - \frac{1}{2} = -\frac{m}{4x},$

解得: $x_1 = 1, x_2 = \frac{m}{2},$ 9 分

当 $0 < m < 2$ 时, 不等式 $-\frac{a}{x} > sx + t$ 的解集为 $\frac{m}{2} < x < 1;$

当 $m > 2$ 时, 不等式 $-\frac{a}{x} > sx + t$ 的解集为 $1 < x < \frac{m}{2};$

综上, 当 $0 < m < 2$ 时, 不等式 $-\frac{a}{x} > sx + t$ 的解集为 $\frac{m}{2} < x < 1;$ 当 $m > 2$ 时, 不等式 $-\frac{a}{x} > sx + t$ 的解集为

$1 < x < \frac{m}{2}.$ 12 分