

八年级 数学学科

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列二次根式中, 不能与 $\sqrt{2}$ 合并的是 ()

- A. $\sqrt{8}$ B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ C. $\sqrt{12}$ D. $\sqrt{18}$

2. 下列方程中, 是一元二次方程的是 ()

- A. $x + \frac{1}{x} = 1$ B. $x(x+1) = x^2 - 1$
C. $\sqrt{x^2 + x} = 1$ D. $\sqrt{5}x^2 - x = 5x^2 - \sqrt{5}$

3. 在下列各式中, 二次根式 $\sqrt{a-b}$ 的有理化因式是 ()

- A. $\sqrt{a+b}$ B. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ C. $\sqrt{a-b}$ D. $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

4. 下列各点中, 在正比例函数 $y = \frac{1}{3}x$ 的图像上的是 ()

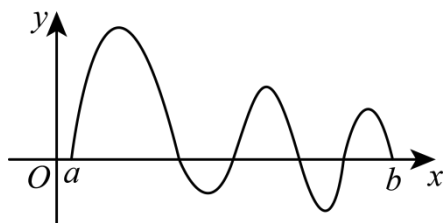
- A. $\left(\frac{1}{2}, 6\right)$ B. $(-3, -1)$ C. $(0, -1)$ D. $(6, 3)$

5. 对所有实数 a, b , 下列等式从左到右一定成立的是 ()

- A. $\sqrt{(a-b)^2} = a-b$ B. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
C. $(-\sqrt{a})^2 = -|a|$ D. $\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2a^2 + 2b^2}$

6. 如图是某函数的图象, 当 $a \leq x \leq b$ 时, 若在该函数图象上可以找到 n 个不同的点

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 使得 $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \dots = \frac{x_n}{y_n}$ 恒成立, 则 n 的值不可能是 ()



- A. 2 B. 5 C. 6 D. 7

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 化简: $\sqrt{48} =$ _____.

8. $\sqrt{20} \times \sqrt{\frac{1}{5}} =$ _____.

9. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域是_____.

10. 方程 $x^2 = 3x$ 的解为_____.

11. 在实数范围内因式分解: $x^2 - 4x - 1 =$ _____.

12. 已知正比例函数 $y = (2 - 5m)x$, y 的值随 x 的值的增大而增大, 那么 m 的取值范围是_____.

13. 已知函数 $f(x) = 2x + 1$, 如果 $f(a) = 3$, 那么 $a =$ _____.

14. 已知关于 y 的一元二次方程 $y^2 + 2y - k = 1$ 有实数根, 则 k 的取值范围是_____.

15. 某文具店为迎接“购物节”, 提高水笔销量, 经过两次降价后 (每次降价的百分率相同), 由每盒 25 元降至每盒 16 元. 则降价的百分率为_____.

16. 若正比例函数 $y = 2x (x < 0)$ 图像上一点到 y 轴的距离是 $2\sqrt{2}$, 则这点的坐标为_____.

17. 如果一元二次方程的两根相差 1, 那么该方程称为“差 1 方程”. 例如 $x^2 + x = 0$ 是“差 1 方程”. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (m-1)x - m = 0$ (m 是常数) 是“差 1 方程”, 则 m 的值为_____.

18. 已知 P 、 Q 是实数, 有且只有三个不同的 x 满足方程 $|x^2 + px + q| = 3$, 则 q 的最小值是_____.

三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 5 分, 满分 20 分)

19. 计算: $\sqrt{24} - \frac{1}{2}\sqrt{3} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{1}{6}\sqrt{12}$

20. 计算: $\frac{1}{3}\sqrt{x^4y} \left(-4\sqrt{\frac{y^2}{x}} \right) \div \frac{3}{4}\sqrt{xy^2}$

21. 解方程: $(2x+1)^2 = 2x^2 + x$

22. 用配方法解方程: $3x^2 - 6x + 2 = 0$

四、解答题 (本大题共 6 题, 第 23、24 题每题 5 分, 第 25、26、27 题每题 6 分, 第 28 题 10 分, 满分 38 分)

23. 已知 $x = \frac{1}{\sqrt{5}+2}$, 求代数式 $\frac{\sqrt{x^2+4x+4}}{x^2+5x+6}$ 的值.

24. 已知方程 $x^2 - 6x + m^2 - 2m + 5 = 0$ 的一个根为 2, 求另一个根及 m 的值.

25. 已知正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 的图像经过一、三象限, 且经过 $P(k+2, 4k+3)$

(1) 求 k 的值.

(2) 当 $y = \frac{2}{3}$ 时, 求 x 的值.

26. 已知关于 x 的方程 $(m^2 - m)x^2 - 4mx + 4 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 m 为整数, 且 $m < 3$, a 是方程的一个根, 求代数式 $2a^2 - 2a - \frac{3a^2 - 1}{2} + 1$ 的值.

27. 同学们开展的综合实践活动中取得了系列丰硕的成果, 需要推广宣传. 原计划使用一块正方形 $ABCD$ 场地布展, 后经过研究, 发现长与宽之比为 3:2 的长方形 $AGFE$ 场地展览效果更好, 因此需要把长增加 6 米, 宽增加 2 米 (如图 1).

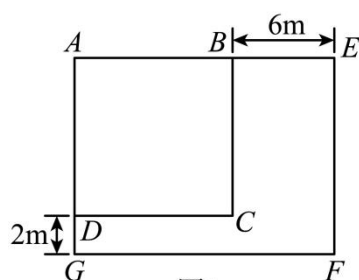


图1

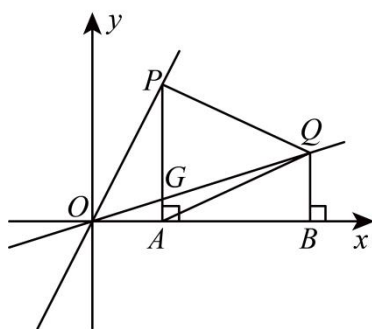


图2

(1) 直接写出长方形区域 $AEFG$ 的宽 AG 是 _____ m, 长 AE 是 _____ m.

(2) 现计划将长方形区域 $AEFG$ 按图 2 的方式进行划分, 展示四各小组的项目成果, 在各展区之间留宽度相等的过道. 如果各展区的总面积为 $60m^2$, 求过道的宽度.

28. 如图, 点 $P(1, a)$ 在直线 $y = 3x$ 上, 直线 $y = kx (0 < k < 1)$ 上有一点 $Q(b, 1)$;



(1) 求点 P 和点 Q 的坐标 (其中点 Q 坐标用含 k 的代数式表示);

(2) 过点 P 作 $PA \perp x$ 轴, 过点 Q 作 $QB \perp x$ 轴, 垂足分别是 A 、 B . 如果 $\triangle APQ$ 的面积是 $\triangle OPQ$ 面积的 $\frac{3}{4}$, 请求出 k 的值;

(3) 在 (2) 的条件下, 线段 PA 与直线 $y = kx$ 相交于点 G , 直线 $y = 3x$ 上是否存在点 D , 使 $S_{\triangle ODG} = \frac{1}{2} S_{\triangle OPG}$? 如果存在, 请直接写出 D 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.