

2024 – 2025 年八年级数学上册第一次月考卷 02 (测试范围: 第 16 – 17 章)

一、单选题

1. 下列二次根式中与 $\sqrt{18}$ 是同类二次根式的是 ()
- A. $\sqrt{30}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{32}$ D. $\sqrt{24}$
2. 用配方法解一元二次方程 $x^2 - 8x = -2$ 时, 在方程两边应同时加上 ()
- A. 4 B. 8 C. 16 D. 64
3. 下列计算中, 正确的是 ()
- A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $\sqrt{3} \times \sqrt{6} = 3\sqrt{2}$ C. $\frac{1}{3-\sqrt{2}} = 3 + \sqrt{2}$ D. $\sqrt{a^2} = a$
4. 某种植物的主干长出若干数目的支干, 每个支干又长出同样数目的小分支, 主干、支干和小分支的总数是 157, 设每个支干长出的小分支数目为 x , 根据题意, 下面所列方程正确的是 ()
- A. $1 + x + x^2 = 157$ B. $x + x^2 = 157$
- C. $(1 + x)^2 = 157$ D. $1 + (1 + x)^2 = 157$
5. 如果关于 x 的二次三项式 $ax^2 + 3x + 4$ 在实数范围内能分解因式, 那么 a 的取值范围是 ()
- A. $0 < a < \frac{9}{16}$ B. $a \leq \frac{9}{16}$ C. $a \geq \frac{9}{16}$ D. $a \leq \frac{9}{16}$ 且 $a \neq 0$
6. 下列说法中, 正确的是 ()
- A. $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ 与 $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 互为倒数
- B. 若 $(\sqrt{2} - 2)x > 1$ 则 $x > \frac{1}{\sqrt{2} - 2}$
- C. 若 $\sqrt{x+3}$ 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式, 则 $x+3$ 与 3 不一定相等
- D. 若 $a+b < 0$, 则 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{1}{b} \sqrt{ab}$

二、填空题

7. 化简: $\sqrt{50} =$ _____.
8. 化简: $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} =$ _____.

9. 如果最简二次根式 $\sqrt{x^2+7}$ 与 $2\sqrt{4x+3}$ 是同类二次根式, 则 x 的值是_____.

10. 分母有理化: $\frac{1}{2-\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

11. 计算: $\sqrt{18} \div \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{4}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

12. 关于 x 的方程 $x^2 - px - q = 0$ 的根的判别式是_____.

13. 已知 $x < 0, y > 0$, 则 $\sqrt{x^2 y}$ 化简后为_____.

14. 在实数范围内因式分解: $3x^2 + 10xy + 5y^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

15. 若 $\sqrt{11}$ 的整数部分为 a , 小数部分为 b , 则 $b \times (a + \sqrt{11})$ 的值为_____.

16. 若关于 x 的方程 $x^2 + bx - c = 0$ ($c \neq 0$) 有两个相等的实数根, 则代数式 $\frac{b^2}{2c}$ 的值是_____.

17. 若 $a + \frac{1}{a} = 4$ ($0 < a < 1$), 则 $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

18. 如果一元二次方程的两根相差 1, 那么该方程成为“差 1 方程”. 例如 $x^2 + x = 0$ 是“差 1 方程”. 若关于 x 的方程 $ax^2 + bx + 1 = 0$ (a, b 是常数, $a > 0$) 是“差 1 方程” 设 $t = 10a - b^2$, t 的最大值为_____.

三、解答题

19. 计算: $6\sqrt{0.5} - \sqrt{1\frac{1}{3}} - \left(4\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{48}\right)$

20. 计算: $\frac{12}{\sqrt{6}} - \frac{5}{\sqrt{6}+1}$

21. 计算: $3\sqrt{\frac{12}{y^3}} \div \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{xy}{3}} \cdot \frac{3}{4}\sqrt{\frac{18}{xy^3}}\right)$

22. 解方程: $\frac{x^2-1}{3} + \frac{x}{2} = x$

23. 解方程: $(2x-1)^2 - \frac{1}{2}(1-2x) = 0$

24. 解方程: $3x^2 - 2x - 7 = 0$

25. 已知 $x = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$, 求代数式 $\frac{x^2-6x+2}{x-3}$ 的值.

26. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (2m - 2)x + m^2 = 0$ 有两个实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 当 m 取最大非零整数时, 求方程的两个根.

27. 如图, 在高 3m , 宽 4m 的长方形墙面上有一块长方形装饰板 (图中阴影部分), 装饰板的上面和左右两边都留有相同宽度的空白墙面. 若长方形装饰板的面积为 4m^2 , 那么相同的宽度应该是多少米?



28. 今年超市以每件 25 元的进价购进一批商品, 当商品售价为 40 元时, 三月份销售 256 件, 四、五月该商品十分畅销, 销售量持续上涨, 在售价不变的基础上, 五月份的销售量达到 400 件.

(1) 求四、五这两个月销售量的月平均增长百分率.

(2) 经市场预测, 六月份的销售量将与五月份持平, 现商场为了减少库存, 采用降价促销方式, 经调查发现, 该商品每降价 1 元, 月销量增加 5 件, 当商品降价多少元时, 商场六月份可获利 4250 元?

29. 有人说“数学是思维的体操”, 运用和掌握必要的“数学思想”和“数学方法”是学好数学的重要法宝. 阅读下列例题及其解答过程:

例: 解方程 $x^2 - 2|x| - 3 = 0$.

解: ①当 $x \geq 0$ 时, 原方程为 $x^2 - 2x - 3 = 0$,

解得 $x_1 = -1$ (与 $x \geq 0$ 矛盾, 舍去), $x_2 = 3$.

②当 $x < 0$ 时, 原方程为 $x^2 + 2x - 3 = 0$,

解得 $x_1 = 1$ (与 $x < 0$ 矛盾, 舍去), $x_2 = -3$.

所以原方程的根是 $x_1 = 3$, $x_2 = -3$.

在上面的解答过程中, 我们对 x 进行讨论, 从而化简绝对值. 这是解决数学问题的一种重要思想——分类讨论.

请仿照上述例题的解答过程, 解方程: $x^2 - |x| - 1 = 0$.

30. 观察下列二次根式的化简过程:

$$S_1 = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} = 1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2};$$

$$S_2 = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} = \left(1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right);$$

$$S_3 = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} = \left(1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right);$$

...

回答下列问题:

$$(1) \frac{S_{2024}}{2025} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) S_n = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \cdots + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}}, \text{ 当 } n \text{ 无穷大时, } S_n \text{ 最接}$$

近的整数是多少?