

# 2024 学年第一学期期末八年级数学试卷

(满分: 100 分, 完成时间: 90 分钟)

2025.01

## 一、填空题 (本题共 14 小题, 每小题 2 分, 满分 28 分)

1. 计算:  $\sqrt{24} \div \sqrt{3} =$  \_\_\_\_\_.

2. 一元二次方程  $2x^2 = x$  的根是\_\_\_\_\_.

3. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + a = 0$  有实数根, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

4. 在实数范围内分解因式:  $2x^2 - 7x + 5 =$  \_\_\_\_\_.

5. 函数  $y = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

6. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{x-1}$ , 那么  $f(\sqrt{2}) =$  \_\_\_\_\_.

7. 已知正比例函数  $y = kx$  ( $k$  是常数,  $k \neq 0$ ), 如果  $y$  的值随  $x$  的值增大而减小, 那么该正比例函数的图像经过第\_\_\_\_\_象限.

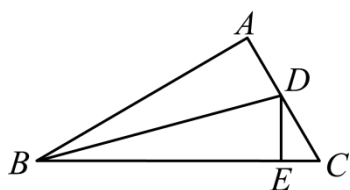
8. 已知点  $A(x_1, y_1)$  和点  $B(x_2, y_2)$  在反比例函数  $y = \frac{5}{x}$  的图象上, 如果  $x_1 > x_2 > 0$ , 那么  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$ . (填 “>”、“=”、“<”)

9. 命题“如果两个角是同一个角的补角, 那么这两个角相等”的逆命题是\_\_\_\_\_.

10. 已知两个定点  $A$ 、 $B$  的距离为 5 厘米, 那么到点  $A$ 、 $B$  距离之和为 5 厘米的点的轨迹是\_\_\_\_\_.

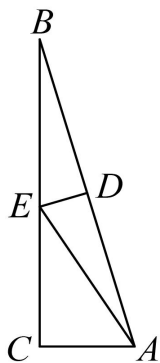
11. 学校组织一次乒乓球赛, 要求每两队之间都要赛一场. 若共赛了 15 场, 则有\_\_\_\_\_个球队参赛.

12. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $\angle ABC$  的角平分线交  $AC$  于点  $D$ ,  $DE \perp BC$  于点  $E$ , 如果  $\triangle ABC$  与  $\triangle CDE$  的周长分别为 13 和 3. 那么  $AB$  的长为\_\_\_\_\_.



13. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $DE$  是  $AB$  的垂直平分线,  $\angle AEC = 30^\circ$ ,  $BC = 2$ , 那么  $AC$  的

长为\_\_\_\_\_.



14. 定义: 关于  $x$  的一元二次方程:  $a_1(x-m)^2 + n = 0$  ( $a_1$ 、 $m$ 、 $n$  是常数,  $a_1 \neq 0$ ) 与  $a_2(x-m)^2 + n = 0$  ( $a_2$ 、 $m$ 、 $n$  是常数,  $a_2 \neq 0$ ), 称为“同族二次方程”. 例如:  $2(x-3)^2 + 4 = 0$  与  $3(x-3)^2 + 4 = 0$  是“同族二次方程”. 如果关于  $x$  的一元二次方程:  $2(x-1)^2 + 1 = 0$  与  $ax^2 + bx + 5 = 0$  ( $a$ 、 $b$  是常数,  $a \neq 0$ ) 是“同族二次方程”. 那么代数式  $ax^2 - bx + 2029$  的最小值是\_\_\_\_\_.

二、选择题 (本大题共 4 小题, 每小题 3 分, 满分 12 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号填在括号内】

15. 在下列二次根式中, 最简二次根式是 ( )

A.  $\sqrt{\frac{a}{9}}$

B.  $\sqrt{x^2 + y^2}$

C.  $\sqrt{x^2 y}$

D.  $\sqrt{27}$

16. 已知正比例函数  $y = kx$  ( $k$  是常数,  $k \neq 0$ ) 的图像经过点  $A(2, 4)$ , 那么下列坐标所表示的点在这个正比例函数图像上的是 ( )

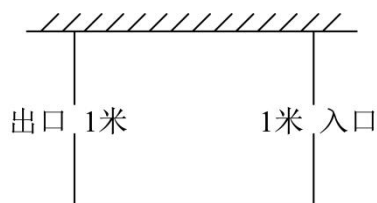
A.  $(-1, -2)$

B.  $(1, -2)$

C.  $(4, 2)$

D.  $(4, -2)$

17. 布置某艺术中心的会场时, 工作人员准备利用 35 米长的墙为一边, 用 68 米隔栏绳围另三边, 设立一个面积为 600 平方米的长方形等候区, 如图, 为了方便群众进出, 在两边各空出一个 1 米的出入口 (出入口不用隔栏绳). 如果设这个长方形垂直于墙的一边长为  $x$  米, 那么可以列出关于  $x$  的方程 ( )



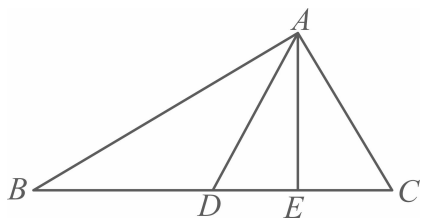
A.  $(68 + 2 - 2x) \cdot (x - 1) = 600$

B.  $(68 - 2 - 2x) \cdot (x - 1) = 600$

C.  $(68 + 2 - 2x)x = 600$

D.  $(68 - 2 - 2x)x = 600$

18. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle CAB = 90^\circ$ ,  $AD$  是斜边  $BC$  的中线,  $AE$  是斜边  $BC$  的高, 如果  $AE$  恰好是  $DC$  边上的中线, 下列结论错误的是 ( )



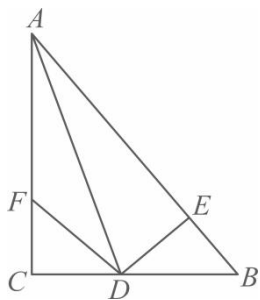
- A.  $AD = CD$
- B.  $AD = 2CE$
- C.  $AB = 2AE$
- D.  $AB = 3DE$

三、简答题 (本大题共 4 小题, 每小题 6 分, 满分 24 分)

19. 计算:  $\sqrt{12}-2\sqrt{\frac{1}{2}}-\frac{2}{\sqrt{3}}+4\sqrt{2}$ .

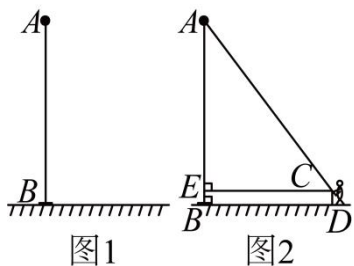
20. 解方程:  $4x^2 - 8x - 1 = 0$ .

21. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $DE \perp AB$  于点  $E$ , 点  $F$  在边  $AC$  上,  $BD = DF$ .



- (1) 求证:  $BE = FC$ ;
- (2) 当  $AE = 12$ ,  $AF = 9$  时, 求  $CD$  的长.

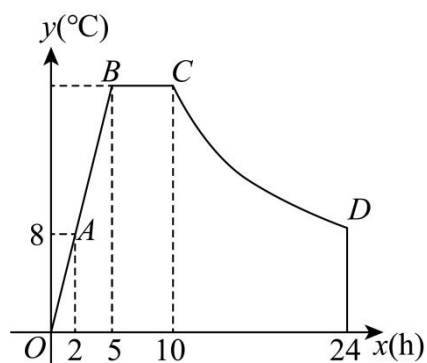
22. 学过《勾股定理》后，李老师和“几何小分队”的队员们到操场上测量旗杆  $AB$  高度，得到如下信息：①测得从旗杆顶端垂直挂下来的升旗用的绳子比旗杆长 2 米（如图 1）；②当将绳子拉直时，测得此时拉绳子的手到地面的距离  $CD$  为 1 米，到旗杆的距离  $CE$  为 9 米（如图 2）。根据以上信息，求旗杆  $AB$  的高度。



四、解答题 (本大题共 4 小题, 第 23、24 题, 每题 8 分; 第 25、26 题, 每题 10 分; 满分 36 分)

23. 某水果生产基地在气温较低时,用装有恒温系统的大棚栽培一种新品种水果,如图是试验阶段的某天恒

温系统从开启到关闭后，大棚内的温度  $y(^{\circ}\text{C})$  与时间  $x(\text{h})$  之间的函数关系，其中线段  $OB$ 、 $BC$  表示恒温系统开启后阶段，双曲线的一部分  $CD$  表示恒温系统关闭阶段，请根据图中信息解答下列问题：



- (1) 求这天的温度  $y$  与时间  $x(0 \leq x \leq 5)$  的函数关系式；
- (2) 求恒温系统设定的恒定温度；
- (3) 若大棚内的温度低于  $10^{\circ}\text{C}$  不利于新品种水果的生长，问这天内，相对有利于水果生长的时间共多少小时？

24. 已知：在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^{\circ}$ ， $CA = CB$ ．点  $D$ 、 $E$  在线段  $AB$  上．

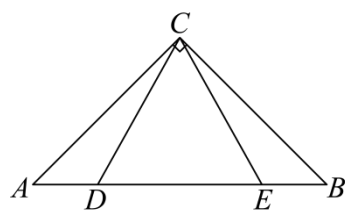


图1

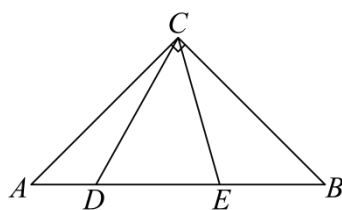
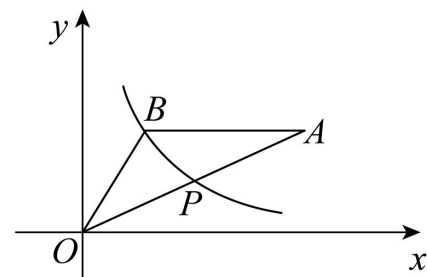


图2

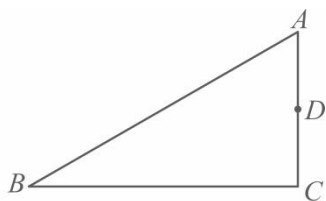
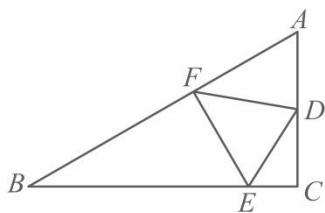
- (1) 如图 1，如果  $CD = CE$ ，求证：  $AD = BE$  ．
  - (2) 如图 2，如果  $\angle DCE = 45^{\circ}$ ，求证：  $DE^2 = AD^2 + BE^2$  ．
25. 如图，在直角坐标平面内，点  $A$  的坐标为  $(a, 4)$ （其中  $a > 3$ ），射线  $OA$  与反比例函数  $y = \frac{12}{x} (x > 0)$  的图像交于点  $P$ ，点  $B$  在函数  $y = \frac{12}{x}$  的图像上，且  $AB \parallel x$  轴．



- (1) 当点  $P$  横坐标为 4 时，求直线  $AO$  的表达式；
- (2) 连接  $BO$ ，当  $OA$  平分  $OB$  与  $x$  轴正半轴的夹角时，求点  $A$  的坐标；

(3) 当点  $P$  是  $AO$  的中点时, 在  $x$  轴上找一点  $C$ , 使  $\triangle POC$  是等腰三角形, 求点  $C$  的坐标.

26. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 2$ ,  $AB = 4$ , 点  $D$  为边  $AC$  的中点, 点  $E$  是边  $BC$  上的动点 (点  $E$  与点  $B$  不重合), 作  $EF \perp AB$ , 交线段  $AB$  于点  $F$ , 连结  $EF$ 、 $DE$ 、 $DF$ .



(备用图)

- (1) 若  $EF = 2CE$ , 求  $CE$  的长;
- (2) 若  $BE = x$ ,  $\triangle DEF$  的面积是  $y$ , 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式, 并写出函数的定义域;
- (3) 当  $\triangle BEF$  沿  $EF$  翻折, 点  $B$  落在点  $G$  的位置, 当  $\triangle DEG$  是以点  $G$  为直角顶点的直角三角形时, 求  $BE$  的长.