

龙茗中学 2025 学年第一学期八年级数学学科期中测试卷

(考试时间: 90 分钟, 总分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列说法: ①如果一个数的立方根等于它本身, 那么它一定是 1 或 0; ②平方根和立方根都等于它自身的数是 1 和 0; ③互为相反数的两个数的立方根也是互为相反数; ④一个数的算术平方根一定是正数; ⑤ $|-4|$ 没有平方根. 其中正确的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 下列说法: ①在实数范围内, 一个数如果不是有理数, 则一定是无理数; ②数轴上的点与有理数一一对应; ③无理数都是无限小数; ④带根号的数都是无理数. ⑤如果两个实数的和为无理数, 则这两个实数必有一个无理数其中错误的共有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

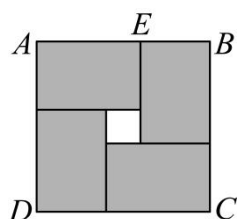
3. 以下各组二次根式中, 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{a^2b^2}$ 与 $\sqrt{ab}$ B. $\sqrt{\frac{16}{x}}$ 与 $\sqrt{8x}$ C. $\sqrt{xy}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}$ D. $\sqrt{\frac{2s}{5}}$ 与 $\sqrt{\frac{5}{2s}}$

4. 关于 x 的方程 $(a-1)x^2 + \sqrt{a+1}x + 2 = 0$ 是一元二次方程, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \neq 1$ B. $a \geq -1$ 且 $a \neq 1$
C. $a > -1$ 且 $a \neq 1$ D. $a \neq \pm 1$

5. 把四张一模一样的长方形纸片按如图所示的方式摆放, 形成大正方形 $ABCD$, 它的面积是 50. 图中空白部分是一个小正方形. 如果 $AE = 3\sqrt{2}$, 那么这个小正方形的周长为 ()



- A. $2\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{2}$ C. $6\sqrt{2}$ D. $8\sqrt{2}$

6. 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有两个实数根, 且其中一个根是另一根的一半, 则称这样的方程为“半根方程”. 以下关于半根方程的说法, 正确的是 ()

- A. 若方程 $(x-2)(mx-n) = 0$ 是半根方程, 则 $4m^2 + 5mn + n^2 = 0$;

B. 一元二次方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 是半根方程；

C. 一元二次方程 $x^2 - 4 = 0$ 是半根方程；

D. 如果一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 是半根方程，则系数满足 $2b^2 = 9ac$.

二、填空题 (本大题共 12 小题，每题 2 分，满分 24 分)

7. $6\frac{1}{4}$ 的平方根为_____；

8. 比较大小: $\frac{\pi}{3}$ _____ $\frac{\sqrt{10}}{3}$.

9. 写出 $\sqrt{x} - 2$ 的一个有理化因式_____.

10. 等式 $\sqrt{\frac{x+2}{x^2}} = -\frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 成立的条件是_____.

11. 在实数 $\sqrt{7}$ 、 -3 、 0 、 π 、 $1.\dot{1}2\dot{1}$ 、 $\frac{22}{7}$ 、 3.1415 、 $\sqrt{9}$ 、 $1.2020020002\ldots$ (位数无限，每两个 2 之间依次增加一个 0). 无理数有_____个.

12. 如果 m 是方程 $2x^2 + x - 5 = 0$ 的一个根，则 $6m^2 + 3m - 2025 =$ _____；

13. 如果平均每人每天食用粮食 0.5kg ，那么按照 2020 年我国人口普查的数据：全国约有 14.4 亿人，那么上述人口一天约食用_____千克的粮食 (用科学记数法表示).

14. 写出一个一元二次方程使它有一个根为 2，且两根之和是 $-\frac{9}{2}$ ，这个一元二次方程是_____ (只要写出一个)

15. 在实数范围内因式分解: $2x^2 + 4x + 1 =$ _____

16. 若实数 a ， b 分别满足 $a^2 - 4a + 3 = 0$ ， $b^2 - 4b + 3 = 0$ ，且 $a \neq b$ ，则 $(a+1)(b+1)$ 的值为_____.

17. 已知 3 是关于 x 的方程 $x^2 - (m+1)x + 2m = 0$ 的一个根，并且这个方程的两个实数根恰好是等腰 ABC 的两条边的边长，则 ABC 的周长是_____.

18. 定义: 用 (a, b) 表示一个数对，其中 a 为任意数， $b \geq 0$. 记 $\sqrt[3]{a} = m$ ， $-\sqrt{b} = n$ ，将数对 (m, n) 和 (n, m) 称为数对 (a, b) 的一对“开方对称数对”. 例如: 数对 $(8, 25)$ 的开方对称数对为 $(2, -5)$ 和 $(-5, 2)$. 若数对 (a, b) 的一个开方对称数对是 $(-4, 5)$ ，则 $a + b$ 的值是_____.

三、计算题 (每题 6 分，共 5 题，满分 30 分)

19. 计算: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt{1\frac{7}{9}} - \sqrt{18}$

20. 计算: $\frac{2}{b}\sqrt{ab^2} \times \left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}\right) \div 3\sqrt{\frac{b}{a}} (b > 0)$

21. 解方程: $3x(2x-1)+1-2x=0$

22. 解方程: $-3x^2+4x+\frac{2}{3}=0$ (配方法)

23. 若 a 、 b 是实数, 且 $b = \sqrt{4a-1} + \sqrt{1-4a} + 4$, 求 $\left[\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - (\sqrt{b}-\sqrt{a})\right] \times (\sqrt{a}+\sqrt{b})$ 的值.

四、解答题 (24-26 每题 6 分, 27 题 7 分, 28 题 9 分, 共 5 题, 34 分)

24. 数学活动课上, 同学们将数轴进行折叠、旋转等几何变换. 请阅读下列素材, 完成各题.

[素材 1] 灵动小组绘制了一条“灵动数轴” (如图), 其中点 A 表示的数为 a , 点 B 表示的数为 b , 点 C 表示的数为 c . 已知 a 、 b 、 c 满足 $|a+\sqrt{3}|+(6+c)^2=-\sqrt{b-7}$



(1) 在“灵动数轴”中, $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 折叠“灵动数轴”, 使点 B 与点 C 重合, 求此时与点 A 重合的点所表示的数.

25. 已知: 关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x-2m+5=0$ 有两个实数根 x_1 , x_2 .

(1) 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $x_1x_2+x_1+x_2=m^2+6$, 求 m 的值.

26. 已知关于 x 的方程 $(2+k)x^2+6kx+4k+1=0$ 有两个相等的实数根, 求 k 的值和此时方程的根.

27. 阅读下面材料: 已知 x_1 , x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两实数根, 若满足 $|x_1-x_2|=1$, 则此类方程称为“差根方程”. 在学习了求根公式法解方程后, 小聪同学发现:

$$|x_1-x_2| = \left| \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} - \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \right| = \left| \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{a} \right| = 1. \text{ 最后得到“差根方程”中 } a, b, c \text{ 之间的}$$

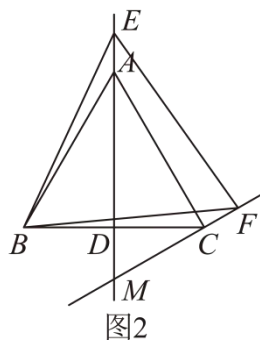
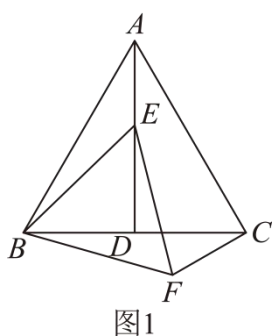
关系是 $b^2-4ac=a^2$.

(1) 请通过计算判断方程 $x^2+7x+12=0$ 是否是“差根方程”.

(2) 若方程 $x^2+2x-k+1=0$ 是“差根方程”, 请求出 k 的值以及方程的两个根.

(3) 若关于 x 的“差根方程” $a(x+m)^2 + b = 0$ 的一个根是 $x = 3$ (a, m, b 均为常数, $a \neq 0$), 则方程 $a(x+m+4)^2 = -b$ 是“差根方程”吗?若是, 请求出它的根; 若不是, 请说明理由.

28. 已知 AD 为等边 ABC 的角平分线, ABC 的边长为 6, 动点 E 在直线 AD 上 (不与点 A 重合), 连接 BE . 以 BE 为一边在 BE 的下方作等边 $\triangle BEF$, 连接 CF .



(1) 如图 1, 若点 E 在线段 AD 上,

①求证: $\triangle ABE \cong \triangle CBF$;

②当 $DE = 2AE$, $S_{\triangle ABC} = 9\sqrt{3}$ 时, 求点 F 到 BC 的距离;

(2) 设直线 AE 、 CF 交于点 M , 求两直线的夹角 (即 $\angle AMC$) 的度数; 若点 E 在 AD 的反向延长线 (如图 2), 且直线 AE 、 CF 交于点仍记为 M . 这两条直线的夹角是否发生变化. 说明理由