

八年级数学学科

(满分 100 分, 时间 90 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列实数中, 属于无理数的是 ()

- A. $-\sqrt[3]{9}$ B. 3.14159 C. $\frac{22}{7}$ D. $\sqrt{25}$

2. $\sqrt{x-y}$ 的一个有理化因式是 ()

- A. $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ B. $\sqrt{x} - \sqrt{y}$
C. $\sqrt{x+y}$ D. $\sqrt{x-y}$

3. 在三角形内找一点, 使它到三条边的距离相等, 这个点应是 ()

- A. 三条中线的交点 B. 三边的垂直平分线的交点
C. 三条角平分线的交点 D. 三条高所在直线的交点

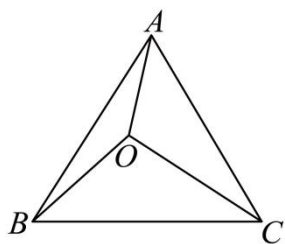
4. $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AC 、 BC 的长是方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两根, 则 AB 的长为 ()

- A. 2 B. 3 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{7}$

5. 某工厂七月份的产值是 100 万元, 计划第三季度共创产值 484 万元. 若每个月产值的增长率相同, 并设这个增长率为 x , 则下列方程中正确的是 ()

- A. $100(1+x)^2 = 484$ B. $100(1+x)^3 = 484$
C. $(1+x) + 100(1+x)^2 = 484$ D. $100[1 + (1+x) + (1+x)^2] = 484$

6. 如图, 点 O 是等边 $\triangle ABC$ 内一点, $OA = 3$, $OB = 4$, $OC = 5$, 则 $S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AOC}$ 的值为 ()



- A. $12 - \sqrt{6}$ B. $6 + 4\sqrt{3}$ C. $4 + 6\sqrt{3}$ D. $12 + \sqrt{6}$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 若 $\sqrt{2x-3}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

8. 若 $3x+1$ 和 $x-1$ 是一个正数的两个不同的平方根, 则这个正数是_____.

9. $\sqrt{28}$ 与最简二次根式 $5\sqrt{x-1}$ 为同类二次根式, 则 $x =$ _____.

10. 2025 年 3 月, 中科院宣布一项足以载入半导体史册的重大突破——我国科研团队成功研发出全球首台全固态深紫外 (DUV) 激光光源系统, 理论上可支撑 3nm 芯片制造工艺. 已知 $1\text{nm} = 0.0000001\text{cm}$, 则 3nm 用科学记数法表示为_____ cm.

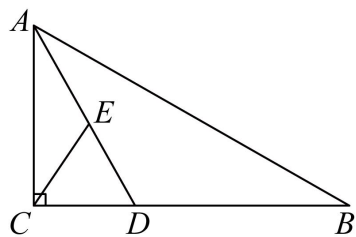
11. 在实数范围内因式分解: $2x^2 - 5x - 1 =$ _____.

12. 2025 年暑假期间, 某市科技馆举行了“筑梦启航, 探索科学”活动. 活动结束后, 所有同学们互赠礼物, 共送出 132 份礼物, 则参加此次活动同学人数为_____.

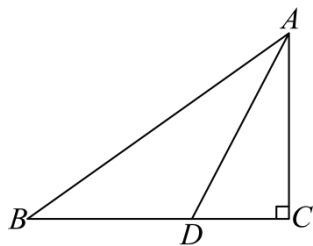
13. 若 a 、 b 是方程 $x^2 + 2x - 2025 = 0$ 的两个实数根, 则 $a^2 + 3a + b$ 的值为_____.

14. 若用去分母的方法解关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{kx}{x^2-4} = \frac{3}{x+2}$ 时有增根, 则 $k =$ _____.

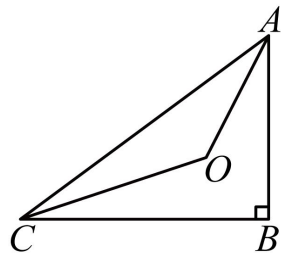
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, E 是 AD 中点, 若 $BD = 9$, 则 CE 的长为_____.



16. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D , $BC = 12$, $AC = 9$, 那么 BD 的长是_____.



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, 点 O 是 $\angle CAB$ 、 $\angle ACB$ 平分线的交点, 且 $BC = 8\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$, 则点 O 到边 AB 的距离为_____ cm.



18. 已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 3$, $\angle A = 22.5^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 翻折使得点 B 与点 A 重合, 折痕与边 AC 交于点 P , 如果 $AP = 4$,

那么 AC 的长为_____

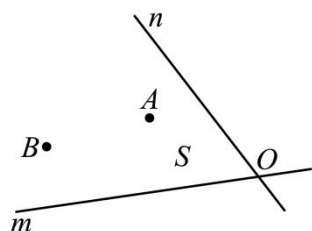
三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 5 分, 满分 20 分)

19. 计算: $\sqrt{27} - \sqrt{2\frac{1}{4}} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \frac{2}{1+\sqrt{3}}$.

20. 解方程: $2x(x-3) = 7$.

21. 解方程: $\frac{3x^2}{x^2+x-2} - \frac{x}{x-1} = 1$.

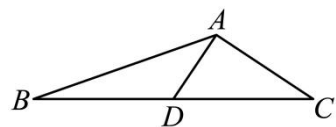
22. 为了解决市民的“菜篮子”问题, 政府准备在 S 区建立一个蔬菜配送中心 E, A、B 两个蔬菜基地向配送中心供应新鲜的蔬菜, 再由配送中心通过 m 和 n 两条高速公路送到市区菜场, 要使这个配送中心到蔬菜基地的距离相等, 同时到两条公路的距离也相等, 这个蔬菜配送中心应该建于何处? 在图上标出配送中心 E 的位置. (保留作图痕迹, 不写作法, 要写答句)



四、解答题 (本大题共 5 题, 满分 38 分)

23. 市百一店童装柜在销售中发现: 某童装平均每天可售出 30 件, 每件盈利 40 元. 为了迎接新年, 商场决定采取适当的降价措施, 扩大销售量, 增加盈利. 经市场调查发现: 如果每件童装降价 1 元, 那么平均每天就可多售出 3 件. 为保持节后销售价格的稳定性, 降价不能超过 15 元. 要想平均每天销售这种童装盈利 1800 元, 那么每件童装应降价多少元?

24. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边的中线, $AB = 5$, $AC = 3$, $AD = 2$. 求 $\triangle ABC$ 的面积.

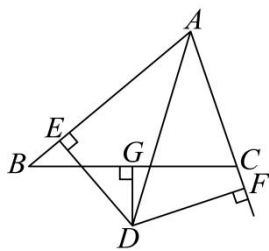


25. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 + 2(m+1)x + m-1 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若该方程的两个实数根分别为 x_1 、 x_2 , 且 $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = -1$, 求 m 的值.

26. 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $DG \perp BC$ 且平分 BC, $DE \perp AB$ 于 E, $DF \perp AC$ 于 F.



(1) 求证: $BE = CF$;

(2) 探究 AB 、 AC 和 BE 的数量关系, 并说明理由.

27. “数形结合”是数学中重要思想方法, 在遇到一些具备一定特征的代数问题时, 有时会将其转化为更直观的几何问题解决. 先阅读以下材料, 然后解答后面的问题.

例: 求代数式 $\sqrt{x^2 + 3^2} + \sqrt{(12-x)^2 + 2^2}$ 的最小值.

分析: 代数式 $\sqrt{x^2 + 3^2}$ 和 $\sqrt{(12-x)^2 + 2^2}$ 中出现了两数平方和的形式, 容易联想到直角三角形中三边之间的关系, 可将 $\sqrt{x^2 + 3^2}$ 看作是直角边分别是 x 和 3 的直角三角形的斜边, $\sqrt{(12-x)^2 + 2^2}$ 看作是直角边分别是 $12-x$ 和 2 的直角三角形的斜边, 于是, 我们构造两个 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ (如图 1), 如图 2, 当直角边 BC 和 EF 在同一直线上且点 E 与点 B 重合.

这时 $CF = x + 12 - x = 12$, $AC = 3$, $DF = 2$, 问题就变成 “点 B 在线段 CF 的何处时, $AB + DB$ 最短?”

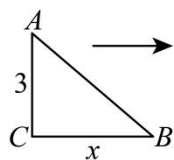


图1

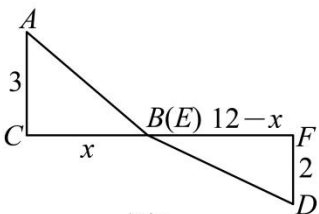


图2

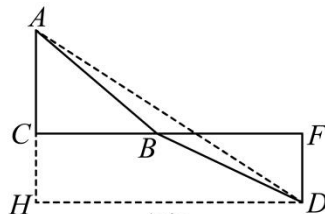


图3

(1) 在图 3 中, 代数式 $\sqrt{x^2 + 3^2} + \sqrt{(12-x)^2 + 2^2}$ 的最小值可用线段_____的长表示, 该线段的长为_____.

(2) 若将原问题中 “ $12-x$ ” 改成 “ $12+x$ ”, 能否利用 (1) 的结论解决? (即求代数式 $\sqrt{x^2 + 3^2} + \sqrt{(12+x)^2 + 2^2}$ 的最小值) 若能, 请写出解答过程并求解; 若不能, 请说明理由.

(3) 请使用与 (1) 中类似的方法求 $\sqrt{x^2 + 3^2} - \sqrt{(12-x)^2 + 2^2}$ 的最大值. (请画出示意图并求解)