

2024-2025 学年八年级数学下学期第三次月考卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的）

1	2	3	4	5	6
A	B	A	D	C	D

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. $x = \frac{1}{2}$

8. 1

9. $y^2 - 3y - 9 = 0$

10. 6

11. $x > 0$

12. $(12, 0)$

13. 4

14. $8\sqrt{3}$

15. $(-\sqrt{3}, 3)$

16. 8 或 9 或 10

17. $2\sqrt{10}$

18. $2\sqrt{3}$

三、解答题（本大题共 8 小题，58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. (8 分) 【详解】(1) 解: $ax^2 - 2 = x^2 + 1$,

$$\therefore ax^2 - x^2 = 1 + 2,$$

$$\therefore (a-1)x^2 = 3,$$

$$\therefore x^2 = \frac{3}{a-1},$$

解得: $x_1 = \sqrt{\frac{3}{a-1}}, x_2 = -\sqrt{\frac{3}{a-1}}; \dots\dots (2 \text{ 分})$

(2) 解: $\frac{4x}{x^2 + 3x - 4} + \frac{1}{x+4} = 1,$

$$\therefore \frac{4x}{(x-1)(x+4)} + \frac{1}{x+4} = 1,$$

$$\therefore 4x + x - 1 = x^2 + 3x - 4,$$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0,$$

$$\therefore (x-3)(x+1) = 0,$$

解得: $x_1 = 3, x_2 = -1,$

经检验, $x_1 = 3, x_2 = -1$ 是原方程的解,

$\therefore$ 原方程的解是 $x_1 = 3, x_2 = -1; \dots\dots (2 \text{ 分})$

(3) 解: $2x^2 - 4 - \frac{5}{2x^2 + 3x} = -3x,$

$$\therefore 2x^2 + 3x - 4 = \frac{5}{2x^2 + 3x},$$

$$\text{令 } y = 2x^2 + 3x,$$

$$\therefore y - 4 = \frac{5}{y},$$

$$\therefore y^2 - 4y - 5 = 0,$$

$$\therefore (y - 5)(y + 1) = 0,$$

$$\text{解得: } y_1 = 5, y_2 = -1,$$

$$\text{当 } y = 5 \text{ 时, } 2x^2 + 3x = 5,$$

$$\therefore 2x^2 + 3x - 5 = 0,$$

$$\therefore (2x + 5)(x - 1) = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = -\frac{5}{2}, x_2 = 1,$$

$$\text{当 } y = -1 \text{ 时, } 2x^2 + 3x = -1,$$

$$\therefore 2x^2 + 3x + 1 = 0,$$

$$\therefore (2x + 1)(x + 1) = 0,$$

$$\text{解得: } x_3 = -\frac{1}{2}, x_4 = -1,$$

经检验, $x_1 = -\frac{5}{2}, x_2 = 1, x_3 = -\frac{1}{2}, x_4 = -1$ 是原方程的解,

$\therefore$ 方程的解是 $x_1 = -\frac{5}{2}, x_2 = 1, x_3 = -\frac{1}{2}, x_4 = -1$; (2 分)

$$(4) \text{ 解: } x - \sqrt{x - 2} = 4,$$

$$\therefore x - 4 = \sqrt{x - 2},$$

$$\therefore x^2 - 8x + 16 = x - 2,$$

$$\therefore x^2 - 9x + 18 = 0,$$

$$\therefore (x - 3)(x - 6) = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = 3, x_2 = 6,$$

经检验, $x_1 = 3$ 是增根, $x_2 = 6$ 是原方程的解,

$\therefore$ 方程的解为 $x = 6$ (2 分)

20. (3分) 【详解】解:
$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 9 \textcircled{1} \\ (x-y)^2 - 3(x-y) + 2 = 0 \textcircled{2} \end{cases},$$

由①得, $(x+y)^2 = 9$,

解得: $x+y=3$ 或 $x+y=-3$,

由②得, $(x-y-1)(x-y-2)=0$,

解得: $x-y=1$ 或 $x-y=2$, …… (2分)

当 $x+y=3$, $x-y=1$ 时, 解得 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$;

当 $x+y=3$, $x-y=2$ 时, 解得 $\begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$;

当 $x+y=-3$, $x-y=1$ 时, 解得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$;

当 $x+y=-3$, $x-y=2$ 时, 解得 $\begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=-\frac{5}{2} \end{cases}$;

∴ 综上所述, 方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=-\frac{5}{2} \end{cases}$. …… (2分)

21. (6分) 【详解】解: 设甲原来度量完成这项工程需要 x 天, 乙原来度量完成这项工程需要 y 天, …… (1分)

由题意得:
$$\begin{cases} 20\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 7 \cdot \frac{1}{y} = 1 \\ 20\left[\frac{1}{x} \cdot (1+10\%) + \frac{1}{y} (1+26\%) \right] = 1 \end{cases}, \dots\dots (2分)$$

整理得:
$$\begin{cases} \frac{20}{x} + \frac{27}{y} = 1 \\ \frac{22}{x} + \frac{25.2}{y} = 1 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} x=50 \\ y=45 \end{cases}$,

经检验, $\begin{cases} x=50 \\ y=45 \end{cases}$ 是原方程的解, 且符合题意; …… (2 分)

答: 甲原来度量完成这项工程需要 50 天, 乙原来度量完成这项工程需要 45 天. …… (1 分)

22. (6 分) 【详解】(1) 解: $\because$ 直线 $y=x+b$ 与直线 $y=kx$ 的图像交于点 $A(2,-4)$,

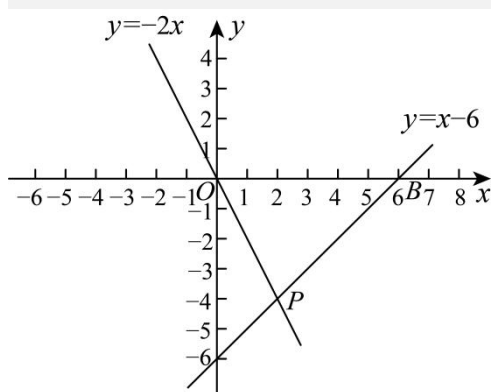
$\therefore$ 将点 $A(2,-4)$ 代入直线 $y=x+b$ 与直线 $y=kx$ 中, 得:

$$2+b=-4, \quad 2k=-4,$$

解得: $b=-6, \quad k=-2,$

$\therefore$ 这两条直线的函数关系式为 $y=x-6, \quad y=-2x$; …… (3 分)

(2) 解: 如图所示, 设直线 $y=x-6$ 与 x 轴的交点为 B , 两直线交点为 P ,



联立两直线 $\begin{cases} y=x-6 \\ y=-2x \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases}$,

$\therefore$ 交点 $P(2,-4)$,

在直线 $y=x-6$ 中, 令 $y=0$, 得 $x=6$,

$\therefore B(6,0)$,

$\therefore$ 这两条直线与 x 轴围成的三角形的面积 $=\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$. …… (3 分)

23. (8 分) 【详解】(1) 证明: $\because BE, DG$ 分别平分 $\angle ABC, \angle ADC$, 交 AC 于点 E, G ,

$$\therefore \angle ADG = \frac{1}{2} \angle ADC, \quad \angle CBE = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle ADC = \angle ABC, \quad AD \parallel CB, \quad AD = CB,$$

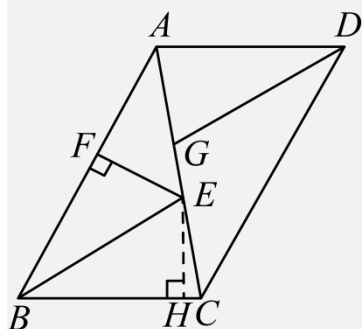
$$\therefore \angle ADG = \angle CBE, \quad \angle DAG = \angle BCE,$$

在 $\triangle AGD$ 和 $\triangle CEB$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADG = \angle CBE \\ AD = CB \\ \angle DAG = \angle BCE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AGD \cong \triangle CEB (\text{ASA}); \dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) 解: 过点 E 作 $EH \perp BC$ 于点 H , 如图所示:



$\because BE$ 分别平分 $\angle ABC$, $EF \perp AB$ 于点 F ,

$$\therefore EH = EF = 8,$$

$\because AB = CD$, $BC = DA$, 且平行四边形 $ABCD$ 的周长为 48,

$$\therefore 2AB + 2BC = 48,$$

$$\therefore AB + BC = 24,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle CBE} = \frac{1}{2} AB \times EF + \frac{1}{2} BC \times EH = \frac{1}{2} \times 8 (AB + BC) = \frac{1}{2} \times 8 \times 24 = 96,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中,

$$\begin{cases} AB = CD \\ BC = DA, \\ AC = CA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA (\text{SSS}), \dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle CDA} = 96,$$

$$\therefore S_{\square ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle CDA} = 96 + 96 = 192,$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 的面积是 } 192. \dots\dots (1 \text{ 分})$$

24. (8 分) 【详解】(1) 证明: $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \angle DEG = \angle FBG, \quad \angle EDG = \angle BFG, \quad DE \parallel FB,$$

∵ 点 G 为 BE 的中点,

$$\therefore EG = BG,$$

$$\text{在 } \triangle DEG \text{ 和 } \triangle FBG \text{ 中, } \begin{cases} \angle DEG = \angle FBG \\ \angle EDG = \angle BFG, \\ EG = BG \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DEG \cong \triangle FBG \text{ (AAS)},$$

$$\therefore DE = FB,$$

∴ 四边形 $DBFE$ 是平行四边形; …… (4 分)

(2) 由 (1) 知四边形 $DBFE$ 是平行四边形,

$$\therefore BD \parallel EF,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle EFC,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle C,$$

$$\therefore \angle EFC = \angle C,$$

$$\therefore \angle C = 2\angle BEF,$$

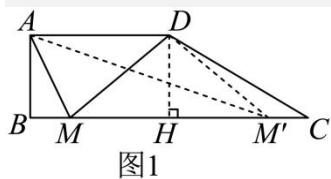
$$\therefore \angle EFC = 2\angle BEF = \angle BEF + \angle EBF,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle EBF,$$

$$\therefore BF = EF,$$

∴ 平行四边形 $DBFE$ 是菱形. …… (4 分)

25. (9 分) 【详解】(1) 解: 如图1中, 作 $DH \perp BC$ 于 H , 则四边形 $ABHD$ 是矩形,



$$\therefore AD = BH = 5, \quad AB = DH = 3,$$

当 MA 平分 $\angle DMB$ 时,

$$\therefore \angle AMB = \angle AMD = \angle DAM,$$

$$\therefore DA = DM = 5,$$

在 $\text{Rt}\triangle DMH$ 中, $DM = AD = 5$, $DH = 3$,

$$\therefore MH = \sqrt{DM^2 - DH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

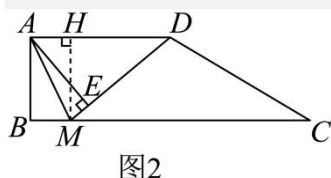
$$\therefore BM = BH - MH = 1;$$

当 AM' 平分 $\angle BM'D$ 时, 同法可证: $DA = DM'$, $HM' = 4$,

$$\therefore BM' = BH + HM' = 9;$$

综上所述, 满足条件的 BM 的值为 1 或 9; (3 分)

(2) 解: ① 如图 2 中, 作 $MH \perp AD$ 于 H ,



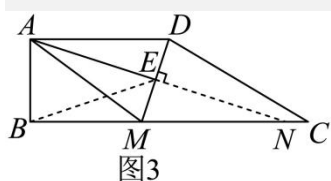
在 $Rt\triangle DMH$ 中, $DM = \sqrt{3^2 + (5-x)^2} = \sqrt{x^2 - 10x + 34}$,

$$\therefore S_{\triangle ADM} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot MH = \frac{1}{2} \cdot DM \cdot AE,$$

$$\therefore 5 \times 3 = y \cdot \sqrt{x^2 - 10x + 34},$$

$$\therefore y = \frac{15\sqrt{x^2 - 10x + 34}}{x^2 - 10x + 34}; \text{ (3 分)}$$

② 如图 3, 延长 AE 交 BC 于点 N ,



$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle MNE, \quad \angle ADE = \angle NME,$$

$\therefore E$ 是 DM 中点,

$$\therefore DE = ME,$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle NME (\text{AAS}),$$

$$\therefore MN = AD = 5,$$

$\therefore AE$ 垂直平分 DM ,

$$\therefore AM = AD = 5,$$

$$\therefore AB = 3,$$

$$\therefore BM = 4,$$

$$\therefore BN = 9,$$

$$\therefore AN = \sqrt{AB^2 + BN^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = 3\sqrt{10},$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}AN = \frac{3\sqrt{10}}{2}. \quad \dots\dots (3 \text{ 分})$$

26. (10 分) 【详解】(1) 解: 由 $y = kx + 3$, 当 $x = 0$, $y = 3$,

则 $B(0, 3)$,

$$\therefore AO = 2OB,$$

$$\therefore OA = 6,$$

$\therefore A$ 在 x 轴的负半轴,

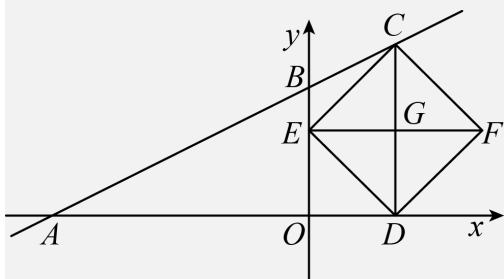
$$\therefore A(-6, 0),$$

代入 $y = kx + 3$, 即 $0 = -6k + 3$,

$$\text{解得: } k = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的表达式为: } y = \frac{1}{2}x + 3; \quad \dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) ① 设 CD, EF 交于点 G ,



$$\text{设 } C \text{ 的坐标为 } \left(m, \frac{1}{2}m + 3\right), \text{ 则 } G\left(m, \frac{1}{4}m + \frac{3}{2}\right)$$

$\therefore CD \perp x$ 轴,

$$\therefore D(m, 0),$$

$\therefore CD$ 为正方形 $CEDF$ 的对角线,

$$\therefore EF \parallel x \text{ 轴}, \quad \angle ODE = \angle EDG = 45^\circ,$$

$$\text{则 } OE = EG = GD$$

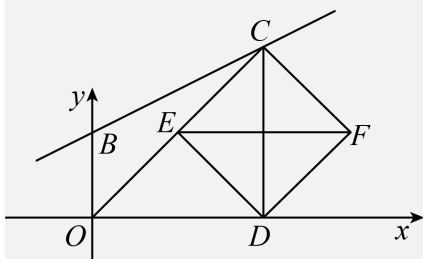
$$\therefore E(0, m),$$

$$\therefore \frac{1}{4}m + \frac{3}{2} = m$$

$$\text{解得: } m = 2$$

$\therefore C(2,4)$; …… (3 分)

②如图所示, 设 C 的坐标为 $\left(n, \frac{1}{2}n+3\right)$, $D(n,0)$,



$\because$ 四边形 $CEDF$ 是正方形, CD 是对角线,

$\therefore \angle DCE = 45^\circ$,

当 OE 经过点 O 时, $\triangle OCD$ 是等腰直角三角形,

$\therefore CD = OC$,

$\therefore \frac{1}{2}n+3=n$,

解得: $n=6$,

$\therefore CD=6$,

$\therefore$ 边长为 $\frac{\sqrt{2}}{2} \times 6 = 3\sqrt{2}$. …… (3 分)