

# 2023-2024 学年上海市长宁区延安初级中学八年级（上）期末数学试卷

## 一、选择题（每题 2 分，共 12 分）

1. 下列关于  $x$  的方程中，一定是一元二次方程的是（ ）

- A.  $\frac{1}{x^2} - 1 = 0$                       B.  $\sqrt{x} = 5x^2$                       C.  $ax^2 + x - 6 = 0$                       D.  $x(x+1) = 5x - 1$

2. 下列二次根式中，不是最简二次根式的是（ ）

- A.  $\sqrt{ab}$                       B.  $\sqrt{a^2 + b^2}$                       C.  $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$                       D.  $\sqrt{a^2 - b^2}$

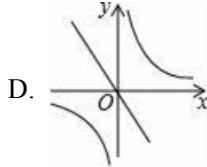
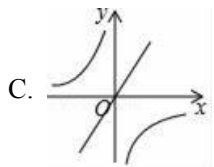
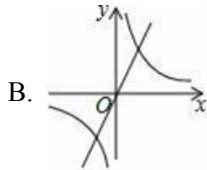
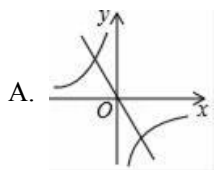
3. 下列函数中，函数值  $y$  随自变量  $x$  的值增大而增大的是（ ）

- A.  $y = \frac{x}{2}$                       B.  $y = -\frac{x}{2}$                       C.  $y = \frac{2}{x}$                       D.  $y = -\frac{2}{x}$

4. 下列二次根式中，与  $\sqrt{3}$  是同类二次根式的是（ ）

- A.  $\sqrt{\frac{1}{3}}$                       B.  $\sqrt{24}$                       C.  $\sqrt{0.3}$                       D.  $\sqrt{18}$

5. 如果  $k < 0$ ，那么函数  $y = (1 - k)x$  与  $y = \frac{k}{x}$  在同一坐标系中的图象可能是（ ）



6. 已知在  $\triangle ABC$  中，点  $D$  在边  $AB$  上（点  $D$  不与点  $A$ 、点  $B$  重合），连接  $CD$ 。

①如果  $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD$  是边  $AB$  上的中线，那么  $AB = 2CD$ 。

②如果  $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 2CD$ ，那么  $CD$  是边  $AB$  上的中线。

③如果  $CD$  是边  $AB$  上的中线， $AB = 2CD$ ，那么  $\angle ACB = 90^\circ$ 。

下列说法正确的是（ ）

- A. ①②是真命题，③是假命题；  
B. ①③是真命题，②是假命题；  
C. ②③是真命题，①是假命题；  
D. ①②③都是真命题。

## 二、填空题 (每题 3 分, 共 36 分)

7. 函数  $y = \frac{\sqrt{2}-x}{x}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

8. 化简:  $\sqrt{\frac{x}{2}} =$ \_\_\_\_\_.

9. 如果函数  $f(x) = \frac{2}{x+1}$ , 那么  $f(\sqrt{2}-1)$  \_\_\_\_\_.

10. 在直角坐标平面内点  $A(2, -1)$  与点  $B(-2, -3)$  的距离等于\_\_\_\_\_.

11. 到点  $P$  的距离等于 3cm 的点的轨迹是\_\_\_\_\_.

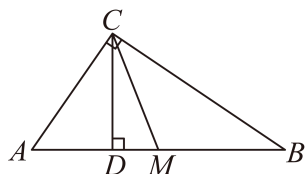
12. 命题“对顶角相等”的逆命题是\_\_\_\_\_.

13. 如果点  $M(-1, y_1)$ 、点  $N(-\frac{1}{2}, y_2)$  都在函数  $y = \frac{2+m}{x}$  的图象上, 且  $y_1 < y_2$ , 那么  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

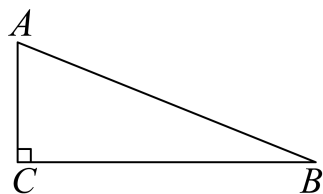
14. 在实数范围内因式分解:  $3x^2 - xy - y^2 =$ \_\_\_\_\_.

15. 如果关于  $x$  的方程  $kx^2 + 3x - 1 = 0$  有两个不相等的实数根, 那么  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

16. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CD, CM$  分别是  $\triangle ABC$  的高和中线, 如果  $\angle DCM = 20^\circ$ , 那么  $\angle A$  的度数等于\_\_\_\_\_.



17. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 5$ ,  $AB = 13$ , 点  $D$  在边  $BC$  上, 连接  $AD$ , 将  $\triangle ADC$  沿着  $AD$  翻折, 点  $C$  的对应点为点  $E$ , 连接  $EB$ , 如果  $AE \parallel BC$ , 那么  $BE$  的长等于\_\_\_\_\_.



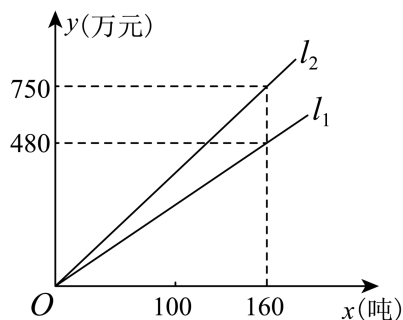
18. 我们把两个不全等但面积相等的三角形叫做一对偏等积三角形. 已知  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  是一对面积都等于  $S$  的偏等积三角形, 且  $AB = AC = DE = DF$ ,  $BC = a$ , 那么  $EF$  的长等于\_\_\_\_\_ (结果用含  $a$  和  $S$  的代数式表示).

## 三、解答题 (共 52 分)

19. 计算:  $\sqrt{2} \times \sqrt{10} + \frac{1}{\sqrt{5}-2} - \sqrt{3\frac{1}{5}}$ .

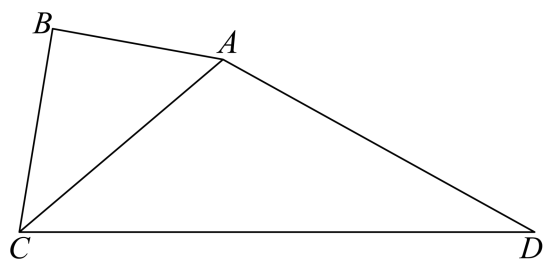
20. 解方程:  $(x-1)^2 - 4x - 1 = 12$ .

21. 某工厂购买的原材料的单价从前年开始进行了调整. 如图,  $l_1$ 、 $l_2$  分别表示该工厂前年和今年采购原材料的总价  $y$  (万元) 与数量  $x$  (吨) 之间的关系, 请根据函数图象提供的信息回答下列问题:



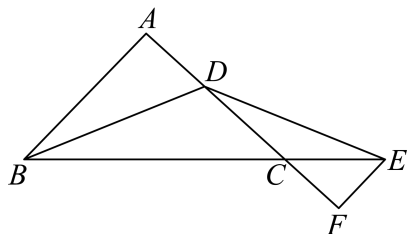
- (1) 该厂前年采购原材料的单价是每吨 \_\_\_\_ 万元;
- (2) 该厂今年采购原材料的总价  $y$  关于数量  $x$  的函数解析式是 \_\_\_\_;
- (3) 如果该原材料的单价从前年开始, 每年的增长率都相同, 那么这个增长率是 \_\_\_\_.

22. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AB = 2\sqrt{3}$ ,  $BC = 4$ ,  $AC = 2\sqrt{7}$ .



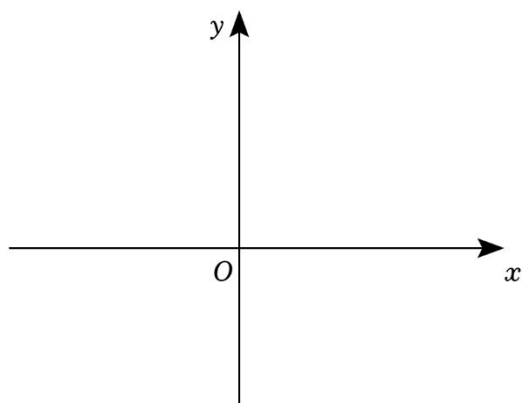
- (1) 求证:  $AB \perp BC$ ;
- (2) 如果  $CA$  平分  $\angle BCD$ , 且  $\angle D = 30^\circ$ , 求  $\triangle ACD$  的面积.

23. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ , 点  $D$  在边  $AC$  上, 点  $E$  在  $BC$  的延长线上,  $BD = DE$ ,  $EF \perp AC$ , 交  $AC$  延长线于点  $F$ ,  $AD = EF$ .



- (1) 求证:  $\angle ABD = \angle FDE$ ;
- (2) 求证:  $AB = CD + EF$ .

24. 已知在直角坐标平面内, 函数  $y = -\frac{8}{x}$  的图象经过点  $A(-4, a)$ , 点  $A$  关于  $x$  轴的对称点  $B$  在直线  $y = kx$  上.



- (1) 求  $k$  的值;
- (2) 点  $P$  在射线  $BO$  上, 点  $Q$  是坐标平面内一点,  $PQ \perp x$  轴. 如果  $\triangle PAQ$  是等腰直角三角形,  $\angle PAQ = 90^\circ$ , 求点  $Q$  的坐标.

25. 已知在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ , 点  $P$  在边  $AC$  上, 连接  $BP$ .

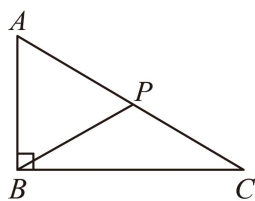


图1

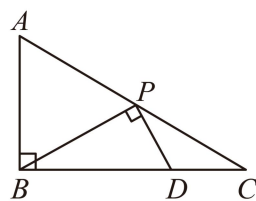
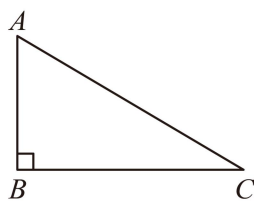


图2



备用图

- (1) 如图 1, 如果点  $P$  在线段  $AB$  的垂直平分线上, 求证:  $AP = PC$ ;
- (2) 过点  $P$  作  $PD \perp BP$ , 交边  $BC$  于点  $D$ ,
- ①如图 2, 如果点  $P$  是线段  $AC$  的中点, 且  $BD = 2CD$ , 求  $\angle C$  的度数;
- ②填空: 如果  $AB = 6$ ,  $BC = 8$ , 且  $\triangle ABP$  是以  $BP$  为腰的等腰三角形, 那么  $PD$  的长等于 \_\_\_\_\_.