

2025 学年第一学期八年级学业质量调研数学试卷

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 27 题.

2. 答题时、考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.

3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出解答的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分, 下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上)

1. 在下列各数中, 是无理数的是 ()

- A. $\sqrt{4}$ B. $\sqrt[3]{6}$ C. $\frac{22}{7}$ D. $2.\dot{3}$

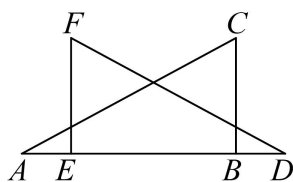
2. 在下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{a^3}$ B. $\sqrt{a^2+2a+1}$ C. $\sqrt{\frac{a}{2}}$ D. $\sqrt{a^2-1}$

3. 在下列方程中没有实数解的是 ()

- A. $x^2+x+2=0$ B. $x+y=0$
C. $\frac{x^2}{x-3}=\frac{9}{x-3}$ D. $\sqrt{2}x=\sqrt{3}$

4. 如图, 已知点 A 、 E 、 B 、 D 在同一直线上, $AC=DF$, $AE=BD$, 增加下列条件不能推导出 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的是 ()



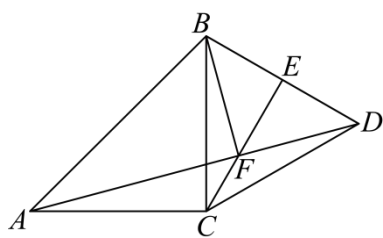
- A. $\angle A = \angle D$ B. $\angle C = \angle F$
C. $\angle ABC = \angle DEF = 90^\circ$ D. $EF = BC$

5. 定义: 对于自然数 n , 我们用 $[n]$ 表示不大于 $\sqrt{n}$ 的最大整数, 称之为 n 的根号整数. 例如 15 的根号整数 $[15]=3$, 17 的根号整数 $[17]=4$. 那么满足 $[n]=1$ 的自然数 n 有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CA=CB$, $\angle ACB=90^\circ$, 以 BC 为边在 $\triangle ABC$ 的外部作等边三角形 BCD , 点 E 为 BD 的中点, 分别连接 CE 和 AD , 交于点 F , 连接 BF . 某同学在研究这个图形时有两个猜想:

① $BD = \sqrt{2}DF$; ② $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle BFD}$, 关于这两个猜想, 你的判断是 ()



A. ①正确, ②错误

B. ①错误, ②正确

C. ①、②都错误

D. ①、②都正确

二、填空题 (本大题共 12 题每题 2 分, 满分 24 分)

7. $\frac{16}{25}$ 的平方根是_____.

8. 如果二次根式 $\sqrt{2x-1}$ 有意义, 那么实数 x 的取值范围是_____.

9. 分母有理化: $\frac{1}{\sqrt{a+b}} =$ _____.

10. 计算: $\sqrt{xy^2} \div \sqrt{\frac{x}{y}} =$ _____.

11. 在实数范围内因式分解: $x^2 - 8 =$ _____.

12. 用配方法解方程 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 时, 将它配成 $(x+m)^2 = n$ 的形式是_____.

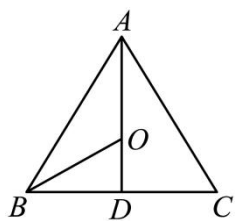
13. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的一个根是 $2 + \sqrt{3}$, 则 m 的值为_____.

14. 若 $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{30} \approx 5.477$, 则 $\sqrt{3000} \approx$ _____.

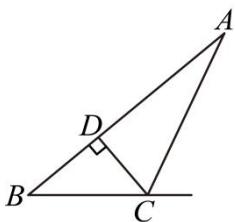
15. 春节前夕一群学生举行一次聚会, 聚会时每两个人之间都互赠一张贺卡, 这样共送出了 210 张贺卡. 设这群学生共有 x 人, 根据题意可列一元二次方程是_____.

16. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m-1)x + m - 2 = 0$ 的两个实数根分别为 a , b , 且满足 $(a-1)(b-1) + 8 = 0$, 那么实数 m 的值是_____.

17. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$, 点 D 是 BC 的中点, 连接 AD , $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 O , 那么 OD 的长度是_____ cm.



18. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB$ 为钝角， $\angle B = a$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为点 D ，将 $\triangle ACD$ 绕点 A 旋转，点 C 和 D 的对应点分别为点 C' 和 D' ，当点 C' 、 D' 恰好都落在 BC 的延长线上时， $\angle BAC' = \underline{\hspace{2cm}}$. (用含 a 的式子表示).



三、解答题 (本大题共 9 题，满分 64 分)

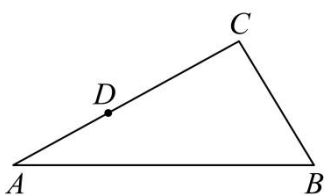
19. 计算: $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + |1-\sqrt{2}| + \sqrt[3]{-8}$.

20. 计算: $6\sqrt{\frac{x}{4}} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}} + \frac{2}{3}\sqrt{9x}$.

21. 解方程: $(x+3)^2 = 3(x+3)$.

22. 解方程: $2\sqrt{3}x = \sqrt{2}(x^2 - 1)$.

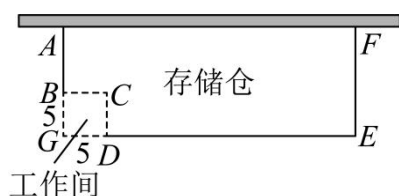
23. 如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $AC > BC$.



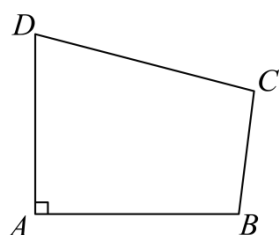
- (1) 用直尺和圆规在边 AB 上求作一点 P ，使点 P 到边 CA 和 CB 的距离相等 (保留作图痕迹，写出结论，不写作法);

- (2) 如果 $\angle B = 60^\circ$ ，点 D 是边 AC 上一点，且 $CD = CB$, $AD = 2$ ，求 BP 的长.

24. 如图，现需靠一段长为 80 米的墙围一个所占地面为长方形的仓库 $AGEF$ (只围三面)，仓库的一角是一个正方形工作间 $BGDC$ ，其他区域为存储仓. 已知仓库的工作间四面都是用边长为 5 米的玻璃材料所围成，其余部分是用总长为 110 米的防潮隔板来围. 如果要使存储仓的面积为 1775 平方米，且防潮隔板正好用完 (不计损耗)，求垂直于墙面的隔板 AB 的长.



25. 如图：有一块由四条小路 AB, BC, CD 和 DA 围成的绿地，其中 AB 长 160m , BC 长 100m , CD 长 $100\sqrt{3}\text{m}$, DA 长 120m , $\angle A = 90^\circ$.



- (1) 求绿地 $ABCD$ 的面积 (结果保留根号);
- (2) 计划在绿地内部建一座凉亭，希望凉亭 (用一个点 M 来表示) 到四个路口 (即点 A, B, C 和 D) 的距离都相等：小海同学认为连接 BD ，线段 BD 的中点就是凉亭 M 的位置：你同意他的观点吗？如果同意，试证明点 M 到点 A, B, C, D 的距离都相等；如果不同意，请说明理由。

26. 理财能力是现代人对人的基本要求之一，掌握基本的理财知识，有助于培养合理的消费观念和对个人未来、家庭的责任心，为一生的行稳致远打好基础。

生活中我们发现，同一笔存款在 1 年、2 年乃至未来 n 年后的金额不同，且会逐年增加。这意味着，对于同一理财计划，不宜将不同时刻的金额直接作比较。在金融业务中需要将不同时刻的金额折算到同一时间点后再作比较，这个时间点，一般选为当前时刻。这种将未来某个时间点上的金额折算成当前时刻的价值的做法，称为折现，其中这个折算的百分比称为折现率。例如：当折现率为 5% 时，1 年后的 1000 元折算成当前时刻的价值为 $\frac{1000}{1+5\%}$ 元，2 年后折算成当前时刻的价值为 $\frac{1000}{(1+5\%)^2}$ 元；同时，合理的折现率应该是

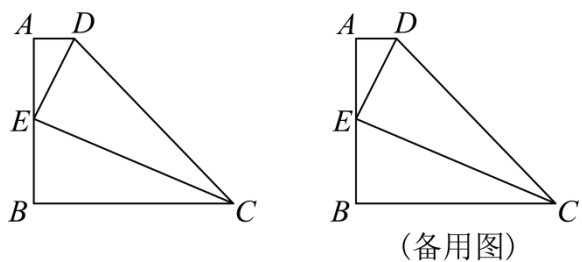
能使返回的金额折现后的总金额等于其本金，此时的折现率也称为理财方案的收益率。

- (1) 当折现率为 r 时，2 年后的 m 元折现成当前时刻的价值可表示为 _____ 元 (用含 r, m 的代数式表示);
- (2) 表格所列的是一个分 2 年返回的理财方案：

方案	本金 (元)	1 年后返回的金额 (元)	2 年后返回的金额 (元)	收益率
	8000	6000	5000	

请求出此方案的收益率 r 。

27. 如图，已知 $AD \parallel BC$, $BC > AD$, $\angle A = 90^\circ$, 点 E 是线段 AB 的中点， DE 平分 $\angle ADC$ 。



- (1) 求证: CE 平分 $\angle BCD$;
- (2) 如果 $AD = 1, BC = 4$, 求四边形 $ABCD$ 的周长;
- (3) 将线段 EC 沿着经过点 E 的一条直线翻折, 点 C 恰好落在射线 AD 上的点 P 处, 过点 P 作 $PQ \parallel DE$, 交边 CD 于点 Q , 试猜想线段 AD 与 CQ 之间的数量关系, 并进行证明.