

# 2025 学年第一学期期中素质调研

## 八年级数学试卷

(考试时间: 90 分钟满分 100 分)

★考生注意:

1. 本试卷含 3 个大题, 共 27 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.
3. 本次考试不能使用计算器.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题只有一个正确答案, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列各数中:  $-2$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $3.1416$ 、 $0.\dot{2}\dot{3}$ 、 $\frac{22}{7}$ 、 $\pi$ 、 $0.373373337\cdots$  (位数无限且相邻两个“7”之间依次增加 1 个“3”) 中, 无理数有 ( ) 个.  
A. 1                                  B. 2                                  C. 3                                  D. 4
2. 下列代数式中, 其中  $\sqrt{x}+1$  的一个有理化因式是 ( )  
A.  $\sqrt{x+1}$                           B.  $\sqrt{x-1}$                           C.  $\sqrt{x}+1$                           D.  $\sqrt{x}-1$
3. 一元二次方程  $(1+3x)(x-3)=2x^2+1$  化成一般形式后, 其二次项系数, 一次项系数, 常数项分别为 ( )  
A. 1, 8, 4                              B. 1, -8, -4                              C. 5, 8, 4                              D. 5, -8, -4
4. 已知方程  $x^2+2x-1=0$ , 有一个根是  $-1+\sqrt{2}$ , 则另外一个根是 ( ).  
A.  $1+\sqrt{2}$                               B.  $1-\sqrt{2}$                               C.  $\sqrt{2}-1$                               D.  $-1-\sqrt{2}$
5. 下列命题是假命题的是 ( )  
A. 数轴上的每一个点都有一个有理数与它对应  
B. 负数没有平方根  
C. 不带根号的数不一定是无理数  
D.  $-\sqrt{17}$  是 17 的一个平方根
6. 已知方程  $x^2-kx-6=0$  的两个根都是整数, 则  $k$  的值有 ( ) 个.  
A. 1                                          B. 2                                          C. 3                                          D. 4

## 二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 计算:  $\sqrt{0.0016} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 方程  $(x-5)^2 - 2(x-5) = 0$  的根是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

9.  $\sqrt[3]{64}$  的平方根是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 设  $3 \leq x \leq 5$  化简:  $|x-5| + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 根据实验数据, 钢轨温度每变化  $1^\circ\text{C}$ , 每一米钢轨就伸缩约  $0.000012\text{m}$ . 如果一年中气温相差  $40^\circ\text{C}$ , 那么  $100\text{m}$  长的铁路最多可伸缩  $\underline{\hspace{2cm}}$   $\text{m}$ . (用科学记数法表示)

12.  $\sqrt{-\frac{x}{x-3}}$  是二次根式, 则  $x$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 已知方程  $(x-a)(x+3) = 0$  和方程  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + b = 0$  的根完全相同, 则  $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 已知  $x = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$ , 则  $\frac{x^2 - 2x - 3}{x-3} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 如果  $\sqrt{5}-1$  的整数部分是  $a$ , 小数部分是  $b$ , 那么  $\frac{a}{b}$  的值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 已知  $n$  是正整数, 且  $\sqrt{756n}$  是整数, 则  $\sqrt{756n}$  的最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

17. 如果关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有两个实数根, 且其中一个根为另一个根的 2 倍, 则称这样的方程为“倍根方程”; 现有下列结论:

(1) 若关于  $x$  的方程  $x^2 + ax + 2 = 0$  是倍根方程,  $a = \pm 3$ ;

(2) 方程  $x^2 + 2x - 8 = 0$  是倍根方程;

(3) 若关于  $x$  的方程  $(x-2)(mx+n) = 0$ , ( $m \neq 0$ ) 是倍根方程, 则  $4m^2 + 5mn + n^2 = 0$ ;

(4) 若  $q = 2p$ , 则关于  $x$  的方程  $px^2 - q = 0$  ( $p \neq 0$ ) 是倍根方程.

其中正确的结论有  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (写出所有正确说法的序号)

18. 阅读下面的材料, 回答问题.

解方程  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ .

这是一个一元四次方程, 由这个方程的特点, 可以采用“换元法”起到降次的目的, 将其转化成一元二次方程求解, 它的解法如下:

解: 设  $x^2 = y$ , 那么  $x^4 = y^2$ , 于是原方程可变为  $y^2 - 5y + 4 = 0$ , 解得  $y_1 = 1$ ,  $y_2 = 4$ .

当  $y=1$  时,  $x^2=1$ ,  $\therefore x=\pm 1$ ;

当  $y=4$  时,  $x^2=4$ ,  $\therefore x=\pm 2$ ;

所以, 原方程有四个根, 分别为  $x_1=1$ ,  $x_2=-1$ ,  $x_3=2$ ,  $x_4=-2$ .

请运用以上方法回答问题: 已知  $(x^2+6x+1)(x^2+6x+7)=7$ , 求  $x$  的值为\_\_\_\_\_.

### 三、简答题 (本大题共 9 题, 19 到 24 每题 6 分, 25 题 8 分, 26 到 27 题 10 分, 满分 64 分)

19. 计算:  $\left(3\sqrt{12}+\frac{1}{4}\sqrt{48}-3\sqrt{\frac{1}{3}}\right)\div\sqrt{27}$

20. 计算:  $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}+\frac{x-4\sqrt{xy}+4y}{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}$

21. 用配方法解方程:  $-x^2+4x-3=0$ .

22. 解方程:  $(x-3)^2+2(x-3)-24=0$ .

23. 解不等式:  $x+\sqrt{6}<3x+\sqrt{1.5}$ .

24. 已知  $x=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ ,  $y=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ , 求代数式  $x^2+3xy+y^2$  的值.

25. 用 48 m 的篱笆在空地上围一个绿化场地, 现有两种方案: 一种是围成圆形; 另一种是围成长方形 (正方形是特殊的长方形). 请问选用哪一种方案围成的场地面积较大? 最大面积是多少? (结果保留  $\pi$ )

26. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2-(2k+4)x+k+7=0$ .

(1) 如果这个方程的两个实数根是  $x_1$ ,  $x_2$ , 且  $(x_1+2)(x_2+2)=3$ , 求  $k$  的值;

(2) 若等腰  $ABC$  的一边长  $a=2$ , 另两边长  $b$ ,  $c$  恰好是这个方程的两个根, 求  $ABC$  的周长.

27. 阅读材料, 回答下列问题:

(一) 已知  $a$ ,  $b$  为非负实数,  $\therefore a+b-2\sqrt{ab}=(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2-2\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2\geq 0$ ,  
 $\therefore a+b\geq 2\sqrt{ab}$ , 当且仅当 “ $a=b$ ” 时, 等号成立. 这个结论就是著名的 “均值不等式”.

(二) 分数和分式有着很多的相似点, 如类比分数的基本性质, 我们得到了分式的基本性质. 小学里, 把分子比分母小的数叫真分数, 类似的, 我们把分子的次数小于分母的次数的分式称为真分式, 反之, 称为假分式. 对于任何一个假分式都可以化为整式与真分式的和的形式, 如

$$\frac{x+1}{x-1}=\frac{x-1+2}{x-1}=\frac{x-1}{x-1}+\frac{2}{x-1}=1+\frac{2}{x-1};$$

(1) 在① $\frac{2x+3}{x^2-1}$ , ② $\frac{x^2+1}{x}$ , ③ $\frac{x}{x^2-1}$ , ④ $\frac{2x^4+3}{x^2}$ 这些分式中, 属于假分式的是\_\_\_\_\_ (填序号):

(2) 已知 $\frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{2}$ , 求代数式 $\frac{x^2}{x^4+1}$ 的值;

(3) 当 $x$ 为何值时,  $\frac{x+3\sqrt{x+2}+5}{\sqrt{x+2}+1}$ 有最小值? 求出该最小值.