

兰生中学 2025 学年第一学期八年级数学期中测试卷

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 若一个正整数的正平方根是 a , 则比这个正整数大 1 的数的正平方根是 ()

- A. $a+1$ B. $\sqrt{a}+1$ C. $\sqrt{a^2+1}$ D. a^2+1

2. 下列语句中, 说法正确的个数是 ()

① 4 的平方根是 ± 2 ;

② 0 的平方根和立方根都是 0;

③ $(-\sqrt{9})^2$ 的平方根是 ± 9 ;

④ 倒数是它本身的数是 1

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 下列二次根式中, 属于最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{0.12}$ B. $\sqrt{13^2-12^2}$ C. $\sqrt{mn(a^2+b^2)} (m \neq n)$ D. $\sqrt{\frac{x}{2}}$

4. 下列二次根式中, 与 $\sqrt{a+b}$ 互为有理化因式的是 ()

- A. $-\sqrt{a+b}$ B. $\sqrt{a-b}$ C. $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ D. $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

5. 关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0 (a \neq 0)$, 下列说法中正确的有 () 个

① 若 $b^2-4ac < 0$, 则该方程没有实数根;

② 若 $b=0$, 则该方程的两个根互为相反数;

③ 若 $c=0$, 则该方程一定有两个实数根;

④ 若该方程的一个根是 $2+\sqrt{3}$, 则另一个根是 $2-\sqrt{3}$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 若 $x=b$ 是方程 $x^2+ax+b=0$ 的根 ($b \neq 0$), 则 $a+b$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 0 C. 1 D. -1

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 在下列各数: $\frac{22}{7}, -\pi, \sqrt{4}, -\sqrt{5}, 1.\dot{3}, \sqrt{2}+1, \sqrt{8}, \sqrt[3]{9}, \frac{\pi^0}{2}$ 中, 无理数有_____个.

8. 若 $6.24 \approx 2.498^2$, $62.4 \approx 7.899^2$, $\sqrt{62400} \approx$ _____

9. 比较大小: $\sqrt{3}-2$ _____ $2-\sqrt{5}$.

10. 当 x 满足_____时, $\frac{\sqrt{x+4}}{1-\sqrt{x^2}}$ 有意义.

11. 已知 $n < 0$, 化简 $\sqrt{-\frac{n^2}{m^3}} =$ _____.

12. 已知某植物表皮细胞的直径约为 2×10^{-5} 米, 一个水分子的直径约为 4×10^{-10} 米, 用科学记数法表示水分子的直径是这种植物表皮细胞的直径的_____倍.

13. 点 A 、 B 、 C 是数轴上的三个点, 点 A 、 B 所对应的数分别为 -2 、 $\sqrt{5}$, 点 C 到点 A 的距离是它到点 B 距离的 2 倍, 则点 C 表示的数是_____.

14. 写出一个一元二次方程, 使这个方程的二次项系数为 1, 常数项为 3, 且它的一个根为 -2 , 这个一元二次方程是_____

15. 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的两个根分别 $x_1=-1, x_2=2$, 则方程 $c(x-1)^2+b(x-1)+a=0$ 的两个根分别是_____

16. 已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2-\sqrt{3k+2}x+2=0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是_____

17. 如果实数 x 满足 $(x^2-2x)^2+2(x^2-2x)-8=0$, 则代数式 $x^4-4x^3+3x^2+2x$ 的值为_____.

18. $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 如 $[1.5]=1, [-1.5]=-2$, 则 $[-\sqrt{1}]+[-\sqrt{2}]+[-\sqrt{3}]+\cdots+[-\sqrt{100}]=$ _____

三、计算题 (本大题共 6 题, 每题 5 分, 满分 30 分)

19. 计算: $\sqrt[3]{-\frac{1}{64}} + \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2} + \sqrt[3]{0.125} - |2-\sqrt{5}|$

20. 计算: $\sqrt{24} + 2\sqrt{\frac{3}{8}} - \sqrt{\frac{3}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{18}} + \frac{2}{1-\sqrt{3}}$

21. 计算: $\frac{4}{9}\sqrt{a^3b^2} + \left(\frac{3}{2}\sqrt{ab^3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{8}\sqrt{\frac{a}{b}}\right)$

22. 解方程： $\frac{1}{3}(4x-5)^2 = 12(1-x)^2$

23. 用配方法解方程： $-2x^2 + \sqrt{3}x + 1 = 0$

24. 先化简再求值： $\sqrt{(a-1)^2} + \frac{2a^2-5a-3}{a-3} - 2a$ ，其中 $a = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ ，

四、解答题（本大题共 4 题，第 25、26 题各 6 分，第 27、28 题各 8 分，满分 28 分）

25. 已知 x, y 是有理数，并且 x, y 满足 $2x^2 + \sqrt{4-2\sqrt{3}}y + \sqrt[3]{-8} = 5(x + \sqrt{12})$ ，求 $x+y$ 的值.

26. 如果关于 x 的方程 $(m+1)x^2 + (2m-1)x + (m-1) = 0$ 没有实数根，试判断关于 x 的方程 $(m-3)x^2 - 2(m+3)x - (m+5) = 0$ 的根的情况.

27. (1) $m = 3 + \sqrt{5}$, $n = 3 - \sqrt{5}$ ，且 $(3m^2 - 18m - a)(2n^2 - 12n - 6) = 56$ ，求 a 的值.

(2) 已知实数 a, b, c 满足 $a+b-c = -5, 5ab-abc = 16$ ，且 $c < 5$ ，求 c 的最大值.

28. 已知 a, b, k 为实数，关于 x 的方程 $(k^2 - 2k + 4)x^2 - 2(a-k)^2x + (k^2 - 5ak - b) = 0$ ，无论 k 取何值时，都有根 $x = 1$.

(1) 求 a, b 的值.

(2) 当 k 变化时，求方程的另一根 t 的取值范围.