

2022-2023 学年上海市静安区市西中学八年级 (上)

期中数学试卷

第 I 卷 (选择题)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 共 18.0 分. 在每小题列出的选项中, 选出符合题目的一项)

1. 下列二次根式中, 最简二次根式是 ()

- A. $\sqrt{3a^3}$ B. $\sqrt{15a}$ C. $\sqrt{\frac{a}{3}}$ D. $\sqrt{a^2 + a^3}$

2. 下列二次根式中, 不能与 $\sqrt{2}$ 合并的是 ()

- A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ B. $\sqrt{2a^2} (a \neq 0)$ C. $\sqrt{18}$ D. $\sqrt{0.2}$

3. 下列方程是关于 x 的一元二次方程的是 ().

- A. $x^2 + \frac{b}{x} + c = 0$ B. $x^2 + \frac{x}{\pi} = 0$
C. $x^2 + 3x - 1 = (x + 1)^2$ D. $ax^2 + bx + c = 0$

4. 若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$, 满足 $a - b + c = 0$, 则方程必有一根为 ()

- A. 0 B. 1 C. -1 D. ± 1

5. 下列命题中, 假命题是 ()

- A. 假命题的逆命题不一定是假命题
B. 所有定理都有逆命题
C. 对顶角相等的逆命题是真命题
D. 两条平行线被第三条直线所截, 内错角的平分线互相平行

6. 已知 $xy < 0$, 化简二次根式 $\frac{\sqrt{-xy^2}}{y}$ 的值是 ().

- A. $\sqrt{x}$ B. $-\sqrt{x}$ C. $\sqrt{-x}$ D. $-\sqrt{-x}$

第 II 卷 (非选择题)

二、填空题 (本大题共 12 小题, 共 36.0 分)

7. 使 $\sqrt{2-3x}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.

8. 写出 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ 的一个有理化因式是_____.

9. 不等式 $(2-\sqrt{5})x \leq 1$ 的解集是_____.

10. 比较大小: $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ _____ $\sqrt{7}-\sqrt{5}$.

11. 在实数范围内分解因式 $4x^2-2x-1=$ _____.

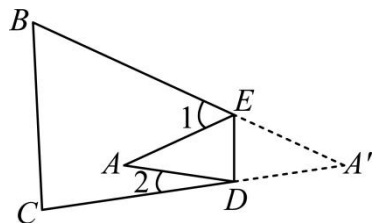
12. 某工程队承包了一项污水处理工程, 原计划每天铺设污水管道 1250 米, 因准备工作不充分, 第一天铺设了原计划的 80%, 从第二天开始, 该工程队加快了铺设速度, 第三天铺设了 1440 米. 若该工程队第二天、第三天每天的铺设长度比前一天增长的百分数相同, 设这个百分数为 x , 列出方程_____.

13. 命题“等腰三角形的两个底角相等”的逆命题是_____.

14. 等腰三角形一腰上的高与另一边的夹角为 80° , 则顶角的度数为_____.

15. 若 $\triangle ABC$ 中, $AB=4$, $AC=7$, 则中线 AD 的取值范围是_____.

16. 如图, 把 $\triangle ABC$ 纸片沿 DE 折叠, 当点 A 落在四边形 $BCDE$ 内部时, 则 $\angle A$ 、 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 之间的数量关系是_____.



17. 对于两个不相等的实数 a, b , 我们规定符号 $\text{Max}\{a, b\}$ 表示 a, b 中的较大值, 如: $\text{Max}\{2, 4\}=4$, 按照这个规定, 方程 $\text{Max}\{x, -x\}=x^2-2$ 的解为_____.

18. 如果一元二次方程的两根相差 1, 那么该方程成为“差 1 方程”. 例如 $x^2+x=0$ 是“差 1 方程”. 若关于 x 的方程 $ax^2+bx+1=0$ (a, b 是常数, $a>0$) 是“差 1 方程” 设 $t=10a-b^2$, t 的最大值为_____.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 66.0 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. 计算: $(2-\sqrt{3})^2 + |\sqrt{12}-\sqrt{18}| - \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - (\sqrt{5}-1)^0$.

20. 已知 $x = \frac{1}{\sqrt{3}+2}$, 求 $\frac{x+3}{x^2+3x} + \frac{2x^2+x-1}{2x-1}$ 的值.

21. (1) $(3x-1)^2 - x^2 = 0$.

(2) $\sqrt{2}x(x-3) = 9-3x$.

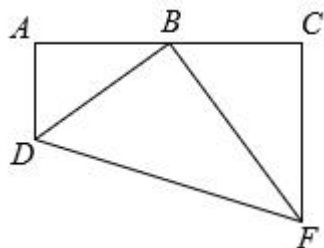
(3) $\frac{x^2-2}{3} - \frac{x}{6} = \frac{x}{2}$

(4) $x^2-8x-9984=0$.

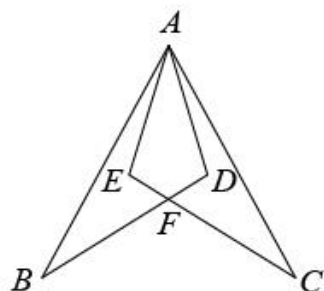
22. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m+1)x^2 + 2x = 1$ (m 为实数).

- (1) 如果该方程有两个不相等的实数根, 求 m 的取值范围.
- (2) 如果该方程有两个相等的实数根, 求 m 的取值范围.
- (3) 如果该方程没有实数根, 求 m 的取值范围.

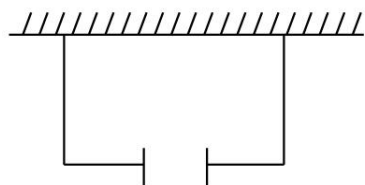
23. 已知: 如图, $AD \parallel CF$, DB 平分 $\angle ADF$, $AD + CF = DF$. 求证: FB 平分 $\angle CFD$.



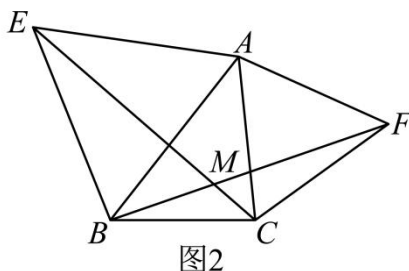
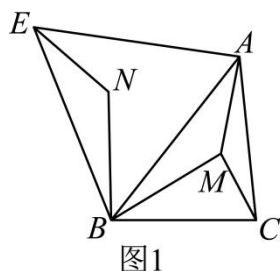
24. 已知如图, $AB = AC$, $AD = AE$, $\angle BAE = \angle CAD$, BD 与 CE 相较于点 F , 求证:
 $FB = FC$



25. 如图, 小明家要建一个面积为150平方米的养鸡场, 养鸡场的一边靠墙, 另三边 (门除外) 用竹篱笆围成. 这堵墙长18米, 在与墙平行的一边, 要开一扇2米宽的门. 已知围建养鸡场的竹篱笆总长为33米 (没有剩余材料, 接头忽略不计), 那么小明家养鸡场的长和宽应分别为多少米?



26. 如图①, 点 M 为锐角三角形 ABC 内任意一点, 连接 AM 、 BM 、 CM . 以 AB 为一边向外作等边三角形 $\triangle ABE$, 将 BM 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 BN , 连接 EN .



(1) 求证: $\triangle AMB \cong \triangle ENB$;

(2) 若 $AM + BM + CM$ 的值最小, 则称点 M 为 $\triangle ABC$ 的费尔马点, 若点 M 为 $\triangle ABC$ 的费尔马点, 试求此时 $\angle AMB$ 、 $\angle BMC$ 、 $\angle CMA$ 的度数;

(3) 小翔受以上启发, 得到一个作锐角三角形费尔马点的简便方法: 如图②, 分别以 $\triangle ABC$ 的 AB 、 AC 为一边向外作等边 $\triangle ABE$ 和等边 $\triangle ACF$, 连接 CE 、 BF , 设交点为 M , 则点 M 即为 $\triangle ABC$ 的费尔马点, 试说明这种作法的依据.