

2024-2025 学年上海市徐汇区八年级(下)期末数学模拟练习试题

考试范围：一次函数、代数方程、四边形、平面向量、概率

题号	一	二	三	四	总分
得分					

注意事项:

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在试卷上无效。
- 考试结束后，本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷（选择题）

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如果函数 $y = 3x - 2$ 与 $y = 2x + 3k$ 的图象相交于 y 轴上，那么 k 的值为()。

- A. -2 B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{3}{2}$

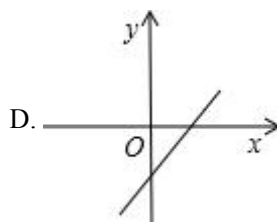
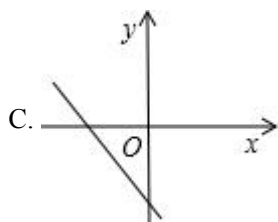
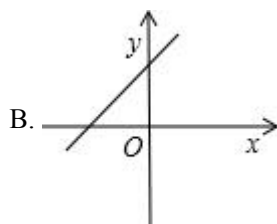
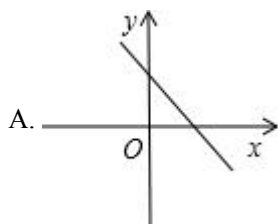
2. 下列关于 x 的方程中，其中说法正确的是()

- A. 方程 $x^2 + a^3x - 1 = 0$ 是一元三次方程 B. 方程 $4x^3 + 81 = 0$ 是一元三次方程
C. 方程 $x = a^2 - 2a - 3$ 是一元二次方程 D. 方程 $3a + 2x = 5x - \frac{1}{a}$ 是分式方程

3. 用换元法解方程 $\frac{x^2+1}{2x} - \frac{3x}{x^2+1} = 5$ ，设 $\frac{x^2+1}{x} = y$ ，则得到关于 y 的整式方程为()

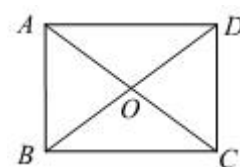
- A. $2y^2 - 5y - 3 = 0$ B. $6y^2 + 10y - 1 = 0$
C. $3y^2 + 5y - 2 = 0$ D. $y^2 - 10y - 6 = 0$

4. 若一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过第一、二、四象限，则一次函数 $y = bx + k$ 的图象大致是()



5.如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 交于点 O ，下列选项中错误的是()

- A. $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$
 B. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$
 C. $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{DO}$
 D. $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA}$



6.在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，下列条件中，能推出四边形 $ABCD$ 是正方形的是()

- A. $AB = BC$ 且 $AC \perp BD$ B. $AB \perp BC$ 且 $AC = BD$
 C. $OA = OB$ 且 $AB = BC$ D. $OA = OB$ 且 $AC = BD$

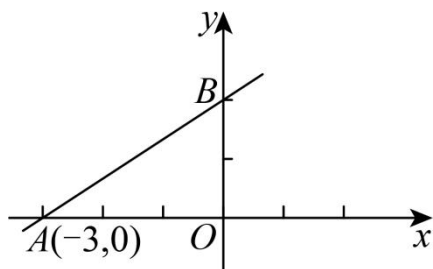
第 II 卷 (非选择题)

二、填空题：本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。

7.在实数范围内，方程 $3x^3 + 81 = 0$ 的根是_____.

8.若方程 $\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x}$ 的解使关于 x 的不等式 $(2-a)x - 3 > 0$ 成立，则实数 a 的取值范围是_____.

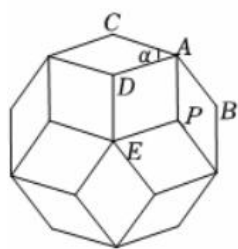
9.如图，一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过 A 、 B 两点，那么关于 x 的不等式 $kx + b \geq 0$ 的解集是_____.



10.有四张大小和形状完全相同的卡片，卡片上分别写有 -1 ， -2 ， 3 ， 4 ，从这四张卡片中随机抽取两张，则抽取的两张卡片上的数字之积大于 0 的概率是_____.

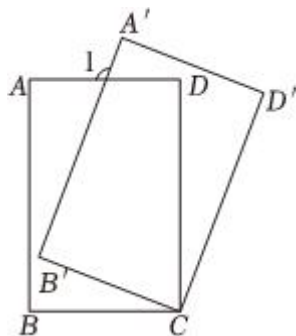
11.电影《哪吒之魔童闹海》于2025年春节档上映，一上映就获得全国人民的追捧.据不完全统计，某市第一天票房约200万元，以后每天票房按相同的增长率增长，三天后累计票房收入共728万元，将增长率记作 x ，则方程可以列为_____.

12.如图是一种彭罗斯地砖局部示意图，它是由两种“胖”“瘦”菱形拼接而成(不重叠、无缝隙)，则图中的 $\angle\alpha$ 为_____°.

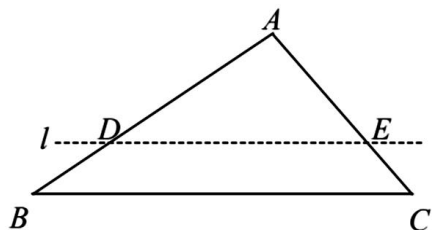


13.在直角坐标平面内，如果 $\square ABCD$ 的两条对角线的交点正好与坐标原点重合，已知点 $A(3,2)$ ，那么点 C 的坐标是_____.

14.如图，将矩形 $ABCD$ 绕点 C 顺时针旋转到矩形 $A'B'CD'$ 的位置，旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).若 $\angle 1 = 112^\circ$ ，则 $\alpha =$ _____°.

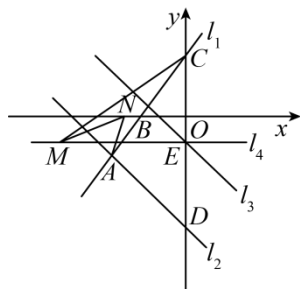


15.如图， $\triangle ABC$ 被平行于边 BC 的直线 l 分成梯形 $DBCE$ 和 $\triangle ADE$ ，当 $\triangle ABC$ 为直角三角形，且 $\angle A = 90^\circ$ 时，我们叫梯形 $DBCE$ 是“余角梯形”.如果一个“余角梯形”较短底边长9，两腰长分别是3和4，那么该梯形的中位线长是_____.

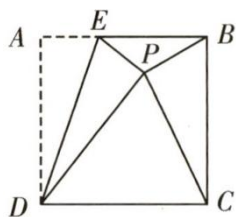


16. 设关于 x 的一次函数 $y = a_1x + b_1$ 与 $y = a_2x + b_2$, 则称函数 $y = m(a_1x + b_1) + n(a_2x + b_2)$ (其中 $m + n = 1, mn \neq 0$) 为此两个函数的生成函数. 写出一个 $y = x + 1$ 和 $y = 2x$ 的生成函数: _____.

17. 在平面直角坐标系中, 直线 $l_1: y = \frac{7}{5}x + 4$ 与直线 $l_2: y = -x - 8$ 交于点 A , 直线 l_1 与 x 轴交于点 B , 与 y 轴交于点 C , 直线 l_2 与 y 轴交于点 D . 将直线 l_2 向上平移 6 个单位得到直线 l_3 , 直线 l_3 与 y 轴交于点 E , 过点 E 作 y 轴的垂线 l_4 , 若点 M 为垂线 l_4 上的一个动点, 点 N 为 x 轴上的一个动点, 当 $CM + MN + NA$ 的值最小时, 此时点 M 的坐标为 _____.



18. 如图, 将一张边长为 4 cm 的正方形纸片 $ABCD$ 折叠, 使点 A 落在点 P 处, 折痕经过点 D 交边 AB 于点 E . 连接 BP, CP , 若 $\angle BPC = 90^\circ$, 则 AE 的长为 _____ cm .



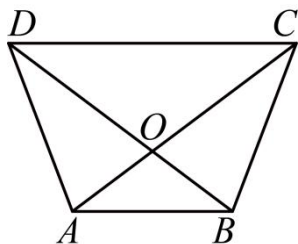
三、计算题: 本大题共 2 小题, 共 10 分。

19. 解方程: $x - \sqrt{x - 2} = 4$

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \\ 2x - y = 15 \end{cases}$$

四、解答题：本题共 5 小题，共 36 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

21.(本小题 6 分)如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， AC 与 BD 交于点 O ，且 $OD = OC$ 。



(1)求证： $AD = BC$ ；

(2)设 $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ，当 $CD = 2AB$ 时，试用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AC}$ 。

22.(本小题 6 分)【问题背景】2024 年 4 月 23 日是第 29 个“世界读书日”，为给师生提供更加良好的阅读环境，学校决定扩大图书馆面积，增加藏书数量，现需购进 20 个书架用于摆放书籍。

【素材呈现】

素材一：有 A ， B 两种书架可供选择， A 种书架的单价比 B 种书架单价高 20%；

素材二：用 18000 元购买 A 种书架的数量比用 9000 元购买 B 种书架的数量多 6 个；

素材三： A 种书架数量不少于 B 种书架数量的 $\frac{2}{3}$ 。

【问题解决】

(1)问题一：求出 A ， B 两种书架的单价；

(2)问题二：设购买 a 个 A 种书架，购买总费用为 w 元，求 w 与 a 的函数关系式，并求出费用最少时的购买方案；

(3)问题三：实际购买时，商家调整了书架价格， A 种书架每个降价 m 元， B 种书架每个涨价 $\frac{1}{3}m$ 元，按问题二的购买方案需花费 21120 元，求 m 的值。

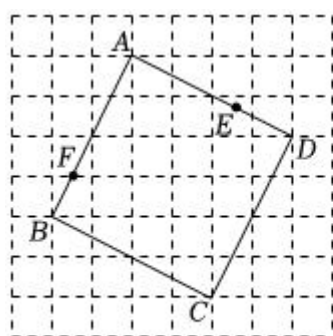
23.(本小题 8 分)在每个小正方形的边长为 1 的网格中.网格线的交点称为格点, 图中正方形 $ABCD$ 的顶点都是格点.仅用无刻度的直尺画图, 每个任务的画线不得超过三条, 并回答相关问题.

(1)直接写出正方形 $ABCD$ 的边长;

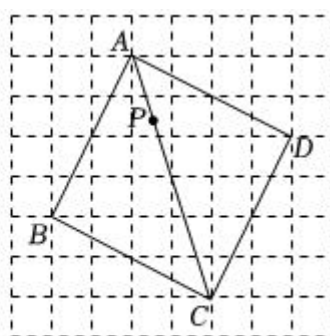
(2)在图(1)中, F 是 AB 与网格线的交点, 画出矩形 $BFGC$;

(3)在图(1)中, E 是 AD 上一点, 在 BC 上画点 H , 使四边形 $DEHC$ 的面积为 10;

(4)在图(2)中, P 是 AC 上一点, 在 AC 上画点 Q , 使四边形 $BPDQ$ 为菱形.



(1)



(2)

24.(本小题 8 分)在平面直角坐标系中, 已知一次函数 $y = (2a - 3)x + 5 - b$ 的图象为直线 l , 它与 x 轴, y 轴分别交于 A , B 两点.

(1)如果把 l 向上平移 2 个单位后得到直线 $y = 5x + 1$, 求 a , b 的值;

(2)当直线 l 过点 $(m, 6 - b)$ 和点 $(m + 3, 4a - 7)$ 时, 且 $-3 < b < 8$, 求 a 的取值范围;

(3)若平面内有动点 $P(2n - 1, 4 - 2n)$, 不论 n 取何值, 点 P 均不在直线 l 上, 设 $\triangle PAB$ 的面积为 S .求 S 的值(用含字母 b 的式子表示).

25.(本小题 8 分)【问题提出】如图 1, E 是菱形 $ABCD$ 边 BC 上一点, $\triangle AEF$ 是等腰三角形, $AE = EF$, $\angle AEF = \angle ABC = \alpha (\alpha \geq 60^\circ)$, 探究 $\angle DCF$ 与 α 的数量关系.

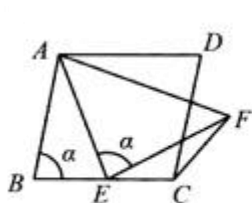


图 1

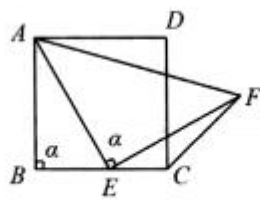


图 2

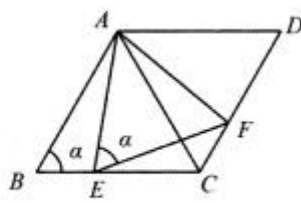


图 3

(1) 【问题探究】先将问题特殊化, 如图 2, 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 直接写出 $\angle DCF$ 的大小: $\angle DCF = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 再探究一般情形, 如图 1, 求 $\angle DCF$ 与 α 的数量关系;

(3) 【问题拓展】将图 1 特殊化, 如图 3, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, $\frac{BE}{EC} = \frac{1}{2}$, $AE = 2\sqrt{7}$, 求菱形 $ABCD$ 的面积.