

## 2023-2024 学年东方中学八年级第一学期期中数学试卷

### 一、选择题 (每题 2 分, 共 12 分)

1. 下列方程一定是一元二次方程的是 ( )

- A.  $(x+2)^2 = x^2 - 2$       B.  $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$       C.  $ax^2 + 2x = 0$       D.  $x^2 - 2xy = 1$

2. 若一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$ , 满足  $a - b + c = 0$ , 则方程必有一根为 ( )

- A. 0      B. 1      C. -1      D.  $\pm 1$

3. 下列问题中, 两个变量成正比例的是 ( )

- A. 圆的面积和半径      B. 一条边长确定的长方形, 其面积和另一边长  
C. 路程一定, 速度和时间      D. 人的年龄和体重

4. 反比例函数  $y = -\frac{4}{x}$ , 下列说法不正确的是 ( )

- A. 图像经过点  $(1, -4)$       B. 图像位于第二、四象限  
C. 图像关于直线  $y = x$  对称      D. 函数值  $y$  图像随  $x$  增大而减小

5. 在下列各组的三个条件中, 能判定  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  全等的是 ( )

- A.  $AC = DF$ ,  $BC = DE$ ,  $\angle B = \angle D$       B.  $\angle A = \angle F$ ,  $\angle B = \angle E$ ,  $\angle C = \angle D$   
C.  $AB = DF$ ,  $\angle B = \angle E$ ,  $\angle C = \angle F$       D.  $AB = EF$ ,  $\angle A = \angle E$ ,  $\angle B = \angle F$

6. 下列命题中, 真命题的个数是 ( )

(1) 等角的补角相等; (2) 两边及其中一边的对角对应相等的三角形是全等三角形; (3) 一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 则这两个角相等; (4) 两条直线被第三条直线所截, 同旁内角互补; (5) 等腰三角形, 两腰上的高相等.

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

### 二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 方程  $x^2 = x$  的根为\_\_\_\_\_.

8. 函数  $y = \sqrt{4 - 2x}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

9. 已知函数  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ , 则  $f(\sqrt{2}) =$ \_\_\_\_\_.

10. 关于  $x$  的方程  $x^2 + 2\sqrt{k}x + 1 = 0$  没有实数根, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

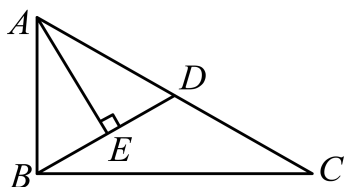
11. 在实数范围内因式分解:  $x^2 - 2x - 1 =$ \_\_\_\_\_.

12. 正比例函数图像经过点  $(-2, 1)$ , 这个函数的解析式是\_\_\_\_\_.

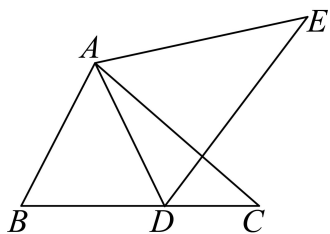
13. 若点  $(-2, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(2, y_3)$  都在反比例函数的图象上  $y = \frac{k}{x} (k > 0)$  则用 “<” 表示  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$  的大小关系是\_\_\_\_\_.

14. 某服装原价为  $a$  元, 如果连续两次以同样的百分率  $x$  降价, 那么两次降价后的价格为\_\_\_\_\_元. (用含  $a$  和  $x$  的代数式表示)

15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AD = DC$ ,  $AE \perp BD$ , 知果  $\triangle ABC$  的面积是 24, 那么  $\triangle ABE$  的面积是\_\_\_\_\_.



16. 如图, 将  $\triangle ABC$  绕点 A 逆时针旋转  $52^\circ$  后得到  $\triangle ADE$ , 点 D 在 BC 上, 那么  $\angle EDC =$ \_\_\_\_\_.



17. 等腰  $\triangle ABC$  的一边长为 5, 另外两边的长是关于  $x$  的方程  $x^2 - 6x + m = 0$  的两个实数根, 则  $m$  的值是\_\_\_\_\_.

18. 定义: 若两个一元二次方程有且只有一个相同的实数根, 我们就称这两个方程为“同伴方程”. 例如  $x^2 = 4$  和  $(x-2)(x+3) = 0$  有且仅有一个相同的实数根  $x = 2$ , 所以这两个方程为“同伴方程”. 若关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的参数同时满足  $a + b + c = 0$  和  $4a + 2b + c = 0$ , 且该方程与  $(x+2)(x-n) = 0$  互为“同伴方程”, 则  $n =$ \_\_\_\_\_.

### 三、简答题 (每题 5 分, 共 30 分)

19. 解方程:  $(x-2)^2 + 4x(x-2) = 0$

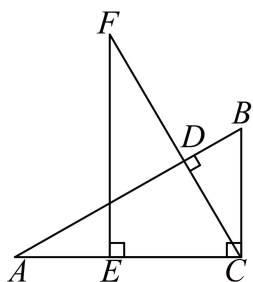
20. 解方程:  $(x+3)(x-2) = 6$

21. 配方法解方程:  $3x^2 - 6x - 1 = 0$

22. 如果  $y = (1-m)x^{m^2-2}$  是正比例函数, 且  $y$  随  $x$  的增大而减少, 求  $m$  的值.

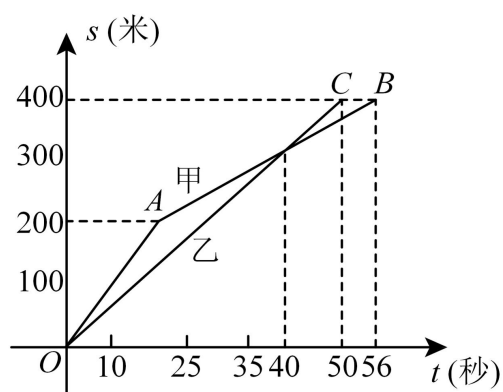
23. 已知:  $y = y_1 + 2y_2$ , 并且  $y_1$  与  $x$  成正比例,  $y_2$  与  $(x-2)$  成反比例, 且当  $x = -2$  时,  $y = -7$ , 当  $x = 3$  时,  $y = 13$ , 求  $y$  与  $x$  之间的函数解析式.

24. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CD \perp AB$ 于点 $D$ , 点 $E$ 在 $AC$ 上.  $CE = BC$ , 过点 $E$ 作 $AC$ 的垂线, 交 $CD$ 的延长线于点 $F$ , 求证  $AB = FC$ .

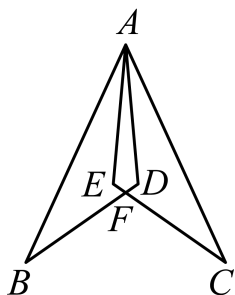


#### 四、解答题 (25-27 每题 8 分, 第 28 题 10 分, 共 34 分)

25. 如图, 在甲、乙两同学进行 400 米跑步比赛中, 路程  $s$  (米) 与时间  $t$  (秒) 之间的函数关系的图象分别为折线  $OAB$  和线段  $OC$ , 请根据图上信息回答下列问题:



- (1) \_\_\_\_\_先到达终点;
  - (2) 第\_\_\_\_\_秒时, \_\_\_\_\_追上\_\_\_\_\_;
  - (3) 比赛全程中, \_\_\_\_\_的速度始终保持不变;
  - (4) 写出优胜者在比赛过程中所跑的路程  $s$  (米) 与时间  $t$  (秒) 之间的函数关系式及定义域\_\_\_\_\_.
  - (5) 途中两人相遇时, 距离终点\_\_\_\_\_米.
26. 已知如图,  $FB = FC$ ,  $\angle ABD = \angle ACE$ ,  $\angle BAE = \angle CAD$ ,  $BD$  与  $CE$  相交于点  $F$ , 求证:  $AD = AE$ .



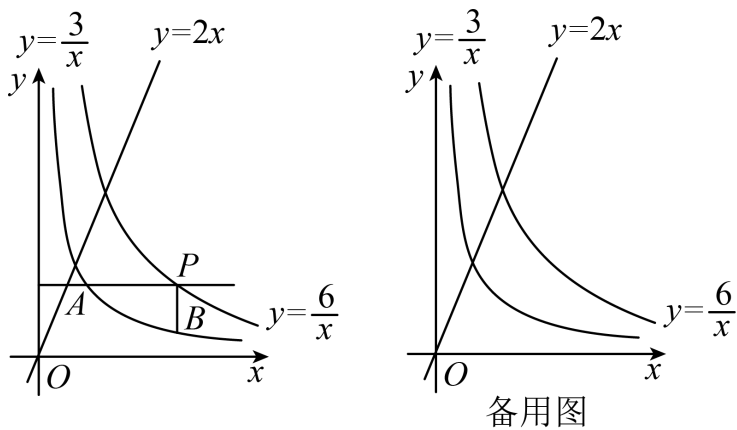
27. 反比例函数广泛应用于科学课中. 比如在电学的某一电路中, 电压不变时, 电流  $I$  (单位: 安培) 与电阻  $R$  (单位: 欧姆) 成反比例关系. 当电阻  $R = 6$  欧姆时, 电流  $I = 2$  安培.

- (1) 求出函数解析式.

(2) 当0.5安培时，求出  $R$  的值.

(3) 如果电路中用电器的电流不得超过 10 安培，那么直接写出用电器的电阻控制在什么范围内？

28. 已知点  $P(m, n)$  是反比例函数  $y = \frac{6}{x} (x > 0)$  图形上的动点， $PA \parallel x$  轴， $PB \parallel y$  轴，分别交反比例函数  $y = \frac{3}{x} (x > 0)$  的图像于点  $A$ 、 $B$ ，点  $C$  是直线  $y = 2x$  上的一点.



(1) 请用含  $m$  的代数式表示  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点坐标.

(2) 在点  $P$  的运动过程中，连接  $AB$ ， $\triangle PAB$  的面积是否变化，若不变，请求出  $\triangle PAB$  的面积，若改变，请说明理由.

(3) 在点  $P$  运动过程中，是否存在以  $AP$  为直角边的  $\triangle APC$  和  $\triangle PAB$  全等，如果存在，请求出  $m$  的值.