

# 青浦一中 2024 学年第一学期期中中学业质量调研

## 初二年级数学试卷

(考试时间: 90 分钟, 满分 100 分) 2024.11

一、选择题: (本大题共 6 题, 每小题 2 分, 满分 12 分)

[每题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1. 下列二次根式中, 属于最简二次根式的是 ( )

- A.  $\sqrt{x^2-3}$ ;      B.  $\sqrt{\frac{x-y}{x}}$ ;      C.  $\sqrt{3a^2b}$ ;      D.  $\sqrt{9x}$ .

2. 下列方程中, 属于一元二次方程的是 ( )

- A.  $3^2x-1=0$       B.  $x^2=(3x-2)(x+1)$   
C.  $x^2+y=0$       D.  $x+\frac{1}{x^2}=3$

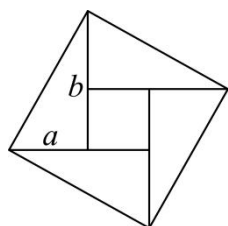
3. 关于反比例函数  $y=\frac{3}{x}$ , 下列说法中错误的是 ( )

- A. 它的图象是双曲线  
B. 它的图象在第一、三象限  
C.  $y$  的值随  $x$  的值增大而减小  
D. 若点  $(a,b)$  在它的图象上, 则点  $(b,a)$  也在它的图象上

4. 下列命题的逆命题是真命题的是 ( )

- A. 在  $\triangle ABC$  中,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  为三角形三边的长, 若  $a^2=(b+c)(b-c)$ , 则  $\triangle ABC$  是直角三角形.  
B. 关于某个点中心对称的两个三角形全等.  
C. 两条平行线被第三条直线所截, 一对同旁内角的平分线互相垂直.  
D. 全等三角形的对应角相等.

5. 我国是最早了解勾股定理的国家之一, 它被记载于我国古代的数学著作《周髀算经》中, 汉代数学家赵爽创制了《勾股弦图》, 它是由四个全等的直角三角形拼接而成, 如果小正方形的面积是 2, 直角三角形的直角边长分别为  $a$ 、 $b$ , 且  $a^2+b^2=ab+10$ , 那么大正方形的面积为 ( ).



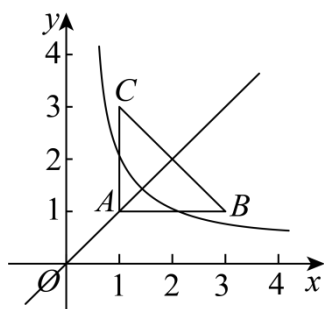
A. 8

B. 10

C. 14

D. 18

6. 如图，等腰直角  $ABC$  位于第一象限， $AB = AC = 2$ ，直角顶点  $A$  在直线  $y = x$  上，其中  $A$  点的横坐标为 1，且两条直角边平行于  $x$  轴、 $y$  轴，若双曲线  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  与  $ABC$  有交点，则  $k$  的取值范围是 ( )

A.  $1 < k < 2$ B.  $1 \leq k \leq 2$ C.  $1 < k < 4$ D.  $1 \leq k \leq 4$ 

二、填空题：(本大题共 12 题，每小题 2 分，满分 24 分)

[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. 化简： $\sqrt{24x^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 函数  $y = \sqrt{4+3x}$  的定义域是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 如果  $f(x) = \frac{1}{x-2}$ ，那么  $f(\sqrt{5}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $(m-1)x^2 + 2x + m-3 = 0$  的一个根是 0，那么  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ .

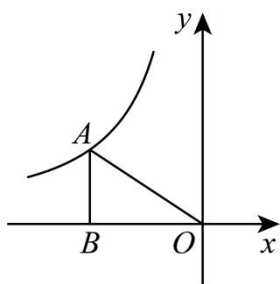
11. 在实数范围内分解因式： $x^2 - 2x - 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 某种产品原来每件 100 元，经过两次降价，现在每件售价为 81 元，如果每次降价的百分率相同，设这个百分率为  $x$ ，则根据题意，可列出方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

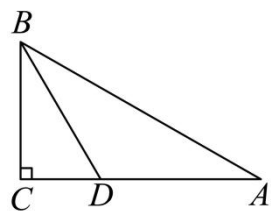
13. 经过定点 P，且半径等于 2cm 的圆的圆心的轨迹  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 在直角坐标系内，已知点  $A(m, 0)$ ， $B(0, -3)$ ，且  $AB = 5$ ，那么  $m$  的值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

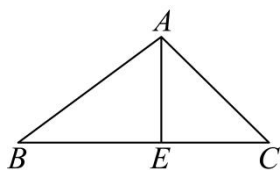
15. 如图，点  $A$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  图象上， $AB \perp x$  轴，垂足为  $B$ ，且  $S_{\triangle AOB} = 3$ ，则  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ .



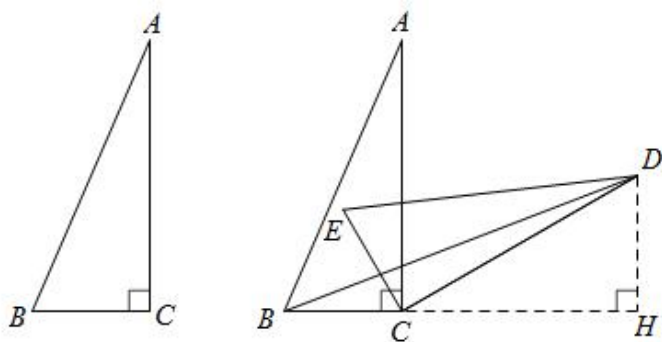
16. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$ , 若  $CD = 2\text{cm}$ ,  $AB = 8\text{cm}$ , 则  $\triangle ABD$  的面积是  $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$ .



17. 定义: 三角形一边上的点将该边分为两条线段, 且这两条线段的积等于这个点到这边所对顶点连线的平方, 则称这个点为三角形该边的“好点”. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AE \perp BC$  于点  $E$ ,  $AE = 6$ ,  $BC = 14$ ,  $\angle C = 45^\circ$ , 点  $D$  是  $BC$  边上的“好点”, 则线段  $BD$  的长为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



18. 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 4\sqrt{3}$ ,  $BC = 3$ , 如图所示. 如果将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  顺时针旋转  $60^\circ$  得到  $\triangle DEC$ , 其中点  $A$ 、 $B$  的对应点分别为点  $D$ 、 $E$ , 联结  $BD$ , 那么  $BD$  的长等于  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



三、解答题 (本大题共 5 题, 每题 6 分, 满分 30 分)

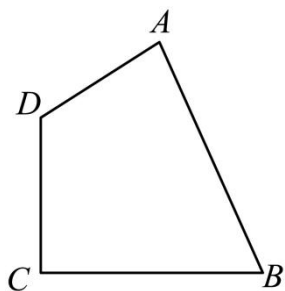
[请将解题过程填入答题纸的相应位置]

19. 计算:  $(\sqrt{3}-2)^2 + \frac{3}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ .

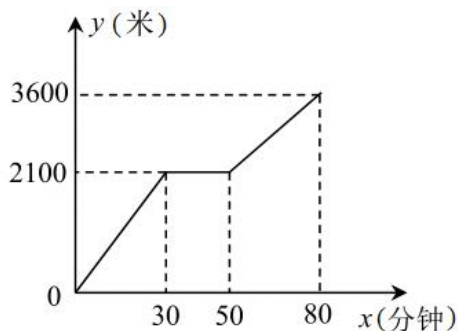
20. 解方程:  $(x-9)^2 = 4(x-1)^2$ .

21. 已知方程  $(m-2)x^2 + 2mx + m-3 = 0$  有两个不相等的实数根，求  $m$  的取值范围.

22. 如图是一块四边形绿地的示意图，其中  $AB = 24$ ， $BC = 15$ ， $CD = 20$ ， $DA = 7$ ， $\angle C = 90^\circ$ . 求此绿地  $ABCD$  的面积.



23. 小明爸妈上山游玩，爸爸步行，妈妈乘坐缆车，相约在山顶缆车的终点会合. 步行的路程是缆车所经线路长的 2.5 倍，妈妈在爸爸出发后 50 分钟才坐上缆车，缆车的平均速度为每分钟 180 米. 图中反映了爸爸整个过程中步行的路程  $y$  (米) 与时间  $x$  (分钟) 之间的函数关系.



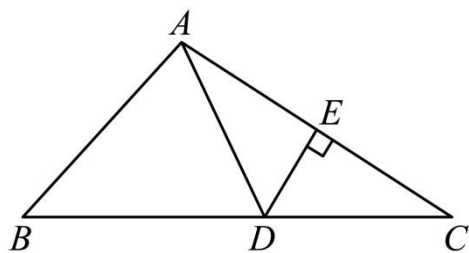
(1) 爸爸行走的总路程是\_\_\_\_\_米，他途中休息了\_\_\_\_\_分钟；

(2) 当  $0 \leq x \leq 30$  时， $y$  与  $x$  之间的函数关系式是\_\_\_\_\_；

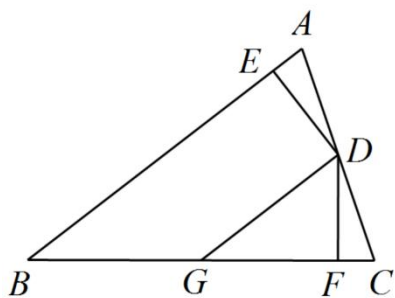
(3) 爸爸休息之后，行走的速度是每分钟\_\_\_\_\_米；当妈妈到达缆车终点时，爸爸离缆车终点的路程是\_\_\_\_\_米.

#### 四、解答题 (本大题共 4 题，第 24、25、26 题每题 8 分，第 27 题 10 分，满分 34 分)

24. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，边  $AC$  的垂直平分线分别交边  $BC$ 、 $AC$  于点  $D$ 、 $E$ ， $DC = 6$ . 求  $AB$  的长.



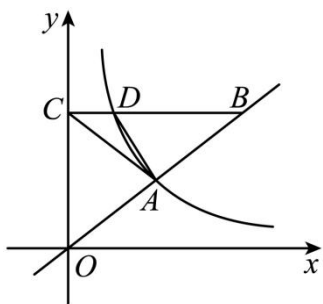
25. 已知：如图，点  $D$  是  $\triangle ABC$  的边  $AC$  上的一点，过点  $D$  作  $DE \perp AB$ ， $DF \perp BC$ ， $E$ 、 $F$  为垂足，再过点  $D$  作  $DG \parallel AB$ ，交  $BC$  于点  $G$ ，且  $DE = DF$ .



(1) 求证:  $DG = BG$ ;

(2) 当  $D$  点是  $AC$  边的中点时, 求证:  $BD \perp AC$ .

26. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A(3, 2)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象上, 点  $B$  在  $OA$  延长线上,  $BC \perp y$  轴, 垂足为点  $C$ , 直线  $BC$  与反比例函数的图象相交于点  $D$ , 连接  $AC$ ,  $AD$ .

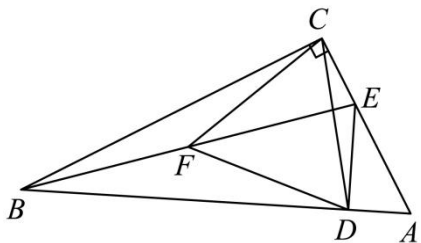


(1) 求该反比例函数解析式;

(2) 若  $S_{\triangle ACD} = \frac{3}{2}$ , 求线段  $BD$  的长度;

(3) 在第 (2) 问的条件下,  $x$  轴上是否存在一点使  $\angle BMO = \angle ACB$ , 若存在请求出点  $M$  的坐标, 若不存在请说明理由.

27. 如图所示, 已知: 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AC = 3$ , 点  $D$  是边  $AB$  上的动点(点  $D$  与点  $A$ 、 $B$  不重合), 过点  $D$  作  $DE$  垂直于  $AB$  交射线  $AC$  与  $E$ , 连接  $BE$ , 点  $F$  是  $BD$  的中点, 连接  $CD$ 、 $CF$ 、 $DF$ .



(1) 当点  $E$  在边  $AC$  上 (点  $E$  与点  $C$  不重合) 时, 设  $AD = x$ ,  $CE = y$ .

①直接写出  $y$  关于  $x$  的函数解析式及定义域;

②求证:  $\triangle CDF$  是等边三角形;

(2) 如果  $BE=2\sqrt{7}$ ，求出  $AD$  的长.