

2025-2026 学年上海数学八年级上学期期中模拟卷 02

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

学校: _____ 姓名: _____ 班级: _____ 考号: _____

考试范围: (实数、二次根式、一元二次方程)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. (本题 3 分) 生物学家发现一种病毒的长度约为 0.00000402 毫米, 数据 0.00000402 用科学记数法表示 ()

- A. 0.402×10^{-5} B. 4.02×10^{-6}
C. 4.02×10^{-7} D. 40.2×10^{-7}

2. (本题 3 分) 下列根式中, 最简二次根式是 ()

- A. $\sqrt{18a^3}$ B. $\frac{2\sqrt{8a}}{3a}$ C. $\sqrt{3a^2+4b^2}$ D. $\sqrt{\frac{b}{a}}$

3. (本题 3 分) 下列实数 $\frac{22}{7}$, $\sqrt[3]{-27}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{16}$, 0.1212212221... (每相邻两个 1 之间依次多 1 个 2), $\frac{\pi}{2}$ 中, 无理数的个数是 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

4. (本题 3 分) 已知 $(m^2+n^2)(m^2+n^2+2)-8(m^2+n^2+2)=0$, 则 m^2+n^2 的值为 ()

- A. -8 或 2 B. -2 或 8 C. 2 D. 8

5. (本题 3 分) 化简 $\sqrt{23-6\sqrt{10+4\sqrt{3-2\sqrt{2}}}}$ 的结果是 ()

- A. $3+\sqrt{2}$ B. $3-2\sqrt{2}$ C. $3+2\sqrt{2}$ D. $3-\sqrt{2}$

6. (本题 3 分) 若关于 x 的一元二次方程: $a_1(x-m)^2+n=0$ 与 $a_2(x-m)^2+n=0$, 称为“同族二次方程”. 如 $2(x-3)^2+4=0$ 与 $3(x-3)^2+4=0$ 是“同族二次方程”. 现有关于 x 的一元二次方程: $2(x-1)^2+1=0$ 与

$(a+2)x^2+(b-4)x+8=0$ 是“同族二次方程”. 那么代数式 $ax^2+bx+2025$ 能取的最小值是 ()

- A. 2018 B. 2020 C. 2025 D. 2030

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. (本题 2 分) 实数 8, π , $\frac{19}{3}$, 5, 3.1415, $\sqrt{16}$ 中, 是无理数的有 _____.

8. (本题 2 分) 化简: $\sqrt{(-4)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. (本题 2 分) 如果 $\sqrt[3]{2.37} \approx 1.333$, $\sqrt[3]{23.7} \approx 2.872$, 那么 $\sqrt[3]{2370}$ 约等于_____.
10. (本题 2 分) 比较大小: $\sqrt{12}$ _____ $3\sqrt{2}$. (填“>”“<”“=”)
11. (本题 2 分) 不等式 $2x \geq 1 + \sqrt{5}x$ 的解集是_____.
12. (本题 2 分) 最简二次根式 $\sqrt{2m-1}$ 与 $\sqrt{34-3m}$ 是同类二次根式, 则 $m =$ _____.
13. (本题 2 分) 已知 $\sqrt{1.007} \approx 1.003$, $\sqrt{10.07} \approx 3.173$, 则 $\sqrt{0.1007} \approx$ _____.
14. (本题 2 分) 已知 $|a|=5$, b 是 49 的平方根, 且 $|a+b|=a+b$, 则 $a-b$ 的值为_____.
15. (本题 2 分) 大于 $-\sqrt[3]{17}$ 且小于 $\sqrt[3]{10}$ 的整数有_____个.
16. (本题 2 分) 石墨烯是一种由碳原子构成的单层片状结构的新型纳米材料, 其厚度 0.35 nm , $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$. 用科学记数法表示: $0.35 \text{ nm} =$ _____ m .
17. (本题 2 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 没有实数根, 甲由于看错了二次项系数, 求得两个根为 3 和 6, 乙由于看错了某一项系数的符号, 求得两个根为 $3 + \sqrt{21}$ 和 $3 - \sqrt{21}$, 则 $\frac{2b+3c}{4a} =$ _____.
18. (本题 2 分) 阅读下列材料: 设 $x = 0.\dot{3} = 0.333\ldots$ ①, 则 $10x = 3.333\ldots$ ②, 则由 ② - ① 得: $9x = 3$, 即 $x = \frac{1}{3}$. 所以 $0.\dot{3} = 0.333\ldots = \frac{1}{3}$. 根据上述提供的方法把下列两个数化成分数. $0.\dot{7} =$ _____, $1.\dot{3} =$ _____.

三.解答题 (本大题共 8 题, 满分 58 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (本题 6 分) 计算:

$$(1) (\sqrt{24} + \sqrt{0.5}) - \left(\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{6} \right)$$

$$(2) \frac{2}{b} \sqrt{ab^2} \times \left(-\frac{3}{2} \sqrt{a^3b} \right) \div 3 \sqrt{\frac{b}{a}} \quad (a > 0, b > 0)$$

20. (本题 6 分) 解下列方程:

$$(1) x^2 + 4x = -4.$$

(2) $2x^2 - x = x + 1$.

(3) $2x(x-1) = 3(x-1)$ (一题多解法) .

21. (本题 6 分) 已知: a, b 为有理数, 且 $(3-2\sqrt{3})^2 = a + \sqrt{3}b$, 求 $a+b$ 的平方根

22. (本题 6 分) 已知若 $a = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$, $b = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$, 求 $a^2 - 5ab + b^2$ 的值.

23. (本题 8 分) 观察下表:

a	0.0001	0.01	1	100	10000
$\sqrt{a}$	0.01	0.1	1	10	100

(1)由上表你发现了什么规律? 请用语言叙述这个规律: _____;

(2)根据你发现的规律填空: 已知 $\sqrt{5.217} \approx 2.284$, $\sqrt{521.7} \approx 22.84$.

则 $\sqrt{0.05217} \approx$ _____, $-\sqrt{52170} \approx$ _____;

若 $\sqrt{x} \approx 0.02284$, 则 $x \approx$ _____;

(3)拓展提升:

①已知 $\sqrt[3]{0.000456} \approx 0.07697$, 则 $-\sqrt[3]{456} \approx$ _____;

②已知 $\sqrt[3]{3} \approx 1.442$, $\sqrt[3]{30} \approx 3.107$, 则 $\sqrt[3]{3000} \approx$ _____.

24. (本题 8 分) 我们知道: 任何有理数的平方都是一个非负数, 即对于任何有理数, 都有 $a^2 \geq 0$ 成立, 所以, 当 $a = 0$ 时, 有最小值 $a^2 = 0$.

【应用】

(1) 代数式 $(x-1)^2$ 有最小值时, $x =$ _____;

(2) 代数式 $m^2 + 3$ 的最小值是_____;

【探究】

求代数式 $n^2 + 4n + 9$ 的最小值, 小明是这样做的:

$$n^2 + 4n + 9$$

$$= n^2 + 4n + 4 + 5$$

$$= (n + 2)^2 + 5.$$

∴ 当 $n = -2$ 时, 代数式 $n^2 + 4n + 9$ 有最小值, 最小值为 5.

(3) 请你参考小明的方法, 求代数式 $a^2 - 6a - 3$ 的最小值, 并求此时 a 的值.

25. (本题 8 分) (2+4+4=10) 综合与探究

【定义】 我们把关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 与 $cx^2 + bx + a = 0$ ($ac \neq 0$, $a \neq c$) 称为一对“友好方程”

【示例】 如 $2x^2 + 7x - 3 = 0$ 的“友好方程”是 $-3x^2 + 7x + 2 = 0$.

(1) 写出一元二次方程 $12x^2 - 7x + 1 = 0$ 的“友好方程”是_____.

【探究】

(2) 已知一元二次方程 $12x^2 - 7x + 1 = 0$ 的两根为 $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{1}{4}$, 请求出它的“友好方程”的两个根.

【猜想】

(3) 当 $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ 时, 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根 x_1, x_2 与其“友好方程” $cx^2 + bx + a = 0$ 的两根 x_3, x_4 之间存在的一种特殊关系为_____. ($ac \neq 0, a \neq c$)

【证明】

$\because$ 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根为 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$;

方程 $cx^2 + bx + a = 0$ 的两根为 $x_3 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c}$, ①_____;

请完成上述填空①, 并补全证明过程. (备注: 证明一组关系即可)

26. (本题 10 分) 阅读下列材料, 然后回答问题:

①在进行二次根式的化简与运算时, 我们有时会碰上如 $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$ 一样的式子, 其实我们还可以将其进一步化

简: $\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{2} = \sqrt{3}-1$, 以上这种化简的步骤叫做分母有理化.

②学习数学, 最重要的是学习数学思想, 其中一种数学思想叫做换元的思想, 它可以简化我们的计算, 比如我们熟悉的下面这个题: 已知 $a+b=2$, $ab=-3$, 求 a^2+b^2 . 我们可以把 $a+b$ 和 ab 看成是一个整体, 令

$x = a + b$, $y = ab$, 则 $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = x^2 - 2y = 4 + 6 = 10$. 这样, 我们不用求出 a , b 就可以得到最后的结果.

(1) 计算: $\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$;

(2) 若 m 是正整数, $a = \frac{\sqrt{m+1}-\sqrt{m}}{\sqrt{m+1}+\sqrt{m}}$, $b = \frac{\sqrt{m+1}+\sqrt{m}}{\sqrt{m+1}-\sqrt{m}}$, 且 $a + b + 3ab = 2025$, 求 m 的值;

(3) 若 $\sqrt{15+x^2} - \sqrt{26-x^2} = 1$, 则 $\sqrt{15+x^2} + \sqrt{26-x^2}$ 的值是_____. (直接写出答案结果)