

2024 学年第一学期期中考试八年级数学拓展卷

时间：40 分钟 满分：50 分

一、填空题（每题 3 分，共 30 分）

1. 已知方程 $(x+a)(x-4)=0$ 和方程 $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + b = 0$ 的根完全相同，则 $a+b =$ _____.

2. $\sqrt{-\frac{5}{3-x}}$ 是二次根式，则 x 的取值范围是_____.

3. 已知 $0 < x < 1$ ，化简 $\sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} =$ _____.

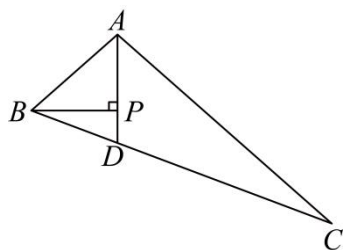
4. 多项式 $2x^2 - 6x + 10$ 的最小值为_____.

5. 设方程 $x^2 - x + k = 0$ 的一个根的 3 倍少 7 为另一个根，则 $k =$ _____.

6. 已知实数 a 满足 $|1-a| - |a| = 1$ ，那么 $\sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{a^2} =$ _____.

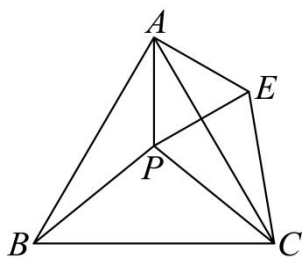
7. 已知实数 x 、 y 满足 $x^2 + 3x - 8 = 0$ ， $y^2 + 3y - 8 = 0$ ，则 $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} =$ _____.

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle BAC$ ， $BP \perp AD$ 于点 P ， $AB = 4$ ， $BP = 3$ ， $AC = 10$ ， $\angle C = 18^\circ$ ，则 $\angle ABC =$ _____ $^\circ$.



9. 已知： $\triangle ABC$ 是边长为 15cm 的等边三角形，点 D 、点 E 分别在边 AB ， AC 上，点 F 为边 BC 的三等分点，将 $\triangle ADE$ 沿着直线 DE 翻折，点 A 恰好与点 F 重合，则 $\triangle BDF$ 的周长为_____ cm.

10. 如图， $\triangle ABP$ 中， $\angle APB = \angle \alpha$ ，把 $\triangle ABP$ 绕点 A 逆时针旋转 60° 后得到 $\triangle ACE$ ，连结 BC 、 PE 、 PC ，测量得 $\angle BPC = 100^\circ$ ，若 $\triangle CPE$ 为等腰三角形，则 $\angle \alpha$ 的度数是_____.



二、解答题 (第 11 题 3 分, 第 12 题 7 分, 第 13 题 10 分, 总分 20 分)

11. 在《代数学》中记载了求方程 $x^2 + 8x = 33$ 正数解的几何方法: 如图 1, 先构造一个面积为 x^2 的正方形, 再以正方形的边为一边向外构造四个面积为 $2x$ 的矩形, 得到大正方形的面积为 $33 + 16 = 49$, 则该方程的正数解为 $7 - 4 = 3$. 小明尝试用此方法解关于 x 的方程 $x^2 + 10x = c$ 时, 构造出如图 2 所示正方形, 已知图 2 中阴影部分的面积和为 39. 该方程的正数解为多少.

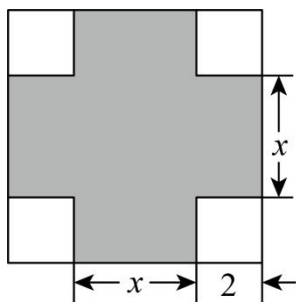


图 1

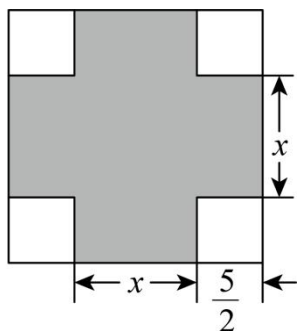


图 2

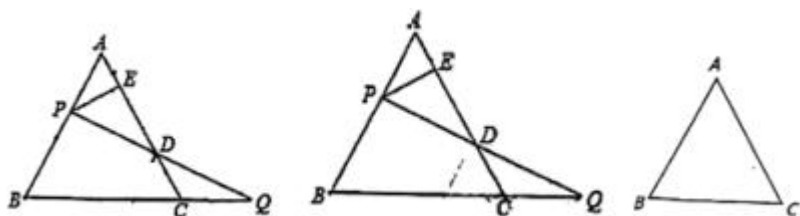
12. 小明用的练习本可在甲、乙两个商店内买到, 已知两个商店的标价都是每个练习本 1 元, 但甲商店的优惠条件是: 购买 10 本以上, 从第 11 本开始按标价的 75% 卖; 乙商店的优惠条件是: 从第 1 本开始就按标价的 90% 卖.

(1) 小明要买 20 个练习本, 到哪个商店购买较省钱?

(2) 写出甲、乙两个商店中, 收款 y (元) 关于购买本数 x (本) ($x > 10$) 的关系式.

(3) 小明现有 24 元钱, 最多可买多少个本子?

13. 已知: 如图, 等边三角形 ABC , 点 P 和 Q 分别从 A 和 C 两点同时出发, 它们的速度相同. 点 P 沿射线 AB 运动, 点 Q 沿边 BC 的延长线运动, 设 PQ 与直线 AC 相交于点 D , 作 $PE \perp AC$ 于 E ;



- (1) 当 $\triangle DCQ$ 为等腰三角形时，过点 D 作 AB 的平行线，交 BC 于 M ，试探究线段 DM 与 AP 的大小关系，并加以证明.
- (2) ①当点 P 在边 AB 上时，直接写出 DE 与 AC 的数量关系 (不需要证明);
- ②当点 P 在 AB 的延长线上时，①中的结论还成立吗？若成立在图中画出图形并证明. 如不成立，指出 DE 与 AC 的关系并说明理由.