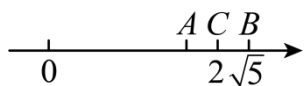


民一中学 2025 学年八年级上期中试卷

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列各数: $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 、 $-\sqrt[3]{9}$ 、 $\frac{1}{2026}$ 、 $-\pi$ 、 $\sqrt[3]{-8}$ 、 -0.1010010001 , 其中无理数有 ()
- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个
2. 如图, 数轴上表示 2, $\sqrt{5}$ 的点分别为点 C, 点 B, 点 C 是线段 AB 的中点, 则点 A 表示的数 ()



- A. $-\sqrt{5}$ B. $2-\sqrt{5}$ C. $\sqrt{5}-2$ D. $4-\sqrt{5}$
3. 在下列各式中, 是 $\sqrt{2a+b}$ 的有理化因式的是 ()
- A. $\sqrt{2a+b}$ B. $\sqrt{2a-b}$ C. $\sqrt{2a}+b$ D. $\sqrt{2a}-b$
4. 氧原子的直径是 0.00000000148 米, 用科学记数法表示为 ()
- A. 1.48×10^{-8} 米 B. 1.48×10^{-9} 米 C. 1.48×10^{-10} 米 D. 1.48×10^{-11} 米
5. 下列关于 x 的方程中两实数根之和为 1 的是 ()
- A. $x^2+1=0$; B. $x^2-x+1=0$; C. $x^2+x+1=0$; D. $x^2-x-1=0$.

6. 对于一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$, 正确的结论是 ()

- ①若 $a+b+c=0$, 则 $b^2-4ac \geq 0$;
- ②若方程 $ax^2+c=0$ 有两个不相等的实根, 则方程 $ax^2+bx+c=0$ 必有两个不相等的实根;
- ③若 x_1 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根, 则 $b^2-4ac=(2ax_1+b)^2$.

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 若式子 $\sqrt{2x+1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围为_____.
8. 若方程 $x^2+px+q=0$ 的两个根是 -3 和 4, 则 $p=$ _____, $q=$ _____.
9. 在实数范围内分解因式: $2x^2-4x+1=$ _____.

10. 已知 $\sqrt[3]{0.5} \approx 0.7937$, $\sqrt[3]{5} \approx 1.7100$, 则 $\sqrt[3]{500} \approx$ _____.

11. 已知 a, b, c 是等腰 ABC 的三条边长, 其中 $b=2$, 如果 a, c 是关于 y 的一元二次方程 $y^2 - 6y + n = 0$ 的两个根, 则 n 的值是 _____.

12. 将 $0.4\dot{1}\dot{3}$ 化成分数: $0.4\dot{1}\dot{3} =$ _____.

13. 流感是一种传染性极强的疾病, 如果有 1 人患病, 经过两轮传染后有 121 人患病, 设每轮传染中平均一个人传染了 x 个人, 那么所列方程为 _____.

14. 已知 m, n 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的两实数根, 则 $m^2 - m - 2n =$ _____.

15. 如果最简根式 $\sqrt{x^2 - 6x}$ 与 $\sqrt{5 - 2x}$ 是同类二次根式, 则 $x =$ _____.

16. 已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + x - 3 = 0$, 设方程两个实数根分别为 x_1, x_2 , 且满足

$$(x_1 + x_2)^2 + x_1 \cdot x_2 = 4, \quad k = \text{_____}.$$

17. 已知 a, b 是一元二次方程 $x^2 + 2025x + 1 = 0$ 的两个实数根, 则 $a\sqrt{\frac{b}{a}} + b\sqrt{\frac{a}{b}} =$ _____.

18. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m^2 + m = 0 (m > 0)$, 当 $m = 1, 2, 3, \dots, 2022$ 时, 相应的一元二次方

程的两根分别记为 $\alpha_1, \beta_1; \alpha_2, \beta_2; \dots; \alpha_{2022}, \beta_{2022}$, 则 $\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\beta_2} + \dots + \frac{1}{\alpha_{2022}} + \frac{1}{\beta_{2022}}$ 的值为 _____.

三.解答题 (本大题共 8 小题, 58 分)

19. 解方程:

$$(1) \quad 3(x-1)^2 = x^2 - 1$$

$$(2) \quad \frac{x}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$$

20. 计算:

$$(1) \quad \frac{\sqrt{75}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} - (\sqrt{3}-2)^0$$

$$(2) \quad 5\sqrt{xy} \div \frac{5}{2}\sqrt{5x^3} \div \sqrt{\frac{y}{x^2}}$$

21. 已知 $\sqrt{(x-100)^2} + (\sqrt{98-x})^2 = 200$, $y = \sqrt{m+24} + \sqrt{m-1} + \sqrt{1-m}$, 求 $y-x$ 的平方根.

22. 先化简再求值: $\frac{a^2 - a - 6}{a+2} - \frac{\sqrt{a^2 - 2a + 1}}{a^2 - a}$, 其中 $a = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$.

23. 已知关于 x 的方程 $(m^2 - m)x^2 - 4mx + 4 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 m 为整数, 且 $m < 3$, a 是方程的一个根, 求代数式 $2a^2 - 2a - \frac{3a^2 - 1}{2} + 1$ 的值.

24. 学校购买一批奖品. 已知 A 种奖品的单价比 B 种奖品单价便宜 9 元, 用 128 元购买 A 种奖品的数量和用 272 元购买 B 种奖品的数量总共是 32 个.

(1) 求 A 、 B 两种奖品的单价各是多少元?

(2) 该校计划购买 A 、 B 两种奖品共 80 个, 且 A 种奖品的数量不大于 B 种奖品数量的 3 倍, 请你设计出最省钱的购买方案, 并求出最低购买费用.

25. 阅读下列材料: 利用完全平方公式, 将多项式 $x^2 + bx + c$ 变形为 $(x + m)^2 + n$ 的形式, 然后由

$(x + m)^2 \geq 0$ 就可求出多项式 $x^2 + bx + c$ 的最小值.

例题: 求多项式 $x^2 - 4x + 5$ 的最小值.

解: $x^2 - 4x + 5 = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x - 2)^2 + 1$. 因为 $(x - 2)^2 \geq 0$ 所以 $(x - 2)^2 + 1 \geq 1$

当 $x = 2$ 时, $(x - 2)^2 + 1 = 1$ 因此 $(x - 2)^2 + 1$ 有最小值, 最小值为 1, 即 $x^2 - 4x + 5$ 的最小值为 1.

通过阅读, 理解材料的解题思路, 请解决以下问题:

(1) 【理解探究】

已知代数式 $A = x^2 + 10x + 20$, 则 A 的最小值为_____;

(2) 【类比应用】

张大爷家有甲、乙两块长方形菜地, 已知甲菜地的两边长分别是 $(3a + 2)$ 米、 $(2a + 5)$ 米, 乙菜地的两边长分别是 $5a$ 米、 $(a + 5)$ 米, 试比较这两块菜地的面积 $S_{\text{甲}}$ 和 $S_{\text{乙}}$ 的大小, 并说明理由;

(3) 【拓展升华】

已知实数 x 和 y 满足 $x^2 + 3x + y - 3 = 0$, 求 $x + y$ 的最大值.