

青教院附中 2024 学年第一学期期中考试

八年级数学试卷

2023 年 11 月

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

一、选择题 (4×3 分 = 12 分)

1. 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{96}$ B. $\sqrt{\frac{1}{6}}$ C. $\sqrt{91}$ D. $\sqrt{20}$

2. 在下列二次根式中, 与 $\sqrt{a}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{6a}$ B. $\sqrt{4a^2}$ C. $\sqrt{a^{13}}$ D. $\sqrt{a^{10}}$

3. 下列方程一定是一元二次方程的是 ()

- A. $xy + x = y$ B. $x^2 = -2$
C. $ax^2 + 2x = 0$ D. $(x-5)x = x^2 - 5x - 1$

4. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与函数 $y = \frac{1}{6}x$ 的图象没有交点. 若点 $\left(-\frac{3}{2}, y_1\right)$ 、 $\left(-\frac{6}{7}, y_2\right)$ 、 $\left(\frac{1}{3}, y_3\right)$ 在

这个反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 则下列结论中正确的是 ()

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_2 > y_1 > y_3$ C. $y_3 > y_1 > y_2$ D. $y_3 > y_2 > y_1$

二、填空题 (14×2 分 = 28 分)

5. 写出 $\sqrt{a-1}$ 的一个有理化因式: _____.

6. 若最简二次根式 $^{2a-4}\sqrt{3a+b}$ 与 $\sqrt{a-b}$ 是同类根式, 则 $a-3b =$ _____.

7. 化简: $\sqrt{(3-\pi)^2} =$ _____.

8. 计算: $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^{2023} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{2024} =$ _____.

9. 不等式 $\sqrt{2x+3} < \sqrt{3x}$ 的解集是 _____.

10. 方程 $x^2 = -4x$ 的根是 _____.

11. 方程 $x^2 + 6x = 16$ 的根是 _____.

12. 在实数范围内因式分解: $-2x^2 - 2x + 1 =$ _____.

13. 在 2019 年 11 月 11 日, 某商品销售额为 2.35 亿人民币. 在 2023 年同日, 销售额增长到 6.38 亿人民币. 设这几年来销售额的平均增长率为 x , 则根据题意可列出方程_____.

14. 方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 没有实数根, 则 m 的取值范围是_____.

15. 反比例函数 $y = \frac{2m-3}{x}$ 的图象经过第二、四象限, 实数 m 的取值范围是_____.

16. 已知 $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$, 如果 $f(a) = \sqrt{2}$, 那么 $a =$ _____.

17. 我国南宋时期数学家秦九韶曾提出利用三角形的三边求面积的公式, 即三角形的三边长为 a 、 b 、 c , 记 $p = \frac{a+b+c}{2}$, 那么其面积 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. 如果某个三角形的三边长分别为 5, 6, 7 时, 其面积 S 介于整数 n 和 $n+1$ 之间, 那么 n 的值是_____.

18. 等腰三角形的一边长为 1, 另两边的长是关于 x 的方程 $x^2 - 6x + k = 0$ 的两根, 那么其周长是_____.

三、解答题 (19~24 题, 每题 6 分; 第 25、26 题每题 7 分, 共计 50 分)

19. 计算: $2\sqrt{\frac{2}{3m}} \div \frac{1}{6}\sqrt{6m} \cdot \sqrt{8m^3}$

20. 解方程: $\frac{1}{3}(2x-3)^2 - 25 = 0$

21. 用配方法解方程: $x^2 - 2\sqrt{2}x - 4 = 0$

22. 在实数范围内因式分解: $-2x^2 + 3xy + y^2$.

23. 先化简再求值: $\frac{a^2 - a - 6}{a + 2} - \frac{\sqrt{a^2 - 2a + 1}}{a^2 - a}$, 其中 $a = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$

24. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$, 当 $x = -3$ 时, $y = 4$.

(1) 求 y 关于 x 的函数表达式;

(2) 当 $y \leq \frac{4}{3}$ 且 $y \neq 0$ 时, 求自变量 x 的取值范围.

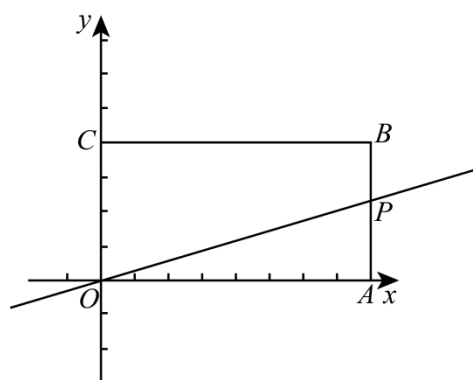
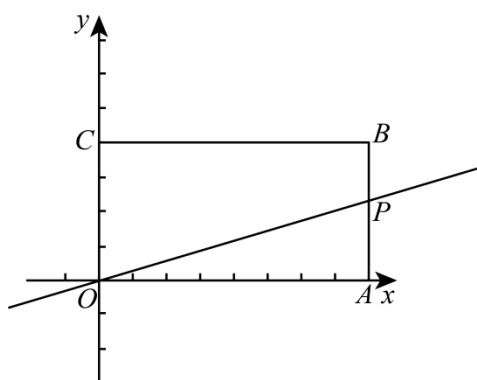
25. 小毛将进货单价为 40 元的商品按 50 元出售, 每天可卖 500 个, 如果这种商品每涨价 1 元, 其销售量就减少 10 个, 小毛为使这种商品每天赚得 8000 元的利润, 商品的售价应定为每件多少元?

26. 已知 a 、 b 为整数, 关于 x 的方程 $x^2 - ax + 3 - b = 0$ 有两个不相等的实数根, 关于 x 的方程

$x^2 + (6-a)x + 7 - b = 0$ 有两个相等的实数根, 关于 x 的方程 $x^2 + (4-a)x + 5 - b = 0$ 没有实数根, 求 a 与 b 的值.

四、综合题 (本题满分 10 分, 第一小题 3 分, 第二小题 3 分, 第三小题 4 分)

27. 如图, 长方形 $OABC$ 边 $BC=8$, $AB=4$.



备用图

- (1) 直线 $y = kx$ ($k \neq 0$), 交边 AB 于点 P , 求 k 的取值范围;
- (2) 直线 $y = kx$ ($k \neq 0$), 将长方形 $OABC$ 的面积分成两部分, 直线上方的一部分记作 S , 试写出 S 关于 k 的解析式;
- (3) 直线 $y = kx$ ($k \neq 0$), 是否可能将长方形 $OABC$ 的面积分成两部分的面积比为 $2:7$? 若能, 求出 k 的值; 若不能, 说明理由.