

七年级数学期末模拟试卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分 沪教版)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分)

1. 下列计算正确的是 ()

A. $2a^2 + 3a^2 = 6a^2$ B. $a^6 \div a^2 = a^3$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $(3a)^2 = 9a^2$

2. 下列等式中, 从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $x(x-3) = x^2 - 3x$

B. $x^2 - 5x + 6 = x(x-5) + 6$

C. $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$

D. $x^2 + x = x^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)$

3. 若 $x^2 + 2kx + 16$ 是完全平方式, 则 k 的值为 ()

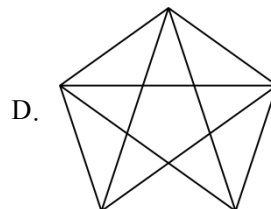
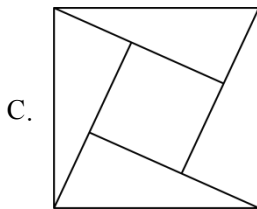
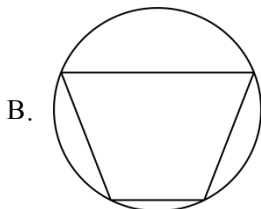
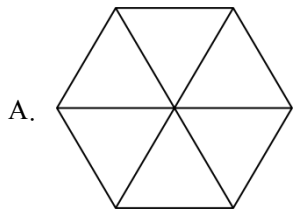
A. 4

B. 8

C. ± 4

D. ± 8

4. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



5. 下列分式中, 是最简分式的是 ()

A. $\frac{3ab}{5a^2}$

B. $\frac{x-1}{3x-3}$

C. $\frac{x+y}{x^2+y^2}$

D. $\frac{a+3}{a^2-9}$

6. 一艘轮船在静水中的最大航速为 30 千米/时, 它沿江以最大航速顺流航行 100 千米所用时间, 与以最大航速逆流航行 60 千米所用时间相等, 江水的流速为多少? 设江水的流速为 x 千米/时, 则可列方程 ()

A. $\frac{100}{30+x} = \frac{60}{30-x}$

B. $\frac{100}{x+30} = \frac{60}{x-30}$

C. $\frac{100}{30-x} = \frac{60}{30+x}$

D. $\frac{100}{x-30} = \frac{60}{x+30}$

二、填空题

7. 如果 $2^m \times 4^m = 2^{15}$, 那么 $m =$ ()

8. 若 $(a-2)^0 = 1$ 有意义, 则 a 的取值范围是_____.

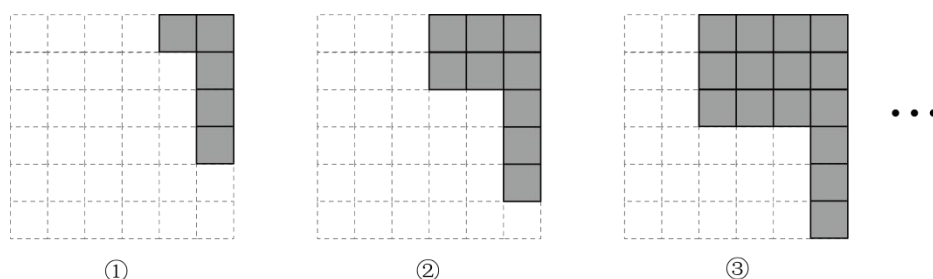
9. 分解因式 $3a^3 - 6a^2x + 3ax^2 =$ _____.

10. 计算: $(-0.25)^{2024} \times 4^{2025} =$ _____.

11. 由于科技创新与产业结构的优化, 某种产品的原材料实现了一定幅度的降价, 因而厂家决定对产品进行降价, 现有两种方案: ①第一次降价 $a\%$, 第二次降价 $b\%$; ②第一、二次降价均为 $\frac{a+b}{2}\%$. 其中是 a, b 互不相等的正数, 记降价后方案①的产品价格为 A , 方案②的产品价格为 B , 则 A _____ B (填“>”“<”或“=”)

12. 已知, $M = 12m - 33$, $N = 2m^2 - 4m$, 则 M _____ N . (填“>”, “<”或“=”)

13. 如图, 在无限大的正方形网格中, 按规律涂色, 图①②③中涂色部分小正方形的个数分别为 5, 9, 15. 根据此规律, 图④中涂色部分的小正方形的个数是_____.



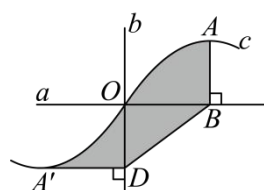
14. 若分式方程 $\frac{3x}{x-3} = 2 + \frac{m}{x-3}$ 无解, 则 m 的值为_____.

15. 小明按如图所示的程序计算 (其中 k 是常数): 小明发现多次输入不同的 x 值时, 输出的值都为相等的固定值, 则常数 k 的值是_____.



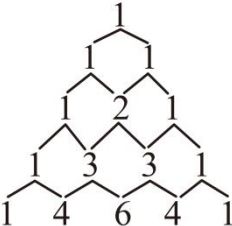
16. 《九章算术》中记录有这样一道题: 今有驿使乘快马、慢马行九百里. 慢马较限期多一日, 快马较限期少三日, 且快马之速为慢马二倍. 问限期几何? 原题译成白话文: 现在有驿使骑着快马和慢马行进九百里, 慢马比规定时间多用 1 天, 快马比规定时间少用 3 天, 且快马的速度是慢马的 2 倍. 问规定的时间是多少天? 设规定的时间为 x 天, 可列分式方程_____.

17. 如图, 直线 a, b 互相垂直且相交于点 O , 曲线 c 关于点 O 成中心对称, 点 A 的对应点是 A' , $AB \perp a$ 于点 B , $A'D \perp b$ 于点 D . 若 $OB = 3$, $OD = 2$, 则阴影部分的面积之和为_____.



18. 我国南宋数学家杨辉在其所著的《详解九章算术》一书中, 给出了 $(a+b)^n$ 的展开式 (按 a 的次数由大

到小的顺序) 的系数规律, 具体如下所示.

行数	$(a+b)^n$ 的展开式	$(a+b)^n$ 的展开式的各项系数
第一行	$(a+b)^0 = 1$	
第二行	$(a+b)^1 = a+b$	
第三行	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	
第四行	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	
第五行	$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$	
.....		

观察上面的规律可知, $(a+b)^6$ 的展开式的第三项系数为_____.

三、解答题

19. 计算

$$(1) m \cdot (-m)^5 + (m^2)^3$$

$$(2) (-4ab^3 + 8a^2b^2) \div (4ab) - (2a+b)(a-b)$$

20. 先化简, 再求值: $(2x+3y)^2 - (2x+y)(2x-y)$ 其中 $x=1$, $y=-1$.

21. 解方程. $\frac{4}{1-x^2} = 1 - \frac{x+1}{x-1}$

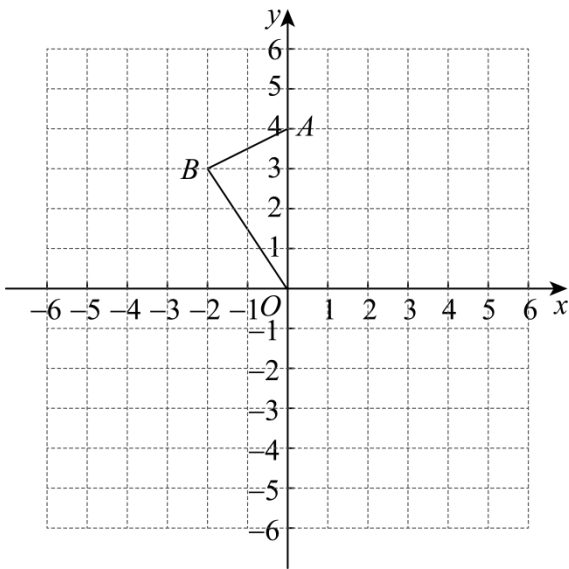
22. 定义: 若 $a+b=3$, 则称 a 与 b 是关于 3 的实验数.

(1) 4 与_____是关于 3 的实验数, _____与 $5-2x$ 是关于 3 的实验数; (用含 x 的代数式表示)

(2) 若 $a = 2x^2 - 3(x^2 + x) + 7$, $b = 2x - [3x - (4x + x^2) + 2]$, 判断 a 与 b 是否是关于 3 的实验数, 并说明理由;

(3) 若 $c = -2(x-3) - 1$, $d = 4(x+2) - 6$, 且 c 与 d 是关于 3 的实验数, 求 x 的值.

23.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $\triangle ABO$ ，点 A 的坐标是 $(0,4)$



(1)画出 $\triangle A_1B_1O$ ，使得 $\triangle A_1B_1O$ 与 $\triangle ABO$ 关于点 O 对称；

(2)以点 O 为旋转中心，将 $\triangle ABO$ 逆时针旋转 90° ，得到 $\triangle A_2B_2O$ ，画出 $\triangle A_2B_2O$ 。

24.甲、乙两超市分别用 3000 元以相同的进价购进质量相同的脐橙。甲超市销售方案是：将脐橙按大小分类包装销售，其中大脐橙 300 千克，以进价的 2 倍价格销售，剩下的小脐橙以高于进价的 20% 销售。乙超市的销售方案是：不将脐橙按大小分类，直接包装销售，价格按甲超市大小两种脐橙售价的平均数定价，若两超市将脐橙全部销售，其中甲超市获得 2040 元（其他成本不计）。

(1)脐橙进价为每千克多少元？

(2)乙超市获得多少元？并比较哪种销售方式更合算。

25.观察下列表格中两个代数式及其相应的值，回答问题：

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$-2x+5$	...	9	7	5	3	a	...
$3x+8$	...	2	5	8	11	b	...

【初步感知】 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

【归纳规律】表中 $-2x+5$ 的值的规律是： x 的值每增加 1， $-2x+5$ 的值就减少 2. 类似地， $3x+8$ 的值的规律是： x 的值每增加 1， $3x+8$ 的值就 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

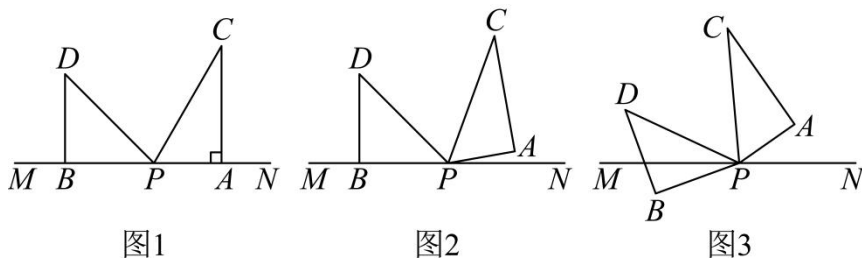
【问题解决】请直接写出一个含 x 的代数式，要求 x 的值每增加 1，代数式的值就减小 3：_____；

若要求 x 的值每增加 1，代数式的值就增加 5，且当 $x=0$ 时，代数式的值为 -6 。你能找到这样的满足条件的代数式吗？请直接写出这个代数式_____；

【计算验证】当 x 的值从 a 增加到 $a+1$ 时，猜想关于 x 的代数式 $kx-3$ (k 为一次项的系数)，且 $k>0$ 的值会怎样变化，并通过计算加以说明；

【模型应用】某商店销售一种商品，每件进价为 20 元，当售价为 40 元时，每天仅能售出 20 件。若商店作降价促销，发现每降价 1 元，可多售出 2 件。当售价为_____ (正整数) 元时，每天的销售利润最大。

26.如图，有一副直角三角板如图1放置 (其中 $\angle D = 45^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$)， PA ， PB 与直线 MN 重合，且三角板 PAC ，三角板 PBD 均可以绕点 P 逆时针旋转。



(1)在图 1 中， $\angle DPC =$ _____；

(2)①如图 2，若三角板 PBD 保持不动，三角板 PAC 绕点 P 逆时针旋转，转速为 $10^\circ/\text{秒}$ ，转动一周三角板 PAC 就停止转动，在旋转的过程中，当旋转时间为多少时，有 $PC \parallel DB$ 成立；

②如图 3，在图1基础上，若三角板 PAC 的边 PA 从 PN 处开始绕点 P 逆时针旋转，转速为 $3^\circ/\text{秒}$ ，同时三角板 PBD 的边 PB 从 PM 处开始绕点 P 逆时针旋转，转速为 $2^\circ/\text{秒}$ ，当 PC 转到与 PM 位置重合时，两三角板都停止转动，在旋转过程中，当 $\angle CPD = \angle BPM$ 时，求旋转的时间是多少？